


Education is not the  
learning of facts,  
but the training of  
the mind to think.

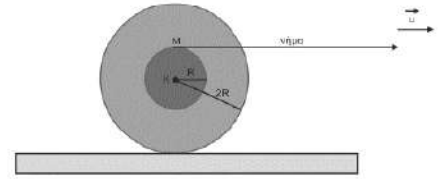


**KEEP  
CALM  
AND  
STUDY  
PHYSICS**

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ  
ΦΥΣΙΚΗ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ : ANNA ΜΑΝΩΛΑΚΗ

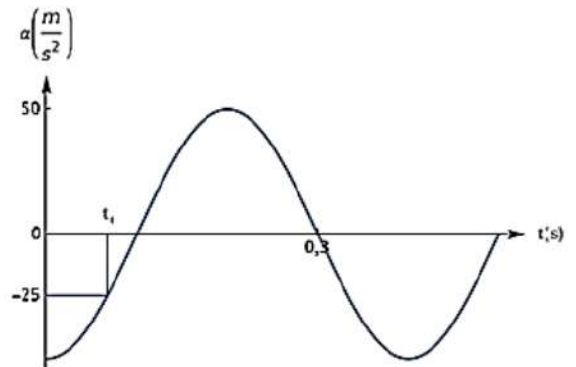
**1.** Ένα στερεό αποτελείται από δύο κατακόρυφους ομοαξονικούς κυλίνδρους κολλημένους μεταξύ τους που έχουν ακτίνες  $R$  και  $2R$ . Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται γύρω από τον κοινό οριζόντιο άξονα των δύο κυλίνδρων σαν ένα σώμα. Στην περιφέρεια του κυλίνδρου ακτίνας  $R$  έχουμε τυλίξει αβαρές μη εκτατό νήμα. Τραβάμε το νήμα οριζόντια ώστε το άκρο του να κινείται με επιτάχυνση  $a=3\text{m/s}^2$  ώστε το νήμα να ξετυλίγεται και το στερεό να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.



Ζητείται:

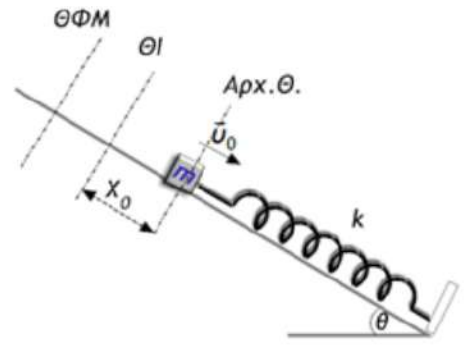
- α) Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του στερεού.
- β) Όταν έχει ξετυλιχθεί μήκος νήματος  $\ell=5\text{m}$ , πόσο έχει μετακινηθεί το κέντρο μάζας του στερεού.
- γ) Πόση είναι η γωνιακή ταχύτητα του στερεού εκείνη τη στιγμή (αν δίνεται ότι η ακτίνα του μικρού κυλίνδρου είναι  $R=0,1\text{m}$ ).
- δ) Να βρεθεί η ταχύτητα του υψηλότερου σημείου του στερεού εκείνη τη στιγμή.

**2.** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το διάγραμμα επιτάχυνσης – χρόνου για ένα σώμα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το μέτρο της μεταβολής της αλγεβρικής τιμής της ορμής ανάμεσα σε δύο διαδοχικές διελεύσεις του σώματος από τη θέση ισορροπίας είναι  $\Delta p=2\pi \text{ kgm/s}$ . Να βρεθούν:



- A. η αρχική φάση της ταλάντωσης.
- B. το πλάτος της ταλάντωσης.
- Γ. η μάζα του σώματος.
- Δ. ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_1$  που η επιτάχυνση είναι  $-25 \text{ m/s}^2$ . Δίνεται  $\pi^2=10$

**3.** Το κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς  $k=100\text{N/m}$ , είναι ακλόνητα στερεωμένο στη βάση λείου κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης  $\theta=30^\circ$ . Στο πάνω άκρο του ισορροπεί δεμένο σώμα, αμελητέων διαστάσεων, μάζας  $m=1\text{Kg}$ . Συμπιέζουμε το ελατήριο επιπλέον κατά  $x_0=0,1\text{m}$  και τη χρονική στιγμή  $t=0$ , εκτοξεύουμε το σώμα με ταχύτητα μέτρου  $u_0=\sqrt{3}\text{m/s}$  με φορά προς τα κάτω παράλληλη προς το κεκλιμένο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



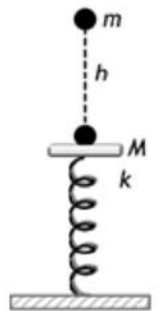
α) Να αποδείξετε ότι το σύστημα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση και να βρείτε τη συχνότητά της.

β) Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης  $A$ .

γ) Να υπολογίσετε τη δύναμη του ελατηρίου στις θέσεις όπου μηδενίζεται η κινητική ενέργεια του σώματος.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10\text{m/s}^2$ .

**4.** Δίσκος μάζας  $M=1\text{Kg}$  είναι συνδεδεμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=200\text{N/m}$ . Το κάτω άκρο του ελατηρίου στερεώνεται σε ακλόνητο σημείο του δαπέδου. Από ύψος  $h=0,15\text{m}$  πάνω από το δίσκο αφήνεται να πέσει ελεύθερο ένα σφαιρίδιο πλαστελίνης μάζας  $m=1\text{Kg}$ , το οποίο συγκρούεται με το δίσκο μετωπικά και πλαστικά. Το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Θεωρείστε την αντίσταση του αέρα και τη διάρκεια της κρούσης αμελητέες.



α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σφαιριδίου ελάχιστα πριν την κρούση.

β) Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος  $\Sigma_2$  κατά την κρούση και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της.

γ) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος. Δίνεται η  $g=10\text{m/s}^2$ .

δ) Να γράψετε τη σχέση που δίνει την δύναμη του ελατηρίου σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος.

ε) Το έργο της δύναμης του ελατηρίου κατά τη μετάβαση του σώματος από τη θέση  $x=+A/2$  στη θέση ισορροπίας του.

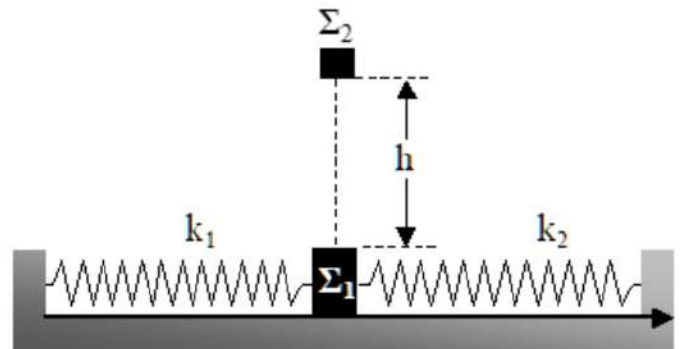
ζ) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης επαναφοράς καθώς και το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου στο κατώτερο σημείο της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

η) Να γράψετε την εξίσωση της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, αν θεωρήσετε ως χρονική στιγμή  $t=0s$  τη στιγμή που το συσσωμάτωμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας με κατεύθυνση προς τα πάνω και ότι ο θετικός ημιάξονας είναι προς τα πάνω.

**5.** Το σώμα  $\Sigma_1$  του σχήματος μάζας  $m_1=1Kg$  μπορεί να εκτελέσει αρμονική ταλάντωση. Το οριζόντιο δάπεδο είναι λείο και τα ελατήρια ιδανικά με σταθερές  $k_1=150N/m$  και  $k_2 = 50 N/m$ .

Εκτρέπουμε το σώμα  $\Sigma_1$  από τη θέση ισορροπίας κατά  $d = +0,24 m$  και τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το αφήνουμε ελεύθερο.

Ταυτόχρονα από ύψος  $h$  πάνω από τη θέση ισορροπίας αφήνεται να πέσει ελεύθερα σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 0,44 kg$ .



Δ1. Να αποδείξετε ότι η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma_1$  είναι  $D=k_1+k_2$

Δ2. Να βρείτε το ύψος  $h$  ώστε το σώμα  $\Sigma_2$  να συναντήσει το  $\Sigma_1$  όταν διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας του.

Δ3. Αν τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά στη θέση ισορροπίας του  $\Sigma_1$ , να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

Όταν το συσσωμάτωμα, αμέσως μετά την πλαστική κρούση, φτάσει για 1<sup>η</sup> φορά στην ακραία θετική του αρχίζει να δρα πάνω του δύναμη αντίστασης της μορφής  $F_{αντ}=0,2v(S.I.)$ , όπου  $v$  η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας.

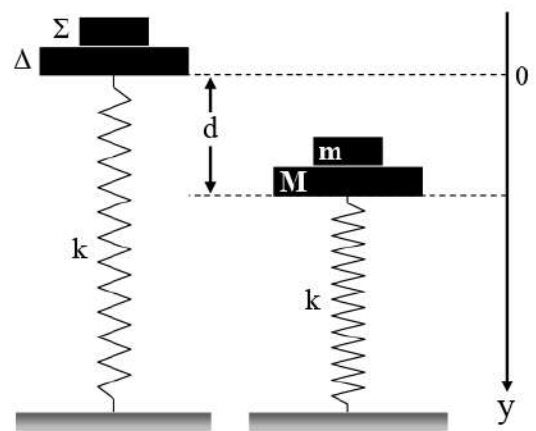
Τη χρονική στιγμή που ο ρυθμός έκλυσης θερμικής ενέργειας στο περιβάλλον είναι ίσος με  $P_{\theta} = 3,2 \text{ J/s}$  να υπολογίσετε:

Δ4. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος

Δ5. Τη συνολική θερμική ενέργεια που ελευθερώνεται στο περιβάλλον από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση έως την χρονική στιγμή που η ταλάντωση του συσσωματώματος σταματά.

Να θεωρήσετε ότι:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**6.** Το ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=200\text{N/m}$  είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Στο άλλο άκρο του είναι σταθερά συνδεδεμένος δίσκος  $\Delta$  μάζας  $M = 1,5 \text{ kg}$ . Πάνω στο δίσκο είναι τοποθετημένο σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m = 0,5 \text{ kg}$ . Το σύστημα ισορροπεί.



Πιέζουμε το σύστημα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά  $d = \sqrt{5}/10\text{m}$  και το αφήνουμε ελεύθερο.

Γ1. Να δείξετε ότι το σώμα  $\Sigma$  θα εγκαταλείψει το δίσκο  $\Delta$ .

Γ2. Ποια είναι η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος  $\Sigma$  τη στιγμή που εγκαταλείπει το δίσκο;

Γ3 Σε πόσο ύψος θα φθάσει το σώμα  $\Sigma$  πάνω από τη θέση στην οποία εγκαταλείπει το δίσκο;

**7.** Ένα σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση στην οποία η δύναμη απόσβεσης είναι της μορφής  $F' = -bv$ . Τη χρονική στιγμή  $t=0$  το πλάτος της ταλάντωσης είναι  $A_0 = 10 \text{ cm}$ . Το σώμα μέχρι τη χρονική στιγμή  $t=10 \text{ s}$  εκτελεί πέντε πλήρεις ταλαντώσεις, ενώ το πλάτος του μειώνεται κατά 50%. Να υπολογίσετε:

A) τη σταθερά  $\Lambda$  της φθίνουσας ταλάντωσης.

B) τη συχνότητα και το πλάτος ταλάντωσης μετά από 15 πλήρεις ταλαντώσεις.

Γ) τη χρονική στιγμή κατά την οποία το πλάτος θα γίνει  $A = 2,5 \text{ cm}$ .

Δ) το έργο της δύναμης απόσβεσης από τη χρονική στιγμή  $t=0\text{s}$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t=10\text{ s}$ , αν η ενέργεια της ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά σε σχέση με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση  $E=10 \cdot e^{-2\Delta t}(\text{J})$ .

**8.** Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, το οποίο εκτείνεται στη διεύθυνση του άξονα  $x'x$ , διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα κατά τη θετική κατεύθυνση. Θεωρούμε αρχή του άξονα το σημείο  $O$  του ελαστικού μέσου το οποίο τη χρονική στιγμή  $t = 0$  αρχίζει να εκτελεί αμείωτη ταλάντωση με εξίσωση  $y = 0,4\eta\mu\omega t$ . Το  $O$  περνά από τη θέση ισορροπίας του 10 φορές σε χρόνο 2 sec. Ένα σημείο  $M$  του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση  $x_M = 1,5\text{m}$  τη χρονική στιγμή  $t = 2 \text{ sec}$  βρίσκεται για 2<sup>η</sup> φορά στη μέγιστη θετική απομάκρυνση.

A. Να βρείτε:

A1. Το μήκος κύματος και τη ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

A2. Την εξίσωση του κύματος.

A3. Την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου  $M$  τις χρονικές στιγμές  $t_1 = 4\text{s}$  και  $t_2 = 4\text{s}$  μετά την έναρξη ταλάντωσης του σημείου  $M$ .

A4. Για πόσο χρόνο ταλαντώνεται το σημείο  $M$  τη στιγμή που έχει απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του  $-0,4 \text{ m}$  για τρίτη φορά.

B1. Το πιο πάνω οδεύον κύμα μεταφέρει ενέργεια  $8 \cdot 10^{-2} \text{ J}$ , σε κάθε υλικό σημείο του γραμμικού ελαστικού μέσου. Πόση είναι η σταθερά ταλάντωσης κάθε υλικού σημείου, δεδομένου ότι όλα εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση;

B2. Να παρασταθεί γραφικά η φάση του κύματος σε συνάρτηση με τις αποστάσεις των διαφόρων σημείων του ελαστικού μέσου από την πηγή για τη χρονική στιγμή  $t = 10 \text{ sec}$ .

B3. Να γίνει η γραφική παράσταση της φάσης συναρτήσει του χρόνου, για το υλικό σημείο  $M$  του ελαστικού μέσου.

B4. Να κατασκευαστεί το διάγραμμα της απομάκρυνσης του σημείου M σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0 έως 2,7 sec.

B5. Να κατασκευαστεί το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή  $t = 1,2 \text{ sec}$ .

B6. Να παρασταθεί γραφικά η φάση του σημείου N για το χρονικό διάστημα 0 έως 12 sec, αν γνωρίζουμε ότι το σημείο N έχει μικρότερη φάση από το σημείο M κατά  $\pi/2 \text{ rad}$  κάποια χρονική στιγμή  $t$  που η διαταραχή έχει φτάσει και στα δύο σημεία.

B7. Να βρείτε τη χρονική διαφορά με την οποία αρχίζουν να ταλαντώνονται τα σημεία M και N.

B8. Ποια είναι η απομάκρυνση και η ταχύτητα του σημείου N από την θέση ισορροπίας του, τη στιγμή που η απομάκρυνση του M από τη θέση ισορροπίας του είναι 0,4m.

Γ. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος ίδιου πλάτους με το αρχικό το οποίο όταν συμβάλλει με αυτό δημιουργεί κατά μήκος του ελαστικού μέσου στάσιμο κύμα. Να θεωρήσετε ότι και για το νέο αρμονικό κύμα στη θέση  $x = 0$  η απομάκρυνση είναι μηδέν και η ταχύτητα θετική.

Γ1. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που δημιουργεί η συμβολή των δύο προηγούμενων κυμάτων.

Γ2. Να βρείτε την εξίσωση της ταχύτητας συναρτήσει του χρόνου για την κοιλία K που απέχει  $\lambda/2$  από το σημείο  $x = 0$ .

Γ3. Να βρείτε την ταχύτητα ταλάντωσης και την επιτάχυνση ενός σημείο K του στάσιμου κύματος που βρίσκεται στη θέση  $x = 3\text{m}$  τη χρονική στιγμή  $t_3 = 3 \text{ sec}$ .

Γ4. Πόση είναι η διαφορά φάσης μεταξύ δύο σημείων του στάσιμου κύματος που απέχουν μεταξύ τους 0,6 m.

Γ5. Σε ποια θέση βρίσκεται ο 11<sup>ος</sup> δεσμός.

Γ6. Πόση πρέπει να γίνει η περίοδος των δύο κυμάτων που συμβάλλουν ώστε την ίδια θέση να βρίσκεται τώρα ο 18<sup>ος</sup> δεσμός.

**9.** Πηγή εγκάρσιων αρμονικών κυμάτων με εξίσωση ταλάντωσης της μορφής  $y=0,1\eta\mu\omega t$  (S.I.) βρίσκεται στο άκρο Ο μιας χορδής μεγάλου μήκους, η οποία ταυτίζεται με το θετικό ημιάξονα Οχ και δημιουργεί στη χορδή κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα  $u=10\text{m/s}$ . Μετά από 2 πλήρεις ταλαντώσεις της πηγής το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση  $x_1 = 1\text{m}$  από την πηγή.

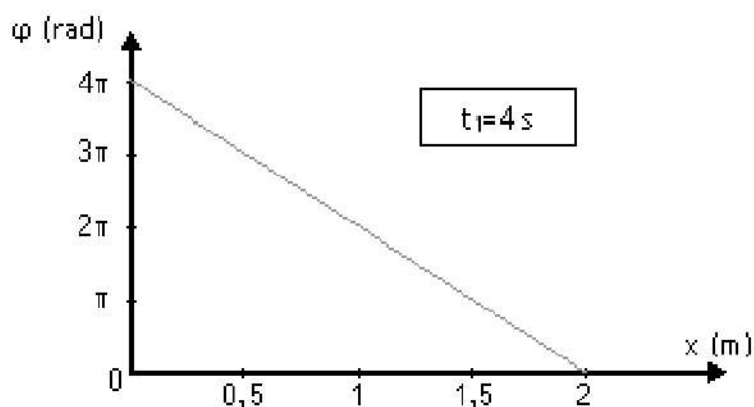
Γ1. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

Γ2. Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης ενός υλικού σημείου Κ της χορδής ( $x_1=+1,25\text{m}$ ) τη χρονική στιγμή  $t_1=1/6\text{ s}$

Γ3. Να βρείτε το πλήθος των υλικών σημείων του ελαστικού μέσου που βρίσκονται σε θετική ακραία θέση τη χρονική στιγμή  $t_3= 0.075\text{s}$ .

Γ4. Να βρείτε την απομάκρυνση του σημείου Κ από τη θ.Ι. του τη χρονική στιγμή που η πηγή φτάνει για τέταρτη φορά στη θέση μέγιστης θετικής απομάκρυνσής της.

**10.** Το σχήμα παρουσιάζει τη γραφική παράσταση  $\varphi = \varphi(x)$  της φάσης των σημείων μιας ομογενούς ελαστικής χορδής, στην οποία διαδίδεται ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα, τη χρονική στιγμή  $t_1 = 4\text{s}$ . Το πλάτος της ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου που ταλαντώνονται είναι  $A=0.2\text{m}$ . Δύο σημεία Κ και Λ της χορδής βρίσκονται στις θέσεις  $x_K = + 1\text{m}$  και  $x_\Lambda = +1.5\text{m}$  αντίστοιχα.



Δ1. Να υπολογιστεί το μήκος κύματος και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος και να γραφεί η εξίσωση  $u=f(x,t)$  της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου.

Δ2. Να βρεθεί η χρονική διαφορά με την οποία ξεκινούν να ταλαντώνονται τα σημεία Κ, Λ.

Δ3. Να βρεθεί η φορά κίνησης του σημείου Λ, τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

Δ4. Να βρεθεί η ταχύτητα του σημείου Λ τη χρονική στιγμή που το σημείο Κ βρίσκεται στη ΘΙ του για 5<sup>η</sup> φορά μετά την έναρξη της ταλάντωσης του.

**11.** Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται σε ομογενές γραμμικό ελαστικό μέσο (χορδή) κατά μήκος της ημιευθείας  $Ox$  προς τη θετική κατεύθυνση. Η διάδοση του κύματος γίνεται χωρίς απώλειες ενέργειας. Η πηγή του κύματος βρίσκεται στο άκρο  $O$  της χορδής. Δύο υλικά σημεία της χορδής ίδιας στοιχειώδους μάζας  $\Delta m$  βρίσκονται στα σημεία  $K$  και  $\Lambda$  της χορδής, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.



Σχήμα 3

Τα υλικά σημεία  $K$ ,  $\Lambda$  απέχουν μεταξύ τους απόσταση  $(K\Lambda) = 0,2\text{m}$ . Το κύμα κατά τη διάδοσή του περνάει πρώτα από το σημείο  $K$  και μετά από το σημείο  $\Lambda$ . Θεωρούμε ως αρχή μέτρησης των αποστάσεων ( $x = 0$ ), τη θέση ισορροπίας του υλικού σημείου  $K$  και ως αρχή μέτρησης των χρόνων ( $t = 0$ ), τη χρονική στιγμή που το κύμα φτάνει για πρώτη φορά στο σημείο  $K$ . Το σημείο  $K$  τη στιγμή αυτή βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του ( $y = 0$ ) και ξεκινά να κινείται προς τη θετική κατεύθυνση. Κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του υλικού σημείου  $K$ , η κινητική του ενέργεια μεγιστοποιείται κάθε  $0,25\text{s}$ . Παρατηρούμε ότι, μια χρονική στιγμή που το υλικό σημείο  $\Lambda$  βρίσκεται σε κορυφή κύματος ( $y = +A$ ), το υλικό σημείο  $K$  βρίσκεται και αυτό σε κορυφή κύματος ( $y = +A$ ) και ανάμεσά τους υπάρχει ακόμα μια κορυφή κύματος ( $y = +A$ ). Η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των ακραίων θέσεων ταλάντωσης του υλικού σημείου  $K$  είναι  $0,04\text{m}$ .

Γ1. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος  $\lambda$ , τη συχνότητα  $f$  και την ταχύτητα διάδοσής του κύματος.

Γ2. Να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του υλικού σημείου  $\Lambda$  σε συνάρτηση με τον χρόνο και να κάνετε τη γραφική της παράσταση σε συνάρτηση με τον χρόνο, σε βαθμολογημένους άξονες από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_1 = 1,75\text{s}$ .

Αυξάνουμε τη συχνότητα ταλάντωσης της πηγής χωρίς να αλλάξει το πλάτος του κύματος.

Γ3. Να υπολογίσετε την αύξηση της συχνότητας  $\Delta f$  έτσι ώστε, όταν μια χρονική στιγμή τα υλικά σημεία  $K$  και  $\Lambda$  βρίσκονται σε κορυφές κυμάτων ( $y = +A$ ), ανάμεσά τους να υπάρχουν συνολικά 3 κορυφές κύματος ( $y = +A$ ).

Γ4. Αν  $K_{\max,1}$  είναι η μέγιστη κινητική ενέργεια του υλικού σημείου  $K$  πριν την αλλαγή της συχνότητας  $f$  και  $K_{\max,2}$  η κινητική του ενέργεια μετά την αλλαγή της συχνότητας  $f$ , να υπολογίσετε την τιμή του λόγου  $\frac{K_{\max,1}}{K_{\max,2}}$ .

**12.** Γραμμικό ελαστικό μέσο εκτείνεται κατά μήκος του οριζόντιου ημιάξονα  $Ox$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , το υλικό σημείο  $O$  του ελαστικού μέσου ( $x = 0$ ), αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, η απομάκρυνση της οποίας περιγράφεται από την εξίσωση  $y = 0,1 \eta \mu \omega t$  (SI). Η ταλάντωση του σημείου  $O$  εξελίσσεται στην κατακόρυφη διεύθυνση και έχει ως αποτέλεσμα την παραγωγή αρμονικού κύματος το οποίο διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του ημιάξονα  $Ox$ .

Αν γνωρίζουμε ότι τη χρονική στιγμή  $0,4s$  το υλικό σημείο  $O$  έχει εκτελέσει δυο πλήρεις ταλαντώσεις και την ίδια χρονική στιγμή το κύμα έχει διαδοθεί μέχρι τη θέση  $x_1 = 4m$ , τότε:

Γ1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης ενός σημείου  $N$ , που βρίσκεται στη θέση  $x_2 = 3m$ , τη χρονική στιγμή κατά την οποία η φάση του σημείου  $O$  είναι  $3,75\pi \text{rad}$ .

Γ2. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή  $0,25s$  και να προσδιορίσετε τις θέσεις των σημείων του ελαστικού μέσου που έχουν μέγιστη κινητική ενέργεια εκείνη τη χρονική στιγμή.

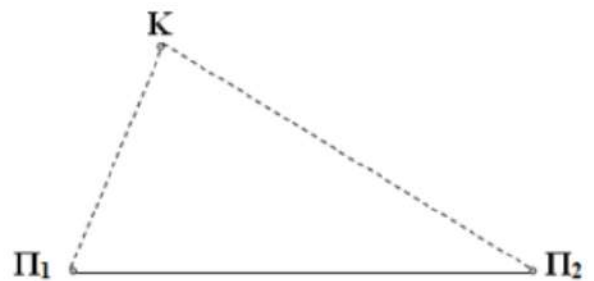
Αν θεωρήσουμε ότι κατά μήκος του ίδιου μέσου διαδίδεται ταυτόχρονα και προς την αντίθετη κατεύθυνση δεύτερο αρμονικό κύμα που έχει ίδιο πλάτος και ίδιο μήκος κύματος με το πρώτο, τότε στη χορδή δημιουργείται στάσιμο κύμα.

Γ3. Να γράψετε την εξίσωση του δεύτερου κύματος καθώς και την εξίσωση του στάσιμου κύματος.

Γ4. Να βρείτε το πλήθος των σημείων του μέσου μεταξύ των σημείων  $O$  και  $N$  τα οποία παραμένουν τώρα συνεχώς ακίνητα.

Δίνονται :  $\sin \frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$  και  $\pi = 3,14$

**13.** Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα. Τη χρονική στιγμή  $t=0$  οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται με απομακρύνσεις που περιγράφονται από τη σχέση  $y = 0,05 \eta \mu(4\pi t)$ , (SI). Η ταχύτητα διάδοσης των εγκαρσίων κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι ίση με  $u = 2m/s$ . Σε ένα σημείο  $K$ , της επιφάνειας του υγρού, το



κύμα από την πηγή  $\Pi_1$  φτάνει τη χρονική στιγμή  $t_1=1\text{s}$  , ενώ το κύμα από την πηγή  $\Pi_2$  φτάνει όταν η πηγή  $\Pi_2$  έχει εκτελέσει 4 πλήρεις ταλαντώσεις.

Να βρείτε:

Γ1. Πόσο απέχει το σημείο K από τις δύο πηγές.

Γ2. Πόση θα είναι η συχνότητα και το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου K μετά την συμβολή των δύο κυμάτων;

Γ3. Πόσες υπερβολές ενίσχυσης υπάρχουν ανάμεσα στο σημείο K και την μεσοκάθετο στο ευθύγραμμο τμήμα  $\Pi_1\Pi_2$ ;

Γ4. Την απομάκρυνση του υλικού σημείου K τη χρονική στιγμή  $t=1,5\text{s}$ .

**14.** Δύο σύγχρονες πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  εγκάρσιων αρμονικών κυμάτων, που βρίσκονται στα σημεία A και B της ήρεμης επιφάνειας ενός υγρού αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή  $t=0$ , χωρίς αρχική φάση, δημιουργώντας κύματα ίδιου πλάτους  $A=4\text{mm}$ , τα οποία διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού με ταχύτητα  $v=0,5\text{m/s}$ . Η απόσταση (AB) είναι  $42\text{cm}$ . Ένα σημείο M της 3ης υπερβολής ενισχυτικής συμβολής δεξιά της μεσοκαθέτου, απέχει  $r_1=40\text{cm}$  από την πηγή  $\Pi_1$  και  $r_2$  από την πηγή  $\Pi_2$ , με  $r_1 > r_2$ . Τα δύο κύματα φτάνουν στο σημείο M με χρονική διαφορά  $\Delta t=0,6\text{s}$ . Στο σημείο M βρίσκεται μικρό κομμάτι φελλού, μάζας  $m=2\text{g}$ , που μπορεί να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση κάθετα στην επιφάνεια του υγρού.

A) Να υπολογίσετε το μήκος κύματος  $\lambda$  των δύο κυμάτων και τη συχνότητα  $f$  των δύο πηγών.

B) Να βρείτε τη μέγιστη κινητική ενέργεια του φελλού σε σχέση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα  $0 \leq t \leq 1,2\text{s}$  και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες.

Γ) Να υπολογίσετε πόσα σημεία παραμένουν διαρκώς ακίνητα και βρίσκονται μεταξύ των σημείων A και B του ευθυγράμμου τμήματος AB.

Δ) Να υπολογίσετε ποια είναι η ελάχιστη συχνότητα των δύο πηγών για την οποία ο φελλός που βρίσκεται στο σημείο M, μπορεί να παραμένει διαρκώς ακίνητος μετά τη συμβολή των δύο κυμάτων.

Δίνεται ότι  $\pi^2=10$ .

**15.** Οριζόντια ελαστική χορδή μήκους  $L=1\text{m}$  έχει το δεξί άκρο της  $A(x_A=1\text{m})$  στερεωμένο σε ακλόνητο εμπόδιο. Το αριστερό άκρο  $O(x=0)$  είναι ελεύθερο να κινηθεί. Στη χορδή έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα, με το  $O$  να είναι κοιλία, η οποία ταλαντώνεται με πλάτος  $A_0=1,6\text{m}$ . Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου  $O$  ισούται με  $u_{\max(o)}=16\pi\text{ m/s}$ , ενώ μεταξύ των  $O$  και  $A$  εμφανίζονται δύο δεσμοί.

**Γ1.** Να υπολογίσετε το μήκος κύματος των κυμάτων των οποίων η συμβολή παρήγαγε το στάσιμο.

**Γ2.** Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος.

**Γ3.** Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο της χορδής τη χρονική στιγμή  $t_1=0,3\text{s}$

**Γ4.** Να υπολογίσετε την απομάκρυνση του υλικού σημείου  $Z(x_Z = 0,4)$  τη στιγμή που το υλικό σημείο  $O$  βρίσκεται σε ακραία αρνητική απομάκρυνση.

**16.** Ημιτονοειδές ηλεκτρομαγνητικό κύμα συχνότητας  $f=10^{14}\text{Hz}$  διαδίδεται σε υλικό μέσο κατά μήκος του άξονα  $x'Ox$ . Η μέγιστη τιμή της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου ισούται με  $E_{\max}=2\cdot 10^6\text{ V/m}$ , ενώ η μέγιστη τιμή της έντασης του μαγνητικού πεδίου ισούται με  $B_{\max}=10^{-2}\text{T}$ .

**Γ1.** Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος στο υλικό μέσο.

**Γ2.** Να γράψετε την εξίσωση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου και την εξίσωση της έντασης του μαγνητικού πεδίου σε συνάρτηση με το χρόνο, αν δίνεται ότι τα δύο μεγέθη είναι συμφασικά και τη χρονική στιγμή  $t=0$  η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στη θέση  $x=0$  έχει μηδενική αρχική φάση.

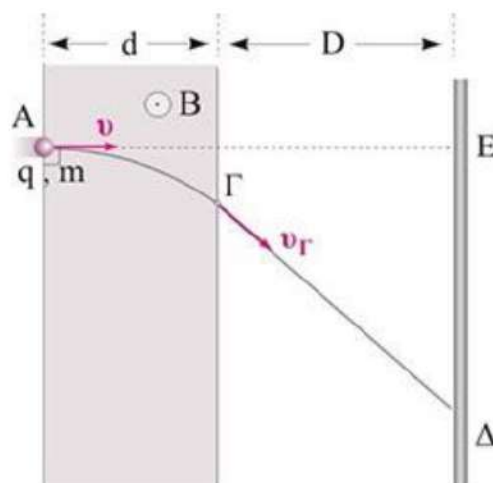
Αν το ίδιο ηλεκτρομαγνητικό κύμα διαδιδόταν στο κενό, θα είχε μέγιστη ένταση ηλεκτρικού πεδίου που θα ήταν 10% μικρότερη από αυτή που δίνεται παραπάνω.

**Γ3.** Να υπολογίσετε πόσο τοις εκατό μικρότερη θα ήταν η μέγιστη ένταση του μαγνητικού πεδίου.

**Γ4.** Να γράψετε την εξίσωση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου κατά τη διάδοση του κύματος αυτού στο κενό.

Δίνεται η ταχύτητα του ηλεκτρομαγνητικού κύματος στο κενό:  $c=3\cdot 10^8\text{m/s}$ .

**17.** Ένα θετικά φορτισμένο σωματίδιο φορτίου  $q=1\mu\text{C}$  και μάζας  $m=10^{-12}\text{kg}$  εισέρχεται με αρχική ταχύτητα μέτρου  $u=2\cdot 10^3\text{m/s}$  κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης  $B=0,1\text{T}$  και πλάτους  $d=\sqrt{3}\text{cm}$ , όπως δείχνεται στο σχήμα. Σε οριζόντια απόσταση  $D=2\sqrt{3}\text{cm}$  από το δεξιό όριο του μαγνητικού πεδίου, υπάρχει πέτασμα, παράλληλο στα όρια του πεδίου, στο οποίο κτυπά το σωματίδιο (σημείο  $\Delta$ ). Να βρείτε:



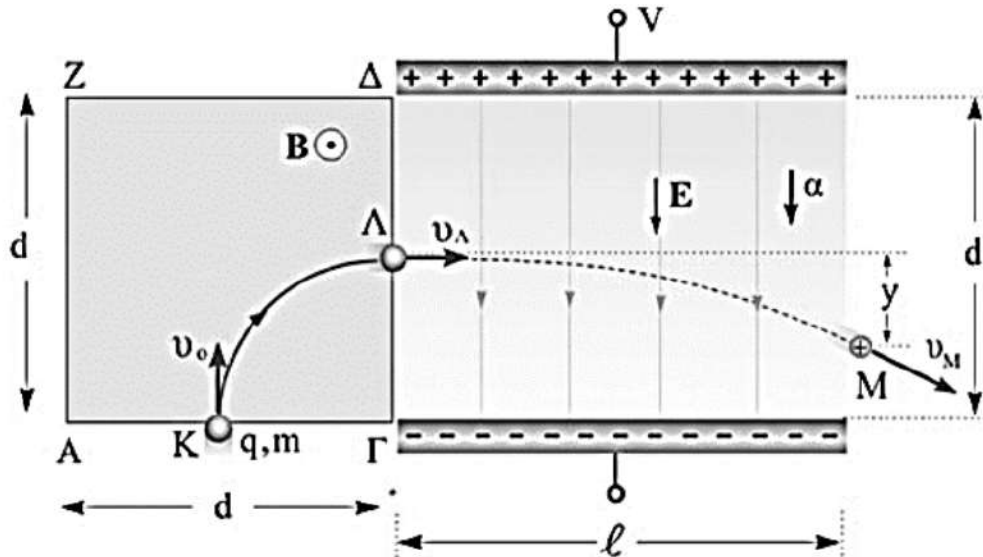
- την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς.
- τη γωνιακή εκτροπή κατά την έξοδο του σωματιδίου από το μαγνητικό πεδίο.
- την ολική γραμμική εκτροπή (ΕΔ).
- τον ολικό χρόνο κίνησης του σωματιδίου από τη στιγμή που αυτό εισέρχεται στο μαγνητικό πεδίο μέχρι να κτυπήσει στο πέτασμα ( $t_{\Delta\Delta}$ ).

**18.** Ένα πρωτόνιο και ένα σωματίο  $\alpha$  εισέρχονται ταυτόχρονα με ίδιες ταχύτητες  $v$  κάθετα στις δυναμικές γραμμές ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης  $B$ . Το πρωτόνιο έχει μάζα  $m_1=m_p$  και φορτίο  $q_1=q_p$ , το σωματίο  $\alpha$  έχει μάζα  $m_2=4m_p$  και φορτίο  $q_2=2q_p$ .

- Να βρεθεί η σχέση των ακτίνων των κυκλικών τροχιών που διαγράφουν τα δύο σωματίδια και να σχεδιαστεί η τροχιά κάθε σωματιδίου.
- Να βρείτε ποιο σωματίδιο θα εξέλθει πρώτο από το μαγνητικό πεδίο.
- Να βρείτε μετά από πόσο χρονικό διάστημα, από την έξοδο του πρώτου, θα εξέλθει το δεύτερο σωματίδιο από το μαγνητικό πεδίο.
- Να βρείτε πόσο απέχουν τα δύο σωματίδια όταν εξέρχεται το δεύτερο σωματίδιο από το μαγνητικό πεδίο.

**19.** Δέσμη φορτισμένων σωματιδίων εισέρχεται με ταχύτητα  $v_0$  κάθετα στις δυναμικές γραμμές ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης μέτρου  $B=0,1\text{T}$ , το οποίο έχει τη μορφή

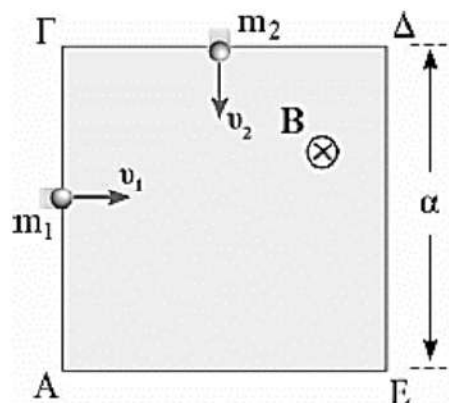
τετραγώνου πλευράς  $d=0,1\text{m}$ . Τα πρωτόνια εισέρχονται από το μέσο  $K$  της πλευράς  $ΑΓ$ , κάθετα σε αυτήν και εξέρχονται από το σημείο  $\Lambda$  που είναι το μέσο της πλευράς  $\Gamma\Delta$  σε διεύθυνση κάθετη σε αυτήν, όπως δείχνεται στο παρακάτω σχήμα.



Όταν τα σωματίδια εξέρχονται από το μαγνητικό πεδίο, εισέρχονται αμέσως σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης μέτρου  $E$ , με ταχύτητα  $v_L$  που είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου. Το ηλεκτρικό πεδίο δημιουργείται από δύο παράλληλες πλάκες που απέχουν μεταξύ τους  $d$  και έχουν μήκος  $\ell = 15\text{cm}$ . Τα σωματίδια κατά την κίνησή τους στο ηλεκτρικό πεδίο εκτρέπονται από την ευθύγραμμη πορεία τους κατά  $y=2,25\text{cm}$ .

- Γ1. Να βρείτε το είδος του φορτίου του σωματιδίου και το μέτρο της ταχύτητας  $v_0$ .
  - Γ2. Να βρείτε το χρόνο κίνησης των φορτισμένων σωματιδίων μέσα στο μαγνητικό πεδίο.
  - Γ3. Να βρείτε την τιμή της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου
  - Γ4. Να βρείτε την τιμή και την κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου που θα έπρεπε να συνυπάρχει με το ηλεκτρικό πεδίο, έτσι ώστε τα φορτισμένα σωματίδια να μην εκτρέπονται από την ευθύγραμμη πορεία τους κατά την κίνησή τους μεταξύ των παράλληλων πλακών.
- Δίνεται για τα σωματίδια πρωτόνιο ο λόγος  $q/m=10^8\text{C/kg}$  και  $\pi=3,14$ .

**20.** Ένα θετικά φορτισμένο σωματίδιο με μάζα  $m_1=10^{-12}\text{kg}$  και φορτίο  $q=1\mu\text{C}$  εισέρχεται με ταχύτητα μέτρου  $v_1$ , κάθετα στις μαγνητικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης μέτρου  $B=0,01\text{T}$ , του οποίου η εγκάρσια τομή είναι τετράγωνο πλευράς  $a=4\text{cm}$ , όπως δείχνεται στο σχήμα. Το σωματίδιο με μάζα  $m_1$  εισέρχεται στο πεδίο από το μέσο  $M$  της πλευράς  $A\Gamma$  και κάθετα σ' αυτή και όταν φτάσει στο μέσο της πλευράς  $\Gamma\Delta$ , συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερο αφόρτιστο σωματίδιο μάζας  $m_2=3\cdot 10^{-12}\text{kg}$ , το οποίο εκείνη τη στιγμή κινείται σε διεύθυνση κάθετη στην πλευρά  $\Gamma\Delta$ , προς το χώρο του μαγνητικού πεδίου, με ταχύτητα μέτρου  $v_2$ , όπως δείχνεται στο σχήμα. Το πρώτο σωματίδιο μετά την κρούση κινείται μέσα στο πεδίο και εξέρχεται από το σημείο  $E$ .



Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας  $v_1$  του σωματιδίου μάζας  $m_1$ .

Δ2. Να υπολογίσετε την ακτίνα  $R_2$  της δεύτερης κίνησης του σωματιδίου μάζας  $m_1$ , μετά την κρούση και μέχρι την έξοδό του από το σημείο  $E$ .

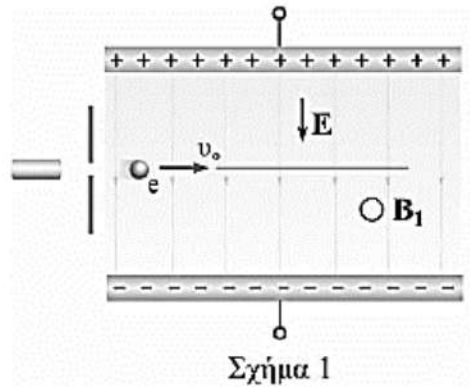
Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας  $v_2$  του σωματιδίου μάζας  $m_2$ , πριν την κρούση.

Δ4. Να υπολογίσετε τον συνολικό χρόνο παραμονής του σωματιδίου μάζας  $m_1$ , μέσα στο μαγνητικό πεδίο.

Δ5. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σωματιδίου μάζας  $m_1$ , από την είσοδό του στο πεδίο μέχρι την έξοδό του.

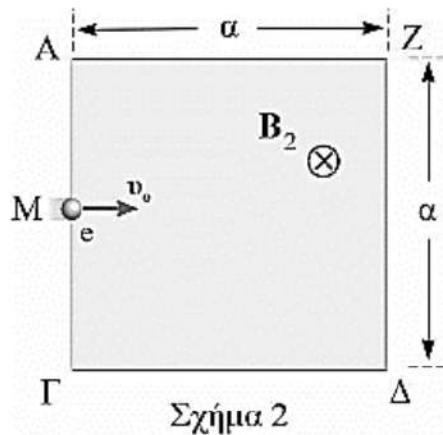
Δίνεται  $\eta\mu(\pi/3,4)=0,8$ .

**21.** Μία δέσμη ηλεκτρονίων διέρχεται μέσα από έναν επιλογέα ταχυτήτων όπου συνυπάρχουν ένα ομογενές ηλεκτρικό πεδίο με ένταση μέτρου  $E=3,2\times 10^3\text{N/C}$  και ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο με ένταση μέτρου  $B_1$ . Τα ηλεκτρόνια με την επίδραση των δύο πεδίων κινούνται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 1,6 \times 10^6 \text{ m/s}$  (βλ. σχήμα 1).



Δ1. Να προσδιορίσετε την κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου  $B_1$  και να υπολογίσετε το μέτρο της έντασής του.

Τα ηλεκτρόνια εξερχόμενα από τον επιλογέα ταχυτήτων, με την ταχύτητα μέτρου  $v_0$ , εισέρχονται σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο, το οποίο έχει σχήμα τετραγώνου ΑΓΔΖ πλευράς  $a=12\text{cm}$ . Το σημείο εισόδου Μ των ηλεκτρονίων είναι το μέσο της πλευράς ΑΓ του τετραγώνου και η ταχύτητά τους είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου (βλ.σχήμα 2).



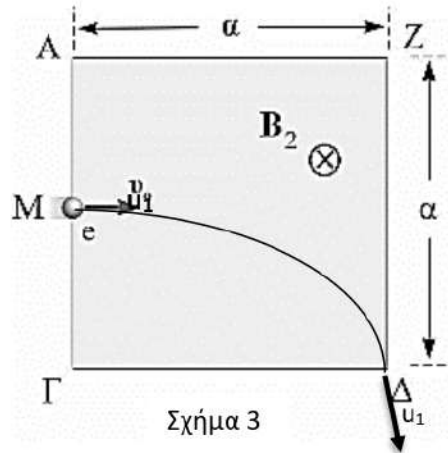
Τα ηλεκτρόνια εξέρχονται από την πλευρά ΓΔ με την ταχύτητά τους κάθετη σε αυτή.

Δ2. Να προσδιορίσετε το σημείο εξόδου, δικαιολογώντας την απάντησή σας και να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης  $B_2$  του μαγνητικού πεδίου.

Δ3. Να υπολογίσετε τον χρόνο παραμονής ενός ηλεκτρονίου μέσα στο μαγνητικό πεδίο.

Δ4. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής ενός ηλεκτρονίου κατά τη διάρκεια της κίνησής του μέσα στο μαγνητικό πεδίο .

Δ5. Μεταβάλλουμε το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου στον επιλογέα ταχυτήτων σε  $E_1$  και τα ηλεκτρόνια εισέρχονται στο πεδίο πάλι από το μέσον M της πλευράς ΑΓ και εξέρχονται από το σημείο Δ όπως φαίνεται στο σχήμα 3.



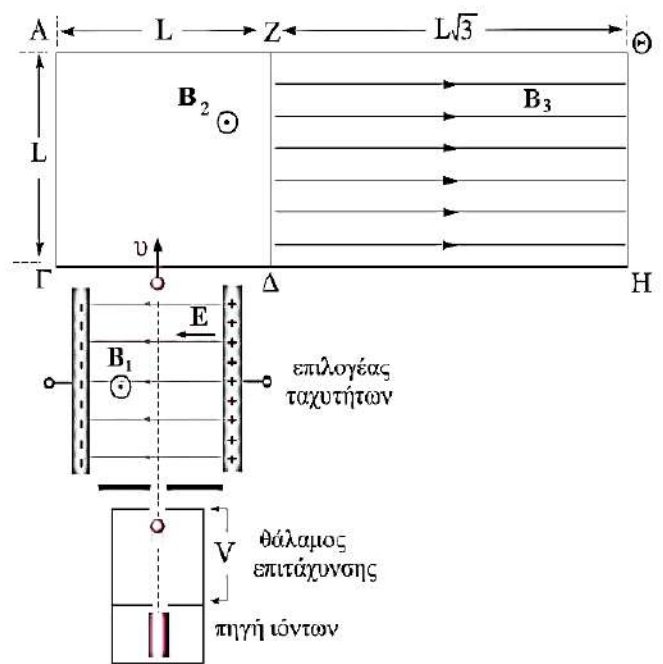
Να προσδιορίσετε το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίο  $E_1$ .

Δίνονται:

- Μάζα ηλεκτρονίου  $m = 9 \times 10^{-31}$  kg.
- Στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο  $e = 1,6 \times 10^{-19}$  C.
- Η κίνηση των σωματιδίων θεωρείται ότι γίνεται στο κενό και οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις είναι αμελητέες.

**22.** Στο σχήμα απεικονίζεται η εγκάρσια τομή μιας διάταξης. Στην αρχή της διάταξης, έχουμε μια πηγή ισοτόπων θετικών ιόντων που επιταχύνονται από την ηρεμία με διαφορά δυναμικού  $V$ . Τα ιόντα περνούν από τον επιλογέα ταχυτήτων που αποτελείται από ένα ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης μέτρου  $E=10V/m$  και ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου  $B_1=10^{-3}T$  με τις δυναμικές γραμμές των πεδίων κάθετες μεταξύ τους.

Όσα ιόντα εξέρχονται από τον επιλογέα, εισέρχονται με ταχύτητα μέτρου  $v$  κάθετα στο μέσον της πλευράς ΓΔ και κάθετα στις



δυναμικές γραμμές δεύτερου μαγνητικού πεδίου έντασης μέτρου  $B_2=10^{-3}T$  με τομή σχήματος

Τελευταία επανάληψη

τετραγώνου πλευράς  $L=0,2\text{m}$ . Τέλος, αυτά εξερχόμενα από το δεύτερο πεδίο και έχοντας εκτραπεί από την αρχική πορεία τους κατά γωνία  $\theta$ , εισέρχονται σε χώρο που υπάρχει τρίτο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου  $B_3=10^{-2}\text{T}$  μήκους  $L\sqrt{3}$  με τις δυναμικές γραμμές όπως δείχνονται στο σχήμα και εξέρχονται από την πλευρά  $H\Theta$ .

**Γ1.** Να υπολογίσετε την τάση  $V$  του επιταχυντή.

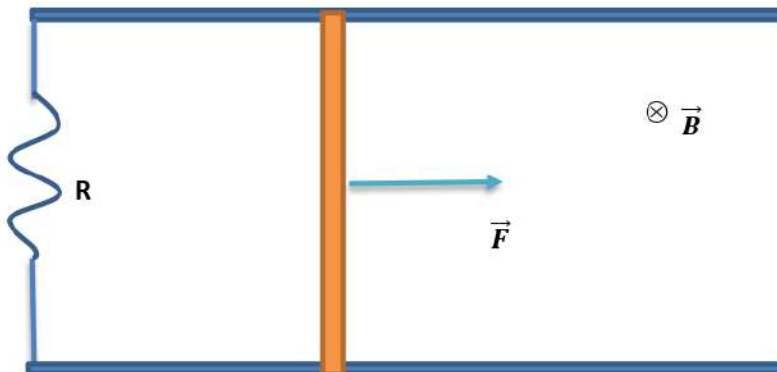
**Γ2.** Να υπολογίσετε την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς,  $R_2$  και τον χρόνο κίνησης των ιόντων στο μαγνητικό πεδίο έντασης  $B_2$ .

**Γ3.** Να υπολογίσετε το βήμα και την ακτίνα  $R_3$  της ελικοειδούς κίνησης των ιόντων στο μαγνητικό πεδίο έντασης  $B_3$ .

**Γ4.** Να υπολογίσετε το μήκος της ελικοειδούς τροχιάς καθώς και τον αριθμό στροφών των ιόντων στο μαγνητικό πεδίο έντασης  $B_3$ .

Δίνονται  $q=1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$ ,  $m=3,2 \cdot 10^{-27}\text{Kg}$ .

**23.** Δύο παράλληλοι οριζώντιοι αγωγοί  $Ax$  και  $A'x'$  με αμελητέα αντίσταση απέχουν μεταξύ τους  $l = 1\text{ m}$  και τα άκρα τους  $A$  και  $A'$  συνδέονται με αγωγό αντίστασης  $R = 3\ \Omega$ . Ένας άλλος αγωγός  $ΚΛ$ , με μάζα  $m=0,5\text{ kg}$ , και αντίσταση  $R_1=1\ \Omega$ , μπορεί και ολισθαίνει χωρίς τριβές μένοντας κάθετος και σε επαφή με τους παράλληλους αγωγούς  $Ax$  και  $A'x'$ . Το σύστημα των τεσσάρων αγωγών βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο  $B=0,5\text{ T}$  κάθετο στο επίπεδό τους. Ο αγωγός  $ΚΛ$  είναι αρχικά ακίνητος. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ασκείται στον αγωγό  $ΚΛ$  δύναμη  $F$ , της ίδιας διεύθυνσης με αυτή των παράλληλων αγωγών, η οποία τον εξαναγκάζει να κινηθεί με σταθερή επιτάχυνση  $a = 2\text{ m/s}^2$ .



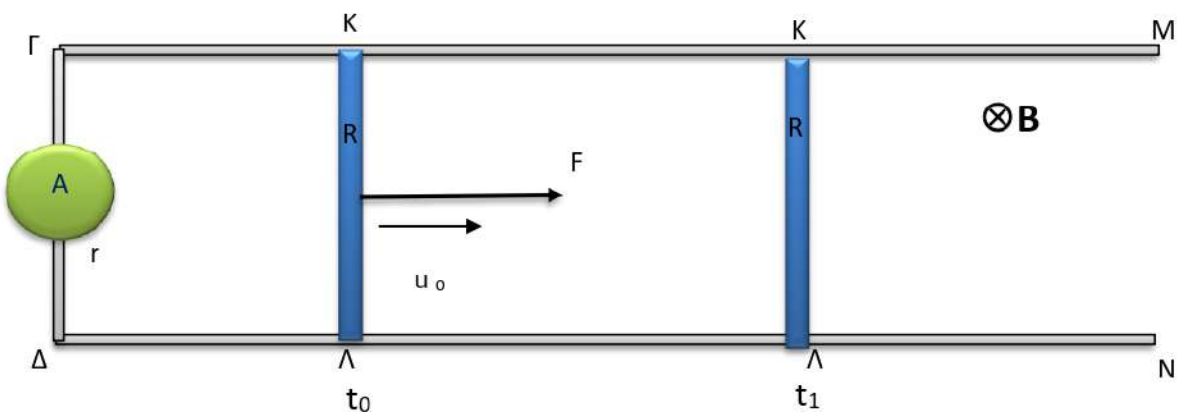
**Δ1.** Να γράψετε τη σχέση που δίνει την εξωτερική δύναμη σε συνάρτηση με τον χρόνο  $F = F(t)$ .

**Δ2.** Να υπολογίσετε το επαγωγικό φορτίο που πέρασε από μία διατομή του αγωγού, ΚΛ στο χρονικό διάστημα από  $t_0 = 0$  έως  $t_1 = 1\text{ s}$ .

**Δ3.** Αν το έργο που παράγει η δύναμη  $F$  από τη χρονική στιγμή  $t=0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t = 10\text{ s}$  είναι  $125\text{ J}$ , να υπολογιστεί η θερμότητα που παράχθηκε στην αντίσταση  $R$  στο ίδιο χρονικό διάστημα.

**Δ4.** Να υπολογιστεί ο ρυθμός με τον οποίο αυξάνεται η κινητική ενέργεια του αγωγού τη χρονική στιγμή  $t = 4\text{ s}$ .

**24.** Τα άκρα  $\Gamma$  και  $\Delta$  δύο παράλληλων οριζόντιων αγωγών  $\Gamma\text{M}$  και  $\Delta\text{N}$ , οι οποίοι δεν έχουν ωμική αντίσταση, συνδέονται με ένα αμπερόμετρο εσωτερικής αντίστασης  $r=2\Omega$ . Επάνω στο επίπεδο των δύο αγωγών είναι τοποθετημένος, κάθετα προς τη διεύθυνσή τους, άλλος ευθύγραμμος αγωγός  $\text{KL}$  μήκους  $L = 0,5\text{ m}$ , ο οποίος μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές. Η μάζα του αγωγού  $\text{KL}$  είναι  $m=5\text{ kg}$  και η αντίστασή του  $R = 8\Omega$ . Το σύστημα των τριών αγωγών βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο του οποίου η ένταση  $B = 2\text{ T}$  είναι κάθετη στο επίπεδο των δύο αγωγών. Από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , κατά την οποία ο αγωγός  $\text{KL}$  έχει ταχύτητα  $v_0 = 12\text{ m/s}$  παράλληλη προς τους αγωγούς  $\Gamma\text{M}$  και  $\Delta\text{N}$ , ασκείται εξωτερική δύναμη  $\vec{F}$  ομόρροπη προς την ταχύτητα. Ο αγωγός  $\text{KL}$  αποκτά σταθερή επιτάχυνση  $a = 2\text{ m/s}^2$  ομόρροπη προς την ταχύτητα.



**Γ1.** Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό.

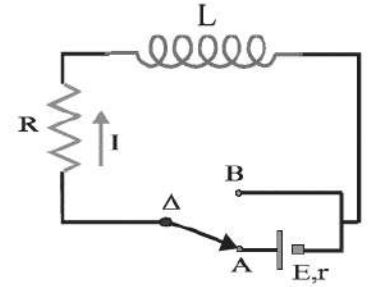
**Γ2.** Να βρείτε το φορτίο που περνάει από το αμπερόμετρο κατά τα 5 πρώτα δευτερόλεπτα της κίνησης του αγωγού.

**Γ3.** Να υπολογίσετε το μέτρο της εξωτερικής δύναμης  $\vec{F}$  κατά τη χρονική στιγμή  $t_1=5s$ .

Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5s$  καταργείται η δύναμη  $\vec{F}$ .

**Γ4.** Να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται από τον αντιστάτη R από τη χρονική στιγμή  $t_1=5s$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_2$  που θα σταματήσει ο αγωγός.

**25.** Στο κύκλωμα του σχήματος το ιδανικό πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής  $L = 0,1 \text{ H}$ , η ηλεκτρεγερτική δύναμη της ιδανικής πηγής είναι  $E = 20 \text{ V}$  και η αντίσταση  $R = 4 \Omega$ . Ο μεταγωγός βρίσκεται αρχικά στη θέση A και το πηνίο διαρρέεται από σταθερό ρεύμα.



**Γ1.** Να υπολογιστεί η τιμή του σταθερού ρεύματος στο κύκλωμα.

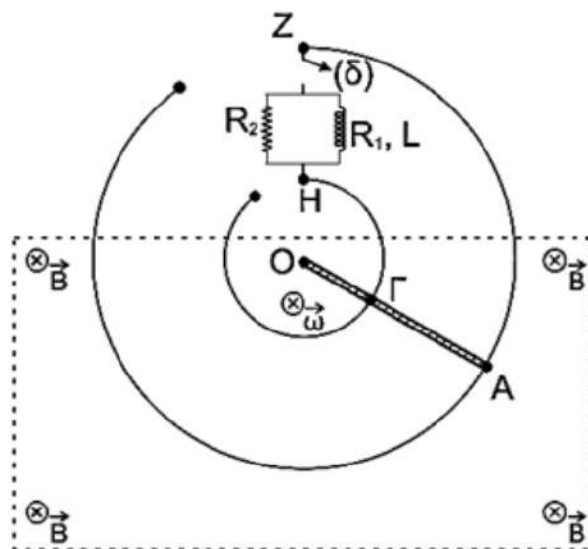
Τοποθετούμε το διακόπτη στη θέση B και το κύκλωμα για λίγο χρόνο εξακολουθεί να διαρρέεται από ρεύμα.

**Γ2.** Να υπολογιστεί η ηλεκτρεγερτική δύναμη που εμφανίζεται στο πηνίο καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο μεταβάλλεται η ένταση του ρεύματος, τη στιγμή κατά την οποία το ρεύμα στο κύκλωμα έχει τιμή  $i=2 \text{ A}$ .

**Γ3.** Πόση θερμότητα αποδίδεται στο περιβάλλον, από τη στιγμή που ο μεταγωγός τοποθετείται στη θέση B μέχρι να μηδενιστεί το ρεύμα στο κύκλωμα;

**Γ4.** Να υπολογίσετε το ρυθμό με τον οποίο προσφέρει ενέργεια το πηνίο στο κύκλωμα την στιγμή που το ρεύμα ελαττώνεται με ρυθμό  $di/dt=20\text{A/s}$ .

**26.** Η μεταλλική ράβδος ΟΑ περιστρέφεται κατά τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\vec{\omega}$  μέτρου  $\omega = 2 \text{ rad/s}$  σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Ο. Κατά τη διάρκεια της περιστροφής ο αγωγός εφάπτεται σε κυκλικούς αγωγίμους οδηγούς ακτίνων  $(OA) = \ell_1 = 0,4 \text{ m}$  και  $(O\Gamma) = \ell_2 = 0,2 \text{ m}$ . Οι κυκλικοί οδηγοί, τα σύρματα σύνδεσης και ο αγωγός ΟΑ έχουν αμελητέα ωμική αντίσταση.



Ο διακόπτης  $(\delta)$  αρχικά είναι ανοιχτός. Το

μέτρο της έντασης του ομογενούς μαγνητικού πεδίου είναι ίσο με  $B = 1 \text{ T}$  και η φορά της από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι η τάση  $V_{A\Gamma}$  μεταξύ των σημείων επαφής Α, Γ του περιστρεφόμενου αγωγού με τους κυκλικούς οδηγούς είναι ίση με  $V_{A\Gamma} = 0,12 \text{ V}$ .

Μεταξύ των άκρων Ζ και Η των κυκλικών οδηγών, παρεμβάλλεται το κύκλωμα του παραπάνω σχήματος, το οποίο βρίσκεται έξω από το ομογενές μαγνητικό πεδίο. Το κύκλωμα περιλαμβάνει πηνίο που έχει συντελεστή αυτεπαγωγής  $L = 0,2 \text{ H}$  και ωμική αντίσταση  $R_1 = 1,2 \Omega$ . Ο αντιστάτης  $R_2$  έχει ωμική αντίσταση  $R_2 = 0,6 \Omega$ .

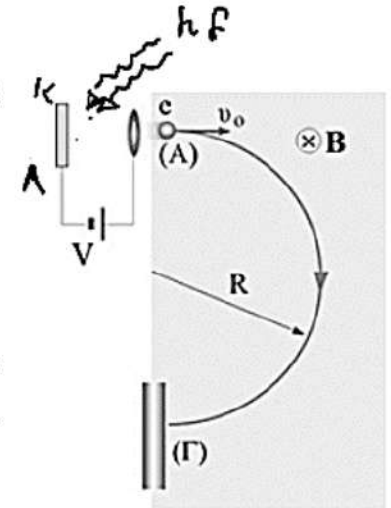
**Δ2.** Κάποια στιγμή κλείνουμε τον διακόπτη  $(\delta)$ . Να σχεδιάσετε και να αιτιολογήσετε την πολικότητα της ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο πηνίο. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο πηνίο αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη  $(\delta)$ .

**Δ3.** Μετά από λίγο και ενώ ο αγωγός ΟΑ συνεχίζει να περιστρέφεται τα ρεύματα στο κύκλωμα σταθεροποιούνται. Υπολογίστε τις σταθεροποιημένες τιμές των εντάσεων των ρευμάτων.

**Δ4.** Κάποια στιγμή ανοίγουμε τον διακόπτη  $(\delta)$ . Να σχεδιάσετε και να αιτιολογήσετε την πολικότητα της ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο πηνίο. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο πηνίο αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη  $(\delta)$ ; Να υπολογίσετε

το ποσό της θερμότητας που μεταφέρεται στο περιβάλλον λόγω φαινομένου Joule στους αντιστάτες, από τη στιγμή που ανοίγει ο διακόπτης (δ) και μέχρι το ρεύμα να μηδενιστεί. Θεωρείστε ότι κατά τη διάρκεια της περιστροφικής κίνησης, ο αγωγός OA βρίσκεται διαρκώς μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο και για όσο χρονικό διάστημα μελετάμε το φαινόμενο δεν φτάνει στην περιοχή του κυκλώματος. Το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα.

**27.** Η μεταλλική επιφάνεια ΚΛ φωτίζεται από πηγή μονοχρωματικής ακτινοβολίας που εκπέμπει φωτόνια συχνότητας  $f = 10^{16} \text{Hz}$ . Τα ηλεκτρόνια που μόλις εξέρχονται από την κάθοδο επιταχύνονται από την ηρεμία με τάση  $V=180 \text{V}$  προς την άνοδο .



**Δ1.** Να βρεθεί το έργο εξαγωγής του μετάλλου.

Τα ηλεκτρόνια εισέρχονται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης  $B=1,5 \cdot 10^{-3} \text{T}$  (σημείο Α) και αφού διαγράψουν ημικυκλική τροχιά κτυπούν στη φωτογραφική πλάκα, αφήνοντας ίχνος (σημείο Γ), όπως δείχνεται στο σχήμα.

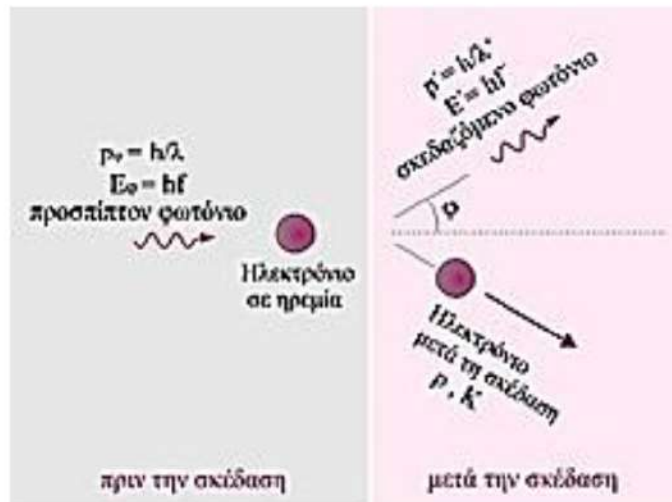
**Δ2.** Να βρεθεί η απόσταση ΑΓ

**Δ3.** Να υπολογίσετε το μήκος κύματος de Broglie του ηλεκτρονίου στο σημείο Α.

**Δ4.** Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του ηλεκτρονίου από το σημείο Α στο σημείο Γ.

Δίνονται:  $c=3 \cdot 10^8 \text{m/s}$ ,  $h=6.6 \cdot 10^{-34} \text{Js}$ ,  $m_e=9 \cdot 10^{-31} \text{Kg}$ ,  $q_e=1.6 \cdot 10^{-19} \text{C}$

**28.** Στο φαινόμενο Compton το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης και της προσπίπτουσας ακτίνας συνδέονται με τη σχέση  $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \sigma\upsilon\nu\varphi)$ , η ποσότητα  $\frac{h}{mc}$  ονομάζεται μήκος κύματος Compton και συμβολίζεται με  $\lambda_C$ ,  $\lambda_C = \frac{h}{mc}$ .



Φωτόνιο ενέργειας  $E_{\pi}=9.9 \cdot 10^{-14} \text{J}$  προσπίπτει σε ακίνητο ηλεκτρόνιο, όπως δείχνεται στο σχήμα. Το σκεδαζόμενο φωτόνιο κινείται σχηματίζοντας γωνία  $\varphi=\pi/3 \text{ rad}$  με την αρχική διεύθυνση κίνησης.

**Γ1.** Να υπολογίσετε το μήκος κύματος του προσπίπτοντος φωτονίου.

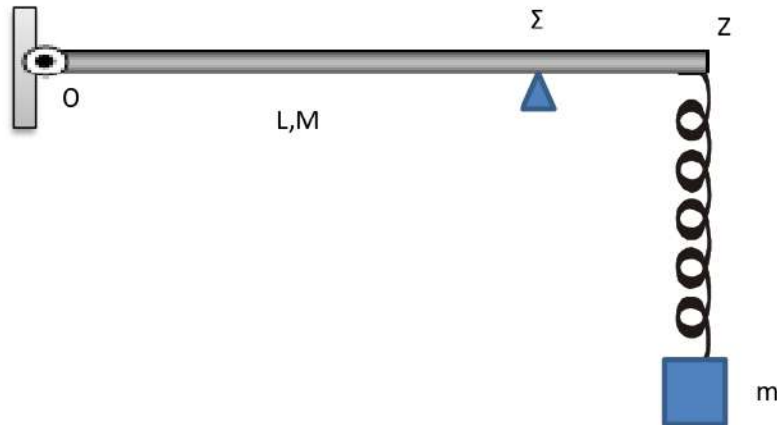
**Γ2.** Να υπολογίσετε το μήκος κύματος του σκεδαζόμενου φωτονίου.

**Γ3.** Να υπολογίσετε το μέτρο της ορμής του σκεδαζόμενου φωτονίου.

**Γ4.** Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του ανακρουόμενου ηλεκτρονίου.

Δίνονται:  $c=3 \cdot 10^8 \text{m/s}$ ,  $h=6.6 \cdot 10^{-34} \text{Js}$ ,  $q_e=1.6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ ,  $\lambda_C=2.4 \text{ pm}$ ,  $\sigma\upsilon\nu 60^\circ=0.5$ ,  $6.6/3.2 \approx 2$

**29.** Μια ομογενής ράβδος μήκους  $L$  και μάζας  $M=2\text{Kg}$  είναι αρθρωμένη στο άκρο της  $O$ , ενώ στο άλλο άκρο της κρέμεται κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς  $k=100\text{ N/m}$  στο άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σώμα μάζας  $m=1\text{ Kg}$ .



Η ράβδος ισορροπεί παραμένοντας οριζόντια στηριζόμενη σε υποστήριγμα  $\Sigma$  το οποίο απέχει απόσταση  $(\Sigma Z)=L/4$  από το άκρο της  $Z$ . Το σώμα  $m$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A$  χωρίς η ράβδος να χάνει την επαφή της με το υποστήριγμα. Η ανώτερη θέση της ταλάντωσης συμπίπτει με τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Θεωρούμε ότι την χρονική στιγμή  $t=0$  που το σώμα μάζας  $m$  τέθηκε σε ταλάντωση βρισκόταν στη θέση ισορροπίας του και είχε αρνητική ταχύτητα.

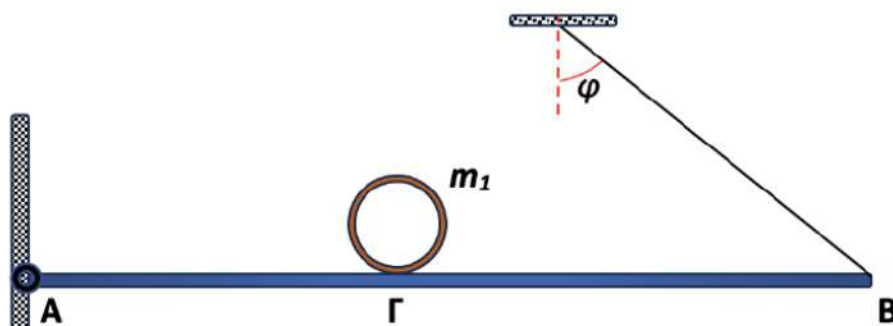
**Δ1.** Να βρεθεί το πλάτος  $A$  της ταλάντωσης

**Δ2.** Τη χρονική εξίσωση της δύναμης που δέχεται το σώμα μάζας  $m$  από το ελατήριο κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.

**Δ3.** Να βρεθούν η μέγιστη και η ελάχιστη δύναμη που δέχεται η ράβδος από το υποστήριγμα  $\Sigma$ .

**Δ4.** Να βρεθεί το μέγιστο πλάτος με το οποίο θα μπορούσε να ταλαντώνεται το σώμα μάζας  $m$  ώστε η ράβδος να μη χάνει την επαφή της με το υποστήριγμα  $\Sigma$

**30.** Ομογενής ράβδος AB έχει μήκος  $L = 1\text{ m}$ , μάζα  $m = 900\text{ g}$  και ισορροπεί σε οριζόντια θέση με την βοήθεια αβαρούς μη εκτατού νήματος που δένεται σε οροφή και σχηματίζει με τη κατακόρυφο γωνία  $\varphi$  τέτοια ώστε  $\eta\mu\varphi = 0,87$  και  $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,5$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται κατακόρυφα, με τη βοήθεια άρθρωσης, γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της A και είναι κάθετος σ' αυτή. Στο μέσο της ράβδου, έστω σημείο Γ, τοποθετούμε κυκλική στεφάνη μάζας  $m_1 = 100\text{ g}$  και ακτίνας  $R = 10\text{ cm}$ . Το όριο θραύσης του νήματος δίνεται  $T_{\theta\rho} = 10,5\text{ N}$ .

Δ.1 Να υπολογίσετε την τάση του νήματος, όταν τοποθετήσαμε την στεφάνη στην θέση Γ.  
 Δ.2 Να βρείτε πόσο κοντά στο B μπορούμε να τοποθετήσουμε την στεφάνη χωρίς να σπάσει το νήμα.

Δ.3 Να κάνετε την γραφική παράσταση της τάσης του νήματος σε συνάρτηση με την απόσταση  $x$  της στεφάνης από το σημείο Γ καθώς μετακινείται προς το σημείο όπου σπάει το νήμα.

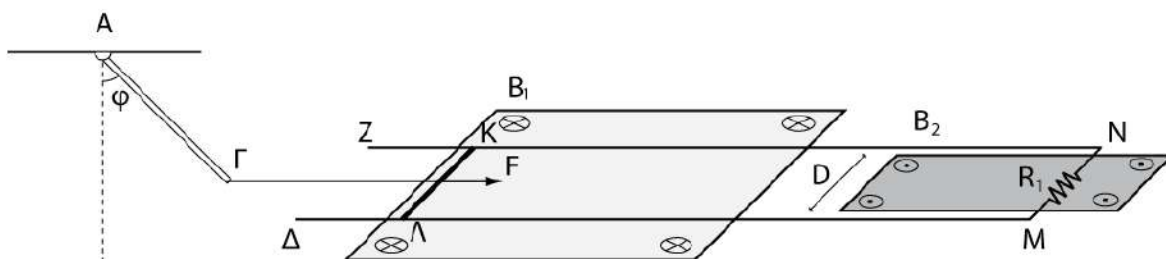
Εκτοξεύουμε την στεφάνη από το σημείο Γ προς το άκρο B, με αρχική ταχύτητα  $u_0$ . Συγχρόνως, ασκούνται σε αυτή κατάλληλες δυνάμεις ώστε να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει, εκτελώντας ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση  $a_{cm} = 0,25\text{ m/s}^2$  και σταματά μετά από χρόνο  $\Delta t = 1\text{ s}$ .

Δ.4 Να υπολογίσετε τον αριθμό των περιστροφών που εκτέλεσε η στεφάνη έως τότε.

Δίνονται : η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{ m/s}^2$ .

**31.** Ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους  $d$  και μάζας  $M$ , κρέμεται από άρθρωση και ισορροπεί σχηματίζοντας γωνία  $\varphi = 45^\circ$  με την κατακόρυφο με τη βοήθεια οριζόντιου αβαρούς και μη εκτατού νήματος, το οποίο είναι δεμένο στο κέντρο του ευθύγραμμου αγωγού ΚΛ. Ο αγωγός ΚΛ έχει μήκος  $\ell = 0,5\text{ m}$ , μάζα  $m = 2\text{ kg}$  και αντίσταση  $R = 0,1\ \Omega$ , έχει τα άκρα του σε επαφή

με τους οριζόντιους αγωγούς ΔΜ και ΖΝ μεγάλου μήκους και αμελητέας αντίστασης που απέχουν  $\ell$  και ισορροπεί με τη βοήθεια οριζόντιας δύναμης  $F = 4 \text{ N}$  που ασκείται κάθετα στον αγωγό και στο κέντρο του, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα άκρα Μ και Ν των οριζόντιων αγωγών συνδέονται μέσω αντίστασης  $R_1 = 0,3 \ \Omega$ .



Δ1. Να βρεθεί η μάζα  $M$  της ράβδου ΑΓ, καθώς και το μέτρο της δύναμης που ασκείται από την άρθρωση στο άκρο Α της ράβδου.

Τη στιγμή  $t_0$  το νήμα που συγκρατεί τη ράβδο κόβεται και το μέτρο της δύναμης  $F$  μεταβάλλεται με τέτοιο τρόπο ώστε ο αγωγός ΚΛ να κινείται με σταθερή επιτάχυνση  $a = 2 \text{ m/s}^2$  μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, έντασης  $B_1 = 2 \text{ T}$ , κατακόρυφης κατεύθυνσης προς τα κάτω.

Δ2. Να βρεθεί η σχέση που συνδέει την δύναμη  $F$  που ασκείται στον αγωγό με τον χρόνο κίνησής του μέσα στο μαγνητικό πεδίο  $B_1$ .

Τη στιγμή που η δύναμη  $F$  γίνεται ίση με  $14 \text{ N}$ , ο αγωγός αποκτά ταχύτητα  $u_0$  και εξέρχεται από το μαγνητικό πεδίο  $B_1$ , ενώ ταυτόχρονα καταργείται η δύναμη  $F$ . Μετά από λίγο εισέρχεται σε δεύτερο μαγνητικό πεδίο, πλάτους  $D = 0,4 \text{ m}$ , το οποίο έχει ένταση  $B_2 = 0,5 \text{ T}$  και φορά κατακόρυφη προς τα πάνω.

Δ3. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού ΚΛ όταν θα έχει ταχύτητα  $u = u_0/2$ .

Δ4. Να βρεθεί η τάση ΚΛ όταν η ταχύτητα του αγωγού ΚΛ είναι  $u = u_0/2$ .

Δ5. Να υπολογιστεί η θερμότητα που δαπανάται στην αντίσταση  $R$  του αγωγού ΚΛ κατά την κίνηση του μέσα στο πεδίο  $B_2$  μέχρι να σταματήσει.

Δίνεται  $\eta_{45^\circ} = \sigma_{45^\circ} = \sqrt{2}/2$  και  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Η κίνηση του αγωγού ΚΛ επάνω στους οριζόντιους αγωγούς ΔΜ και ΖΝ γίνεται χωρίς τριβές.

**32.** Σώμα μάζας  $m = 3 \text{ Kg}$  ισορροπεί δεμένο στο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς  $K=300 \text{ N/m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στην οροφή. Στο σώμα αυτό είναι δεμένο οριζόντιο αβαρές νήμα μεγάλου μήκους που ταυτίζεται με τον άξονα  $x'Ox$ . Τη χρονική στιγμή  $t=0$  δίνουμε στο σώμα αρχική ταχύτητα  $u_0 = 0,5 \text{ m/s}$  με φορά προς τα επάνω.



Να βρεθούν:

Γ1. Η εξίσωση απομάκρυνσης του σώματος μάζας  $m$  από τη θέση ισορροπίας του

Γ2. Η χρονική στιγμή για να βρεθεί το σώμα στην αρνητική ακραία θέση του για  $3^{\text{η}}$  φορά μετά τη χρονική στιγμή  $t=0$

Αν το εγκάρσιο αρμονικό κύμα που διαδίδεται στο νήμα έχει εξίσωση

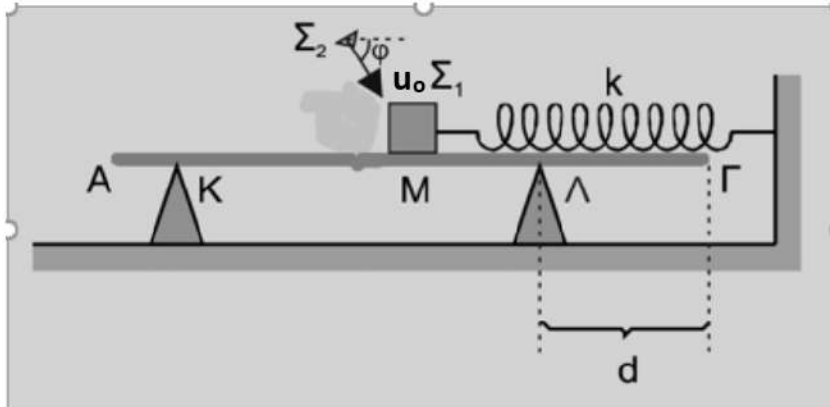
$$y=0.05\eta\mu(10t-2\pi x) \text{ (SI) :}$$

Γ3 . Να βρεθεί η απόσταση που θα έχει διαδοθεί η διαταραχή μετά από τρεις πλήρεις ταλαντώσεις του σώματος μάζας  $m$  και να γίνει η γραφική παράσταση της φάσης σε συνάρτηση με τη θέση των υλικών σημείων του νήματος για την ίδια χρονική στιγμή ( $t_1$ ).

Γ4. Να βρεθεί ο αριθμός των σημείων που βρίσκονται σε ακραία θέση της ταλάντωσης τους κατά την παραπάνω χρονική στιγμή  $t_1$

Θεωρήστε ως θετική φορά τη φορά της ταχύτητας  $u_0$

**33.** Η λεπτή, οριζόντια, ομογενής και άκαμπτη ράβδος ΑΓ του σχήματος έχει μήκος  $L=2\text{ m}$ , μάζα  $m = 1\text{ kg}$ , και στηρίζεται σε δύο σημεία της Κ, Λ σε δύο υποστηρίγματα. Το σημείο Λ απέχει από το άκρο Γ της ράβδου απόσταση  $d = 0,6\text{ m}$  αντίστοιχα. Στο μέσο Μ της ράβδου βρίσκεται ακίνητο μικρό σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1=1,5\text{ kg}$ , το οποίο είναι στερεωμένο στο ελεύθερο



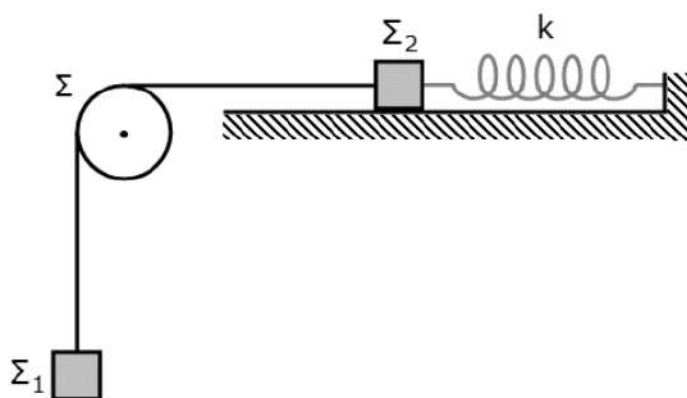
άκρο αβαρούς οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=50\text{N/m}$ , και μπορεί να κινείται χωρίς τριβές πάνω στη ράβδο. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ένα μικρό βλήμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2= 0.5\text{Kg}$ , που κινείται με ταχύτητα μέτρου  $v_0= 48\text{m/s}$  υπό γωνία  $\varphi = 60^\circ$  ως προς τον ορίζοντα, συγκρούεται ακαριαία με το ακίνητο σώμα μάζας  $m_1$  και σφηνώνεται σε αυτό. Το σύστημα δεν αναπηδά κατά την κρούση και στη συνέχεια εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Ως θετική φορά θεωρείται η προς τα δεξιά. Να υπολογίσετε:

- Δ1. Την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση και το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος ελατηρίου – συσσωματώματος.
- Δ2. το μέτρο της μεταβολής της ορμής του συστήματος των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  κατά την κρούση
- Δ3. Τη χρονική εξίσωση της δύναμης που δέχεται η ράβδος από το υποστήριγμα στο σημείο Λ.

Δίνεται  $(AK) = 0.4\text{ m}$  το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας  $g=10\text{m/s}^2$  και

$$\eta\mu\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}, \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \eta\mu\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$$

**34.** Η αβαρής τροχαλία  $\Sigma$  του σχήματος, ακτίνας  $R=0,1\text{m}$ , μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Γύρω από την τροχαλία είναι τυλιγμένο πολλές φορές λεπτό αβαρές και μη εκτατό νήμα, το οποίο δεν ολισθαίνει πάνω στην τροχαλία. Στη μία άκρη



του νήματος έχει αναρτηθεί το σώμα  $\Sigma_1$ . Στην άλλη άκρη του νήματος έχει προσδεθεί το σώμα  $\Sigma_2$ , το οποίο βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σύστημα ισορροπεί ακίνητο με τη βοήθεια ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=100\text{N/m}$ , στο οποίο έχει προσδεθεί στο ένα άκρο του το σώμα  $\Sigma_2$ , ενώ το άλλο άκρο του είναι στερεωμένο σε ακλόνητο στήριγμα. Τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  έχουν μάζα  $m=1\text{Kg}$  το καθένα.

**Δ1.** Να βρεθεί η παραμόρφωση του ελατηρίου όταν το σύστημα ισορροπεί.

Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  κόβουμε το νήμα στο σημείο που συνδέει το σώμα  $\Sigma_2$  με την τροχαλία, με αποτέλεσμα η τροχαλία να ξεκινήσει να περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση  $50\text{rad/s}^2$  και το σύστημα ελατήριο – σώμα  $\Sigma_2$  να ξεκινήσει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

**Δ2.** Να βρείτε τη μετατόπιση του σώματος  $\Sigma_1$  από τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1$  κατά την οποία το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της τροχαλίας γίνεται αριθμητικά ίσο με τη γωνιακή συχνότητα της απλής αρμονικής ταλάντωσης του συστήματος ελατήριο – σώμα  $\Sigma_2$ .

**Δ3.** Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας  $dK/dt$  του σώματος  $\Sigma_1$  τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

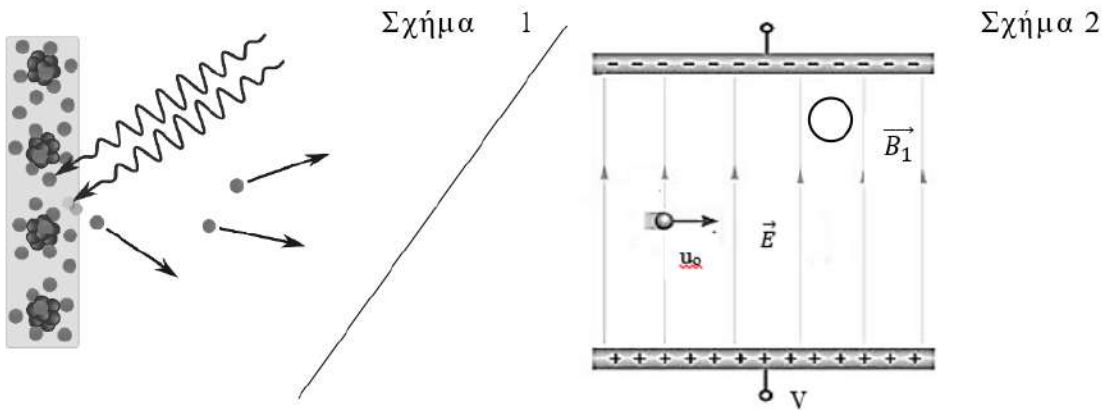
**Δ4.** Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της δύναμης του ελατηρίου και να βρείτε το έργο της από τη χρονική στιγμή  $t=0$  έως τη χρονική στιγμή που το σώμα κινείται προς τη θέση ισορροπίας του με ταχύτητα  $v=0,5\text{m/s}$ . Θεωρούμε ως θετική φορά για την ταλάντωση του σώματος  $\Sigma_2$ , τη φορά προς τα αριστερά.

Δίνεται:  $g=10\text{m/s}^2$ .

**35.** Ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα με ένταση ηλεκτρικού πεδίου που περιγράφεται από την εξίσωση

$$E = 5 \cdot 10^{-2} \eta \mu \pi (10^{15} t - 4 \cdot 10^6 x) \text{ (SI)}$$

προσπίπτει σε μέταλλο με έργο εξαγωγής  $\phi$ , οπότε εξέρχονται φωτοηλεκτρόνια με μέγιστη ταχύτητα  $u_0$ . (Σχήμα 1)



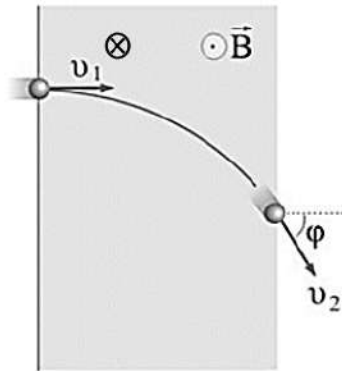
Δ1. Να υπολογίσετε τη συχνότητα  $f$  της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας. Σε ποια περιοχή του ΗΜ φάσματος ανήκει;

Η παραγόμενη δέσμη φωτοηλεκτρονίων με ταχύτητα  $u_0$  εισέρχεται σε επιλογέα ταχυτήτων κάθετα στις δυναμικές γραμμές τόσο του ηλεκτρικού πεδίου έντασης  $E = 80 \text{ V/m}$ , όσο και του μαγνητικού πεδίου έντασης  $B_1 = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ T}$  όπως φαίνεται στο σχήμα 2. Κατά τη διέλευση των φωτοηλεκτρονίων από τον επιλογέα ταχυτήτων η ταχύτητά τους παραμένει αμετάβλητη.

Δ2. Να σχεδιάσετε την ένταση του μαγνητικού πεδίου στον επιλογέα ταχυτήτων και να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας  $u_0$  των φωτοηλεκτρονίων.

Δ3. Να βρείτε το έργο εξαγωγής του μετάλλου σε καθώς και τη συχνότητα κατωφλίου για αυτό.

Ένα από τα φωτοηλεκτρόνια εξερχόμενο με ταχύτητα  $u_0$  από τον επιλογέα ταχυτήτων εισέρχεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B = 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ T}$  κάθετα στις δυναμικές γραμμές του. Το σωματίδιο εξέρχεται από το μαγνητικό πεδίο αφού διαγράψει τμήμα κυκλικής τροχιάς και η γωνιακή εκτροπή είναι  $\phi = 60^\circ$ , όπως δείχνεται στο σχήμα 3.



Σχήμα 3

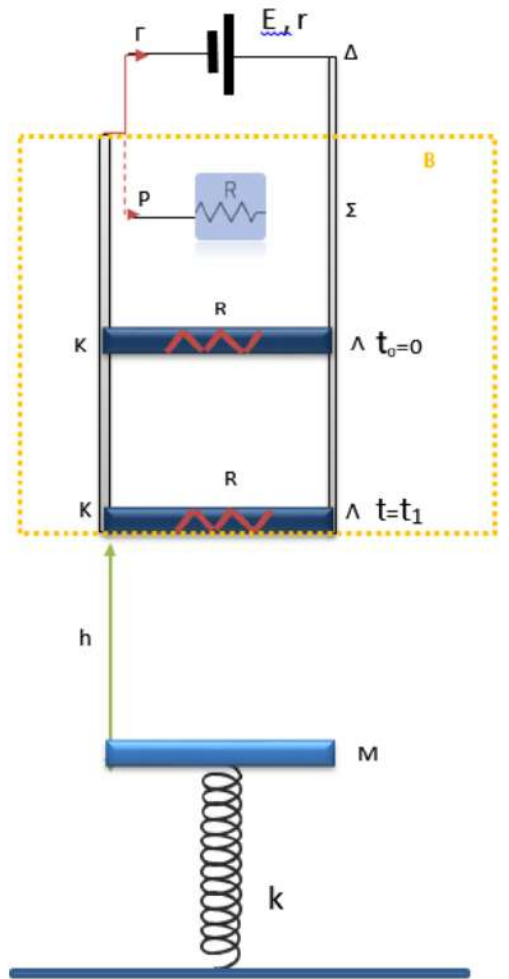
Δ4. Να βρείτε το χρόνο παραμονής του φωτοηλεκτρονίου στο μαγνητικό πεδίο B.  
 Δίνονται:  $h=6,6 \cdot 10^{-34}$  J s,  $e=1,6 \cdot 10^{-19}$  C,  $c= 3 \cdot 10^8$  m/s,  $m_e=9 \cdot 10^{-31}$  kg,  $\pi=3,14$  ,  $13/66 \approx 0.2$

**36.** Στο κύκλωμα του σχήματος, οι κατακόρυφοι μεταλλικοί οδηγοί έχουν αμελητέα αντίσ (μ) Μέσω μεταγωγού (μ) στη θέση Γ συνδέουμε τα άκρα τους με πηγή Η.Ε.Δ.  $E=12V$  και εσωτερικής αντίστασης  $r=1\Omega$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.

Ο αγωγός ΡΣ έχει αντίσταση  $R_1=2\Omega$  και αρχικά δεν είναι συνδεδεμένος στο κύκλωμα. Η ράβδος ΚΛ έχει μάζα  $m = 1$  Kg , μήκος  $\ell=0,5m$  , αντίσταση  $R = 0,5\Omega$  και μπορεί να κινείται χωρίς τριβές πάνω στους κατακόρυφους αγωγούς επαπτόμενη διαρκώς σε αυτούς. Το επίπεδο των αγωγών βρίσκεται εντός οριζόντιου ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης B του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι κάθετες σε αυτό. Ο αγωγός ΚΛ ισορροπεί.

Δ1. Να βρείτε την κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου και να υπολογίσετε την τιμή του.

Τη χρονική στιγμή που θεωρούμε ως  $t=0$ , μετακινούμε τον μεταγωγό (μ) ,ακαριαία, στη θέση P. Ο αγωγός ΚΛ αρχίζει να ολισθαίνει χωρίς τριβές σε επαφή με τους κατακόρυφους αγωγούς.



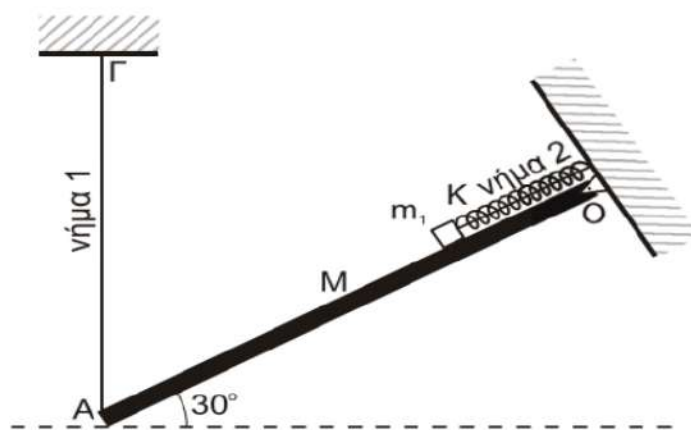
Δ2. Να υπολογίσετε την οριακή ταχύτητα που αποκτά ο αγωγός τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

Τη χρονική στιγμή  $t_1$  ο αγωγός ΚΛ χάνει την επαφή του με τους κατακόρυφους αγωγούς και αφού διανύσει διάστημα  $h = 7,2\text{m}$  συγκρούεται πλαστικά με δίσκο μάζας  $M = 4\text{Kg}$  που είναι στερεωμένος στο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς  $k = 100\text{N/m}$ . Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Δ3. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης.

Δ4. Αν κατά την κρούση των δυο σωμάτων ο αγωγός ΚΛ απλά ήταν σε επαφή με το σώμα μάζας  $M$  να εξετάσετε αν υπάρχει περίπτωση τα δύο σώματα κατά την ταλάντωση να χάσουν την επαφή τους.

**37.** Η ομογενής λεπτή, λεία ράβδος ΟΑ του σχήματος 6 μάζας  $M = 8\text{Kg}$  και μήκους  $L = 2\text{m}$  είναι αρθρωμένη στο άκρο της Ο και μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα κάθετο στο επίπεδο του σχεδίου. Η ράβδος ισορροπεί δεμένη, στο άκρο της Α, από κατακόρυφο αβαρές, μη εκτατό νήμα 1 το πάνω άκρο του οποίου είναι ακλόνητα δεμένο στο Γ. Η



ράβδος και το νήμα βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο και η ράβδος σχηματίζει γωνία  $\varphi = 30^\circ$  με την οριζόντια διεύθυνση.

Επάνω στη ράβδο ισορροπεί σώμα μάζας  $m_1 = 4\text{Kg}$ , μικρών διαστάσεων, που είναι δεμένο σε ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $K$  και σε αβαρές μη εκτατό νήμα 2 τα οποία είναι παράλληλα στη ράβδο και τα επάνω άκρα τους είναι ακλόνητα στερεωμένα (σχήμα). Στη θέση αυτή το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και το σώμα  $m_1$  βρίσκεται στη θέση Δ, όπου  $ΟΔ = 0,5\text{m}$ .

Δ1. Υπολογίστε τη δύναμη που δέχεται η ράβδος από το νήμα 1 στο άκρο της Α.

Δ2. Κάποια χρονική στιγμή κόβεται το νήμα 2 οπότε το σώμα  $m_1$  αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, με σταθερά επαναφοράς  $D = K$ , επάνω στη λεία ράβδο με ολική ενέργεια  $E = 2\text{J}$ . Γράψτε τη χρονική εξίσωση της κινητικής ενέργειας ταλάντωσης της  $m_1$  ως προς το χρόνο. Θεωρήστε  $t = 0$  τη χρονική στιγμή που κόβεται το νήμα και θετική φορά από το Α προς το Ο.

Κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του σώματος μάζας  $m_1$  δεύτερο μικρό σώμα μάζας  $m_2 = m_1$  που εκτοξεύεται από το άκρο Α της ράβδου, συγκρούεται κεντρικά ελαστικά (ακαριαία) με το σώμα μάζας  $m_1$ , έχοντας ακριβώς πριν την κρούση με το σώμα μάζας  $m_1$ , ταχύτητα μέτρου  $v_2$ , παράλληλη στη ράβδο με φορά προς τα επάνω. Τη στιγμή αυτή το σώμα  $m_1$  έχει απομάκρυνση  $x_1$ , όπου  $x_1 < 0$  (το σώμα μάζας  $m_2$  μετά την κρούση απομακρύνεται).

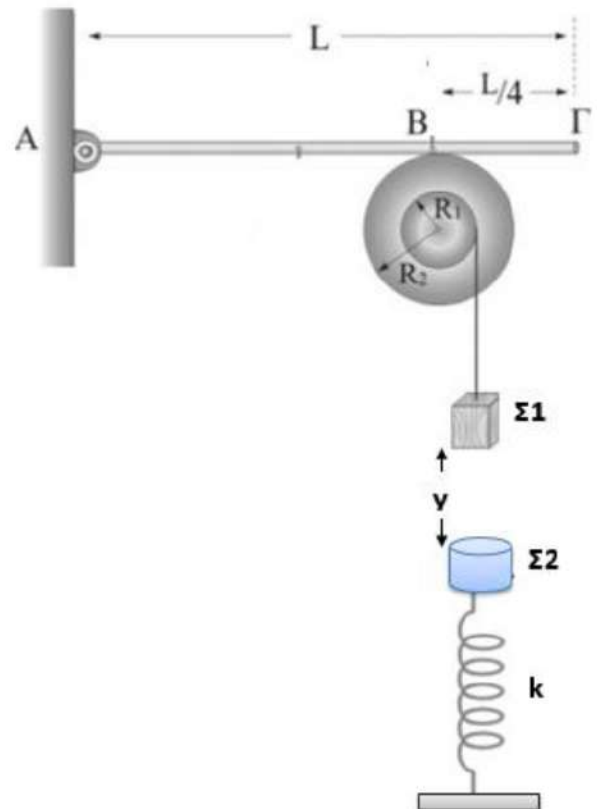
**Δ3.** Να βρεθεί η απομάκρυνση  $x_1$  ώστε το σώμα  $m_1$  αμέσως μετά την κρούση να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με το μέγιστο δυνατό πλάτος.

**Δ4.** Αν δίνεται πως το νέο πλάτος ταλάντωσης της σώματος μάζας  $m_1$  ισούται με  $0,4m$ , υπολογίστε την ταχύτητα  $v_2$  του σώματος μάζας  $m_2$ .

Η ράβδος παραμένει σε ισορροπία σε όλη τη διάρκεια του φαινομένου και δίνονται:  $\eta_{30^\circ} = 1/2$ ,  $\text{syn}30^\circ = \sqrt{3}/2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**38.** Μια άκαμπτη ομογενής ράβδος ΑΓ με μήκος  $L$  και μάζα  $m=3\text{kg}$  έχει το άκρο της Α αρθρωμένο και ισορροπεί οριζόντια. Η ράβδος ΑΓ εφάπτεται στο σημείο Β με στερεό που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες  $R_1=0,1\text{m}$  και  $R_2=0,2\text{m}$ , όπως δείχνεται στο σχήμα.

Η απόσταση του σημείου επαφής Β από το άκρο Γ της ράβδου είναι  $L/4$ . Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, σαν ένα σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο του και ο άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας των δύο κυλίνδρων. Γύρω από τον κύλινδρο ακτίνας  $R_1$  είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1=1\text{kg}$ . Λόγω της αναπτυσσόμενης στατικής τριβής μεταξύ του στερεού και της ράβδου, το στερεό



δεν περιστρέφεται και το όλο σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία.

**Δ1.** Να βρείτε το συντελεστή οριακής τριβής μεταξύ του στερεού και της ράβδου αν το στερεό είναι έτοιμο να “γλιστρήσει” σε σχέση με τη ράβδο.

Τη χρονική στιγμή  $t=0$  στο άκρο  $\Gamma$  ασκούμε μια σταθερή κατακόρυφη δύναμη  $F_{\Gamma}$  με φορά προς τα πάνω με αποτέλεσμα να χάσει την επαφή της με το στερεό, το οποίο είναι ελεύθερο να περιστραφεί και το σώμα  $\Sigma_1$  ξεκινά να κατέρχεται με σταθερή επιτάχυνση  $a = 2\text{m/s}^2$

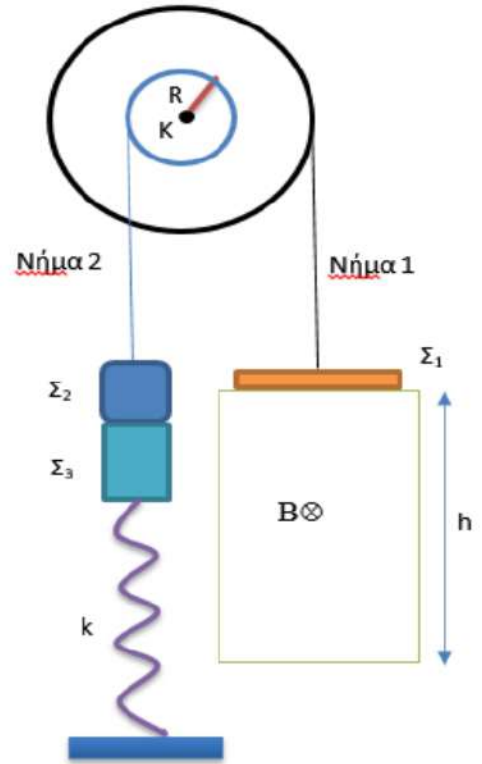
**Δ2.** Να υπολογίσετε τη γραμμική ταχύτητα του κατώτερου σημείου του στερεού τη χρονική στιγμή που έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους  $l=0.25\text{m}$ .

Το σώμα μάζας  $m_1$ , αφού διανύσει απόσταση  $y=0,45\text{m}$ , συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με σώμα μάζας  $m_2=2\text{Kg}$  που βρίσκεται στερεωμένο στο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς  $k=200\text{N/m}$ , ενώ ταυτόχρονα κόβεται το νήμα που το συνδέει με το στερεό. Στη συνέχεια το σώμα  $\Sigma_1$  απομακρύνεται και το σώμα  $\Sigma_2$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

**Δ3.** Να υπολογίσετε τη μεταβολή της ορμής του σώματος  $\Sigma_1$  κατά τη διάρκεια της κρούσης και πριν την απομάκρυνση του, καθώς και τη μεταβολή της στροφορμής του ως προς τον άξονα του στερεού.

**Δ4.** Να γράψετε τη χρονική εξίσωση του ρυθμού μεταβολής της ταχύτητας του σώματος  $\Sigma_2$ . Θεωρείστε για την ταλάντωση ως αρχή μέτρησης των χρόνων τη στιγμή της κρούσης και θετική φορά τη φορά κίνησης του  $\Sigma_1$  πριν την κρούση.

**39.** Στερεό μάζας  $M$  αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες  $R$  και  $2R$ , όπου  $R = 0,25\text{m}$ , όπως στο σχήμα. Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του  $K$ . Στον κύλινδρο ακτίνας  $2R$  κρέμεται, μέσω αβαρούς και μη εκτατού μονωτικού νήματος (1), αγωγή ράβδος  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 4\text{Kg}$  και μήκους  $L = 0,5\text{m}$ , ενώ στον κύλινδρο ακτίνας  $R$  κρέμεται μέσω αβαρούς και μη εκτατού νήματος (2) σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 1\text{Kg}$ . Το σώμα  $\Sigma_2$  είναι κολλημένο με σώμα  $\Sigma_3$  μάζας  $m_3 = 1\text{kg}$ , το οποίο συγκρατείται από κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς  $K = 100\text{ N/m}$ . Το σύστημα αρχικά ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα.



**Δ1.** Να υπολογιστεί η παραμόρφωση  $\Delta\ell$  του ελατηρίου.

Κάποια χρονική στιγμή, την οποία θεωρούμε ως χρονική στιγμή μηδέν ( $t_0 = 0$ ), τα σώματα  $\Sigma_2$  και  $\Sigma_3$  αποκολλώνται και το  $\Sigma_3$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση κατά τη διεύθυνση της κατακόρυφου.

**Δ2.** Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος  $\Sigma_3$  σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως θετική φορά, τη φορά προς τα επάνω.

Μετά την αποκόλληση του  $\Sigma_3$  το στερεό αποκτά σταθερή γωνιακή επιτάχυνση  $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 4\text{rad/s}^2$ .

**Δ3.** Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_2$  τη χρονική στιγμή  $2\text{ s}$  καθώς και το μήκος του νήματος (1) που έχει ξετυλιχθεί την ίδια χρονική στιγμή.

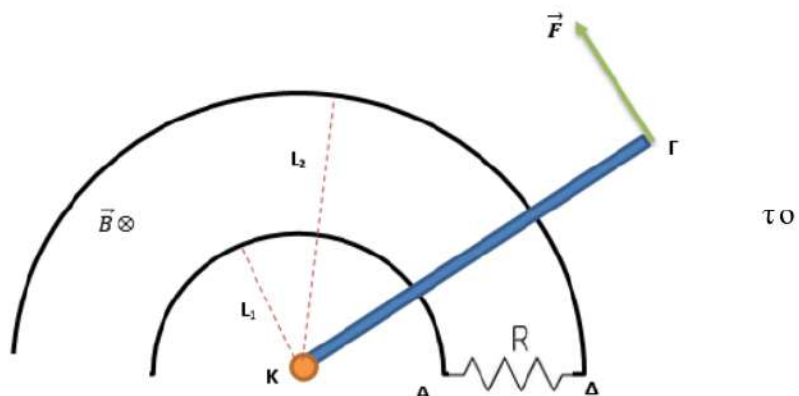
Το σώμα  $\Sigma_1$  κατά την κάθοδο του εισέρχεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο  $B = 1\text{ T}$ , με ταχύτητα κάθετη στις δυναμικές γραμμές όπως φαίνεται στο σχήμα. Το μαγνητικό πεδίο εκτείνεται σε περιοχή με κατακόρυφη διάσταση  $y = 4\text{m}$ .

**Δ4.** Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της τάσης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα της ράβδου  $\Sigma_1$  κατά τη διάρκεια κίνησης της μέσα στο μαγνητικό πεδίο καθώς και το ρυθμό

μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου τη στιγμή που εξέρχεται από το μαγνητικό πεδίο.

Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$

**40.** Δύο ομόκεντροι και ομοεπίπεδοι κυκλικοί αγωγοί με ακτίνες  $L_1=1\text{m}$  και  $L_2=2\text{m}$ , είναι τοποθετημένοι σε ομογενές μαγνητικό πεδίο  $B=5\text{T}$ . Οι αγωγοί δεν έχουν ωμική αντίσταση και επίπεδό τους είναι κάθετο προς την ένταση του μαγνητικού πεδίου. Οι αγωγοί έχουν μικρά διάκενα στα σημεία Α και Δ και τα άκρα Α, Δ είναι



συνδεδεμένα με ωμική αντίσταση  $R=600\Omega$ . Ένας ευθύγραμμος και σταθερής διατομής ομογενής αγωγός ΚΓ μήκους  $l=2,5\text{m}$  περιστρέφεται χωρίς τριβές περί το κέντρο Κ και επί του επιπέδου των κυκλικών αγωγών, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\omega=10\text{rad/sec}$ . Ο ευθύγραμμος αυτός αγωγός εφάπτεται με τους κυκλικούς αγωγούς. Η ωμική αντίσταση του αγωγού ΚΓ είναι  $R_{\text{ΚΓ}}=1000\Omega$ .

**Δ1.** Να βρεθεί η αναπτυσσόμενη Η.Ε.Δ. από επαγωγή στον αγωγό ΚΓ

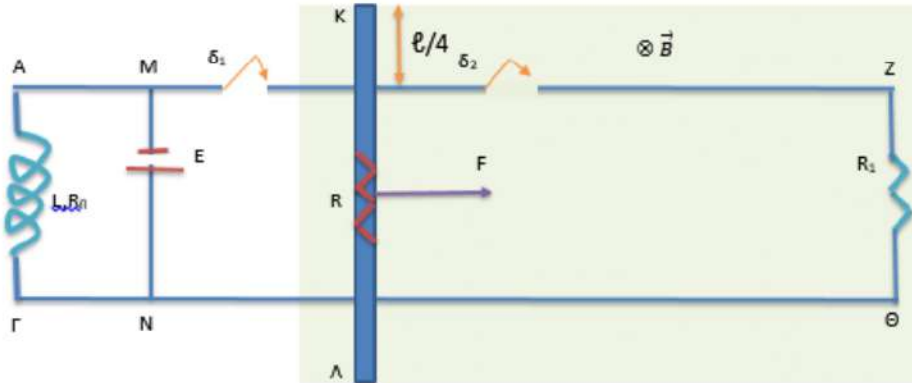
**Δ2.** Να υπολογιστούν η τιμή της έντασης και η φορά του ρεύματος που διαρρέει τον αντίσταση R.

**Δ3.** Να υπολογιστεί η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Α και Δ.

**Δ4.** Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης F, η οποία βρίσκεται επί του επιπέδου των κυκλικών αγωγών και ασκείται στο σημείο Γ καθέτως προς τον αγωγό ΚΓ, τον οποίο και περιστρέφει.

**41.** Στο παρακάτω σχήμα οι αγωγοί ΑΖ, ΓΘ, μεγάλου μήκους, βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, είναι παράλληλοι μεταξύ τους, απέχουν  $l=0,5\text{m}$  και έχουν μηδενική ωμική αντίσταση. Η ράβδος ΚΛ έχει μήκος  $l=1\text{m}$  μάζα  $m = 0,5\text{kg}$ , αντίσταση  $R_{\text{ΚΛ}} = 12\Omega$  και αρχικά είναι

ακίνητη. Η ράβδος ΚΛ μπορεί να κινείται χωρίς τριβές, παραμένοντας συνεχώς κάθετη και σε επαφή με τους αγωγούς ΑΖ, ΓΘ.



Το πηνίο που συνδέεται στα άκρα Α, Γ αποτελείται από  $N=100$  σπείρες, έχει ωμική αντίσταση  $R_{\Pi}=3\Omega$ , συντελεστή αυτεπαγωγής  $L=0,2H$  και μήκος  $d=40cm$ . Ο αντιστάτης του αγωγού ΖΘ που φαίνεται στο σχήμα έχει τιμή  $R_1=2\Omega$ . Στον κλάδο ΜΝ συνδέεται ιδανική πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης  $E=12V$ . Από την αρχική θέση της ράβδου ΚΛ και στον χώρο δεξιά απ' αυτήν, υπάρχει κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B$ , του οποίου οι δυναμικές γραμμές έχουν διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο της σελίδας και φορά από τον αναγνώστη προς αυτήν, όπως φαίνεται στο σχήμα και καλύπτει όλη τη γραμμοσκιασμένη περιοχή.

Αρχικά ο διακόπτης ( $\delta_2$ ) είναι ανοικτός ενώ ο ( $\delta_1$ ) είναι κλειστός και οι εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τους κλάδους του κυκλώματος έχουν αποκτήσει σταθερή τιμή. Η ράβδος ΚΛ με τη βοήθεια σταθερής εξωτερικής δύναμης  $F=1N$  ισορροπεί. Να υπολογίσετε:

**Γ1.** την ένταση του ομογενούς μαγνητικού πεδίου  $B$  που επικρατεί στη γραμμοσκιασμένη περιοχή.

**Γ2.** την ένταση του μαγνητικού πεδίου  $B_1$  στο εσωτερικό του σωληνοειδούς καθώς και την ενέργεια μαγνητικού πεδίου που έχει αποθηκευτεί σε αυτό.

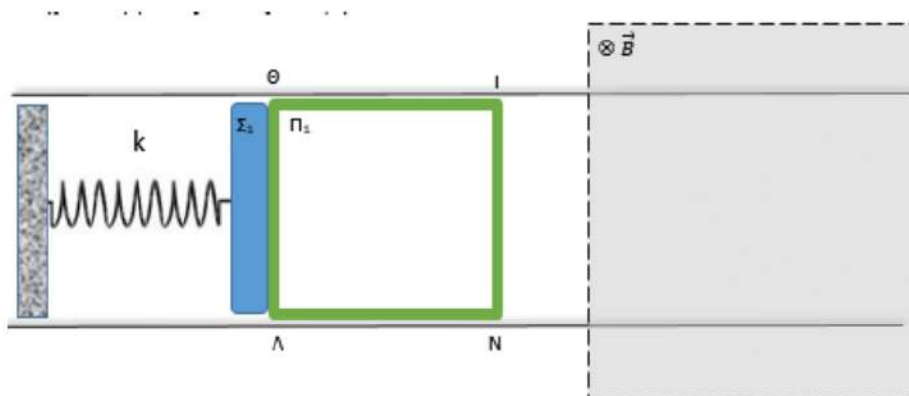
Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$ , ακαριαία, ανοίγουμε το διακόπτη  $\delta_1$  και κλείνουμε το διακόπτη  $\delta_2$ . Η εξωτερική δύναμη  $F$  εξακολουθεί να ασκείται στον αγωγό ΚΛ με αποτέλεσμα αυτός να ξεκινήσει να κινείται προς τα δεξιά παραμένοντας διαρκώς κάθετος στους οριζόντιους αγωγούς και σε επαφή με αυτούς. Κατά την κίνηση του τριβές δεν υπάρχουν.

**Γ3.** Να βρεθεί η σταθερή ταχύτητα που αποκτά ο αγωγός ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_1$ , καθώς και η δύναμη που δέχεται ένα από τα ελευθέρως ηλεκτρόνια του αγωγού ΚΛ από το μαγνητικό πεδίο B την ίδια χρονική στιγμή.

**Γ4.** Τη χρονική στιγμή  $t_2=t_1+\Delta t$  η δύναμη καταργείται. Να βρεθεί η θερμότητα που εκλύεται σε καθένα από τους αντιστάτες του κυκλώματος μέχρι την ακινητοποίηση του αγωγού ΚΛ. Θεωρείστε ότι οι οριζόντιοι αγωγοί έχουν πολύ μεγάλο μήκος ώστε να είναι δυνατή η εξέλιξη των ανωτέρω φαινομένων.

Δίνεται  $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$ ,  $|q_e|=1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$

**42.** Στη διάταξη του παρακάτω σχήματος το σώμα  $\Sigma_1$  έχει μάζα  $m=1 \text{ Kg}$  και είναι συνδεδεμένο στο άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=100\text{N/m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο. Το  $\Sigma_1$  μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές πάνω σε οριζόντιους, λείους και μονωτικούς οδηγούς ΓΔ και ΖΗ που απέχουν μεταξύ τους απόσταση  $\ell=0,5\text{m}$ . Τετραγωνικό αγώγιμο πλαίσιο  $\Theta\text{I}\Lambda\text{N}$  μάζας  $M=3\text{Kg}$ , αντίστασης  $R^*=1\Omega/\text{m}$  και πλευράς  $a=0,5\text{m}$  βρίσκεται σε επαφή με το  $\Sigma_1$  και μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές πάνω στους οδηγούς ΓΔ και ΖΗ. Το πλαίσιο ασκώντας οριζόντια δύναμη στο πλαίσιο  $\Pi_1$  συσπειρώνουμε το ελατήριο κατά  $d=0,4\text{m}$  και τη χρονική στιγμή  $t=0$  αφήνουμε το σύστημα των δύο σωμάτων ελεύθερο να κινηθεί με αποτέλεσμα να εκτελέσουν απλή αρμονική ταλάντωση έως τη χρονική στιγμή  $t_1$  που θα χαθεί η επαφή.



**Δ1.** Να βρείτε τη θέση που χάνεται η επαφή των δύο σωμάτων, τη χρονική στιγμή  $t_1$  που συμβαίνει αυτό και το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma_1$  μετά την αποκόλληση του πλαισίου  $\Pi_1$ .

**Δ2.** Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης του ελατηρίου καθώς και το διάστημα που θα διανύσει το  $\Sigma_1$  κατά τη μετακίνηση του από τη χρονική στιγμή  $t_1$  που τα δύο σώματα έχασαν την επαφή τους μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_3$  που η αλγεβρική τιμή της ταχύτητά του γίνεται  $u_1 = + u_{\max}/2$  για δεύτερη φορά μετά την  $t_1$ . Θεωρούμε ως θετική φορά αυτή προς την θέση της αρχικής παραμόρφωσης του ελατηρίου.

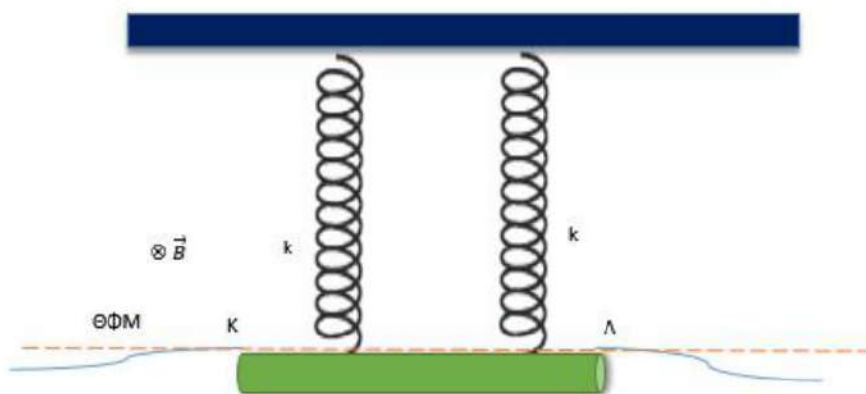
Στη συνέχεια, τη χρονική στιγμή  $t_2 = 0,4\text{s}$ , το πλαίσιο  $\Pi_1$  αρχίζει να εισέρχεται με σταθερή ταχύτητα  $u$  στη γραμμοσκιασμένη περιοχή του σχήματος όπου επικρατεί οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B=2\text{T}$  και πλάτους  $d_1 > a$ .

**Δ3.** Να γράψετε το μαθηματικό τύπο της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το πλαίσιο και να κατασκευάσετε το διάγραμμά της σε συνάρτηση με το χρόνο, σε αριθμημένους άξονες, μέχρι τη χρονική στιγμή που το πλαίσιο εισέρχεται ολόκληρο μέσα στο μαγνητικό πεδίο. Να θεωρήσετε ως αρχή μέτρησης των χρόνων για το φαινόμενο τη χρονική στιγμή  $t_2$ .

**Δ4.** Να υπολογίσετε το επαγωγικό φορτίο που περνά από μια διατομή του αγωγού κατά τη διάρκεια εισόδου του πλαισίου στο μαγνητικό πεδίο.

**Δ5.** Να υπολογίσετε τον ρυθμό με τον οποίο προσφέρεται ενέργεια στο πλαίσιο για να κινείται αυτό με σταθερή ταχύτητα κατά την είσοδό του στο μαγνητικό πεδίο.

**43.** Ο ευθύγραμμος αγωγός ΚΛ του σχήματος έχει μάζα  $m = 2\text{Kg}$ , μήκος  $l=1\text{m}$  και κρέμεται κατακόρυφα από δύο όμοια ιδανικά ελατήρια σταθεράς  $k=100\text{N/m}$ . Όλο το σύστημα βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο  $B = 0,2\text{ T}$ . Ο αγωγός διαρρέεται από σταθερό ρεύμα έντασης  $I$  με αποτέλεσμα να ισορροπεί στη θέση που τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος.



**Δ1.** Να σχεδιαστεί η φορά του ρεύματος που πρέπει να διαρρέει τον αγωγό και να υπολογιστεί η τιμή του ώστε αυτός να ισορροπεί.

Μια χρονική στιγμή την οποία θεωρούμε ως αρχή μέτρησης των χρόνων ( $t_0=0$ ) η ένταση του ρεύματος μηδενίζεται και ο αγωγός ΚΛ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

**Δ2.** Να αποδείξετε ότι η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης είναι  $D=2k$  και να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης.

**Δ3.** Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της τάσης που εμφανίζεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ. Θεωρούμε ότι καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης του ο αγωγός βρίσκεται εντός του ομογενούς μαγνητικού και θετική φορά της κίνησης του προς τα επάνω.

**Δ4.** Αν θεωρηθεί ότι το σύστημα αποτελεί κβαντικό ταλαντωτή (ταλαντωτή που η ενέργειά του μπορεί να πάρει μόνο διακριτές τιμές) να υπολογιστούν το ενεργειακό διάστημα μεταξύ δύο ενεργειακών σταθμών, δηλαδή το κβάντο ενέργειας αυτού του ταλαντωτή και ο κβαντικός αριθμός  $n$  της ενεργειακής στάθμης στην οποία βρίσκεται ο ταλαντωτής.

**Δ5.** Σώμα μάζας  $m_1=1\text{kg}$  που κινείται κατακόρυφα και με φορά προς τα πάνω συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με τον αγωγό ΚΛ με αποτέλεσμα την μόνιμη ακινητοποίηση του. Να αιτιολογήσετε σε ποια θέση της ταλάντωσης θα συμβεί αυτό και να βρείτε την ταχύτητα που πρέπει να έχει το σώμα μάζας  $m_1$  τη στιγμή της κρούσης.

Δίνεται  $g = 10 \text{ m / s}^2$ ,  $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ,  $\pi/33 \approx 0.1$ .

**44.** Σώμα μάζας  $m = 1 \text{ kg}$  εκτελεί εξαναγκασμένη αρμονική ταλάντωση. Στο σώμα δρουν κάθε χρονική στιγμή τρεις δυνάμεις οι αλγεβρικές τιμές των οποίων δίνονται από τις σχέσεις  $F_1=-100x$  (S.I.),  $F_2=-4v$  (S.I.) και  $F_3=30\text{ συν}14t$  (S.I.), όπου  $x$  η αλγεβρική τιμή της απομάκρυνσης και  $v$  η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας.

**Δ1.** Να υπολογίσετε την ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης του σώματος.

**Δ2.** Να υπολογίσετε τη χρονική διάρκεια κίνησης του σώματος μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της δύναμης  $F_2$ .

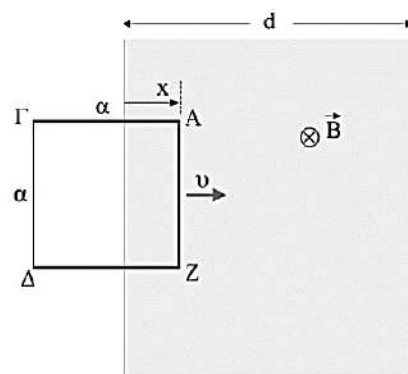
Ελαττώνοντας τη συχνότητα της δύναμης  $F_3$  κατά  $2/\pi$  Hz, το σώμα ταλαντώνεται με εξίσωση απομάκρυνσης  $x=0,5\mu\omega t$  (S.I.).

**Δ3.** Να αποδείξετε ότι κάθε χρονική στιγμή ο ρυθμός με τον οποίο η δύναμη  $F_3$  προσφέρει ενέργεια στο σώμα ισούται με το ρυθμό με τον οποίο αφαιρείται ενέργεια από το σώμα μέσω της δύναμης  $F_2$ .

**Δ4.** Κάποια στιγμή που ο ταλαντωτής βρίσκεται στη θετική του ακραία θέση καταργείται η δύναμη  $F_3$ . Να γράψετε τη χρονική εξίσωση του πλάτους της φθίνουσας ταλάντωσης και να υπολογίσετε το λόγο δύο διαδοχικών πλάτων.

Δίνονται:  $\Lambda=b/2m$ ,  $\ln 2=0.7$

**45.** Το οριζόντιο τετραγωνικό συρμάτινο πλαίσιο ΑΓΔΖ του σχήματος, έχει πλευρά  $a=0,5$  m και αντίσταση σε κάθε πλευρά του  $R = 5\Omega$ . Το πλαίσιο, τη χρονική στιγμή  $t=0$ , αρχίζει να εισέρχεται με σταθερή ταχύτητα  $v=0,5$  m/s σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο που έχει ένταση  $B=2$  T και πλάτος  $d=1$  m



α) Να γράψετε το μαθηματικό τύπο της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το πλαίσιο και να κατασκευάσετε το διάγραμμά της σε συνάρτηση με το χρόνο, σε αριθμημένους άξονες, μέχρι τη χρονική στιγμή που το πλαίσιο εισέρχεται ολόκληρο μέσα στο μαγνητικό πεδίο.

β) Να κατασκευάσετε σε αριθμημένους άξονες το διάγραμμα της τάσης από επαγωγή που δημιουργείται στο πλαίσιο σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι την χρονική στιγμή που το πλαίσιο εισέρχεται ολόκληρο μέσα στο μαγνητικό πεδίο.

Για τη χρονική στιγμή  $t=0,25$  s να υπολογίσετε:

γ) το μέτρο της συνολικής δύναμης Laplace που ασκείται στο πλαίσιο και να την σχεδιάσετε.

δ) την ηλεκτρική ισχύ που μετατρέπεται σε θερμότητα στην αντίσταση της πλευράς ΓΔ.

ε) τον ρυθμό με τον οποίο προσφέρεται ενέργεια στο πλαίσιο για να κινείται αυτό με σταθερή ταχύτητα κατά την είσοδό του στο μαγνητικό πεδίο.

**46.** Δύο αντιστάτες αντιστάσεων  $R_1=10\Omega$ ,  $R_2=30\Omega$  αντίστοιχα, συνδέονται σε σειρά και στα άκρα του συστήματός τους εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση που περιγράφεται από τη συνάρτηση  $v = 200\sqrt{2}\eta\mu 100\pi t(SI)$ .

α) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος, καθώς και τις χρονικές εξισώσεις της τάσης στα άκρα κάθε αντιστάτη ξεχωριστά.

β) Να υπολογίσετε τη μέση ισχύ που απορροφά το κύκλωμα.

γ) Να βρείτε το λόγο των θερμότητων που εκλύονται στους δύο αντιστάτες, στο ίδιο χρονικό διάστημα.

δ) Να υπολογίσετε τη στιγμιαία ισχύ που απορροφά το κύκλωμα τις χρονικές στιγμές στις οποίες η ένταση του ρεύματος γίνεται ίση με την ενεργό της τιμή.

ε) Υπολογίστε τη θερμότητα που εκλύεται στον αντιστάτη σε χρονικό διάστημα  $\Delta t=1\text{min}$ .

ζ) Υπολογίστε τη φάση της εναλλασσόμενης τάσης τη χρονική στιγμή που η στιγμιαία ισχύς του ρεύματος γίνεται ίση με το 50% της μέγιστης τιμής της για πρώτη φορά.

η) Η τάση που τροφοδοτεί τον αντιστάτη παράγεται από αγωγίμο πλαίσιο αμελητέας αντίστασης που στρέφεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου  $B$  με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Διπλασιάζουμε ταυτόχρονα την ένταση του ομογενούς μαγνητικού πεδίου και τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του πλαισίου. Να βρείτε πόσο τοις εκατό (%) μεταβάλλεται η ενεργός τάση στα άκρα του αντιστάτη.

θ) Να βρείτε τη συνάρτηση που περιγράφει τη στιγμιαία ισχύ που καταναλώνει ο αντιστάτης σε σχέση με το χρόνο και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες.

**47.** Με σύρμα μήκους  $L=16\text{m}$  αμελητέας αντίστασης κατασκευάζουμε πλαίσιο με  $N=10$  σπείρες. Κάθε σπείρα έχει σχήμα τετραγώνου πλευράς  $a$ . Το πλαίσιο στρέφεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B=\sqrt{2}\text{T}$  με γωνιακή ταχύτητα  $\omega=100\text{rad/s}$  γύρω από άξονα που διέρχεται από τα μέσα δύο απέναντι πλευρών του και είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Την αρμονικά εναλλασσόμενη τάση που αναπτύσσεται στα άκρα του πλαισίου την εφαρμόζουμε σε θερμική συσκευή με στοιχεία κανονικής λειτουργίας  $120\text{V}$  και  $100\text{W}$ . Τη χρονική στιγμή  $t=0$  το πλαίσιο είναι κάθετο στο μαγνητικό πεδίο.

α) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της μαγνητικής ροής που περνά από κάθε σπείρα του

πλαίσιου και να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση μαγνητικής ροής-χρόνου σε αριθμημένους άξονες.

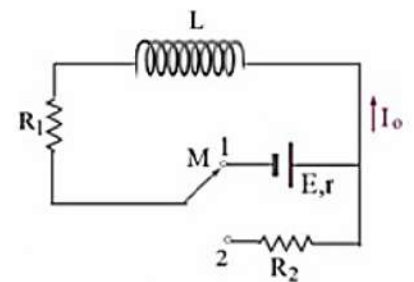
β) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της εναλλασσόμενης τάσης.

γ) Να εξετάσετε αν η συσκευή λειτουργεί κανονικά. Αν όχι, να υπολογίσετε την αντίσταση  $R_x$  του αντιστάτη που πρέπει να συνδέσουμε σε σειρά με τη συσκευή, για να λειτουργήσει κανονικά.

δ) Να υπολογίσετε πόσο τοις εκατό (%) πρέπει να μεταβάλλουμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου, ώστε η συσκευή να λειτουργεί κανονικά, χωρίς την προσθήκη της  $R_x$ .

**48.** Το κύκλωμα του σχήματος περιλαμβάνει ένα ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής  $L=0,1\text{H}$ , δύο αντιστάτες αντίστασης  $R_1=8\Omega$  και  $R_2=12\Omega$ , μια πηγή με  $E=50\text{V}$  και εσωτερική αντίσταση  $r=2\Omega$  και έναν μεταγωγό  $M$  που βρίσκεται αρχικά στη θέση 1.

Τη χρονική στιγμή  $t=0$  και ενώ το πηνίο διαρρέεται από σταθερό ρεύμα  $I_0$ , περνάμε ακαριαία τον μεταγωγό στη θέση 2, χωρίς να ξεσπάσει σπινθήρας και να έχουμε απώλεια ενέργειας.



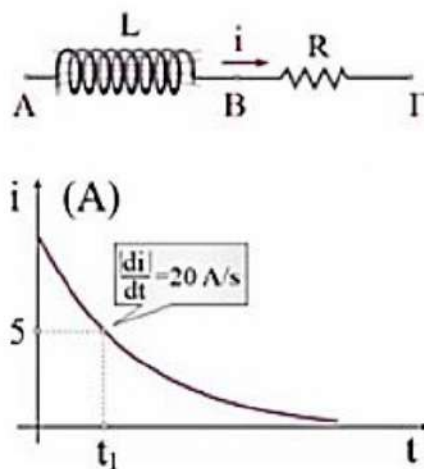
α. Να υπολογίσετε τη μέγιστη ένταση ρεύματος κατά τη διακοπή του ρεύματος στο κύκλωμα.

β. Να υπολογίσετε την τιμή της  $E_{\text{ΑΥΤ}}$  που αναπτύσσεται στο πηνίο τη χρονική στιγμή  $t=0$ .

γ. Να υπολογίσετε τη συνολική ηλεκτρική ενέργεια που θα καταναλώσουν οι δύο αντιστάτες.

δ. Να υπολογίσετε τη θερμότητα που θα αναπτυχθεί σε κάθε αντιστάτη.

**49.** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα τμήμα κυκλώματος (τμήμα ΑΓ) όπου ο αντιστάτης έχει αντίσταση  $R=10\Omega$  και το ιδανικό πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής  $L=0,2\text{H}$ . Το ρεύμα διαρρέει το τμήμα ΑΓ με τη φορά του σχήματος και η έντασή του μειώνεται όπως δείχνεται στο διπλανό διάγραμμα. Τη χρονική στιγμή  $t_1$  που το μέτρο της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα είναι  $i=5\text{A}$ , το ρεύμα μειώνεται με ρυθμό  $20\text{ A/s}$ .



α. Να προσδιορίσετε την πολικότητα της ΗΕΔ που δημιουργείται στα άκρα Α και Β του πηνίου.

β. Να υπολογίσετε το μέτρο της ΗΕΔ που αναπτύσσεται στα άκρα του πηνίου τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

γ. Να υπολογίσετε τη διαφορά δυναμικού  $V_{ΑΓ}$  τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

δ. Να υπολογίσετε το ρυθμό απόδοσης της ενέργειας από το πηνίο στο υπόλοιπο κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

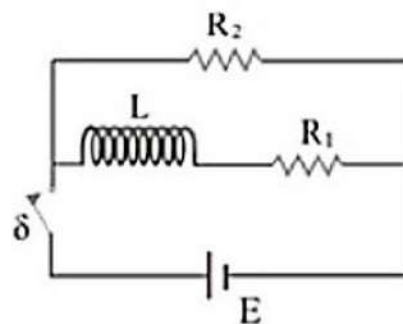
**50.** Το κύκλωμα του σχήματος αποτελείται από ιδανική πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης  $E=12\text{V}, r=0$ , αντιστάτες με αντιστάσεις  $R_1=3\Omega, R_2=6\Omega$  και ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής  $L=0,2\text{H}$ . Ο διακόπτης  $\delta$  είναι ανοικτός. Τη χρονική στιγμή κλείνουμε τον διακόπτη.

Να υπολογίσετε τις εντάσεις των ρευμάτων σε κάθε κλάδο του κυκλώματος:

α) αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη,

β) μετά από αρκετό χρόνο που θα έχουν σταθεροποιηθεί τελικές τιμές τους.

Μετά τη σταθεροποίηση των ρευμάτων, ανοίγουμε ακαριαία τον διακόπτη χωρίς να ξεσπάσει σπινθήρας και να συμβεί απώλεια ενέργειας.

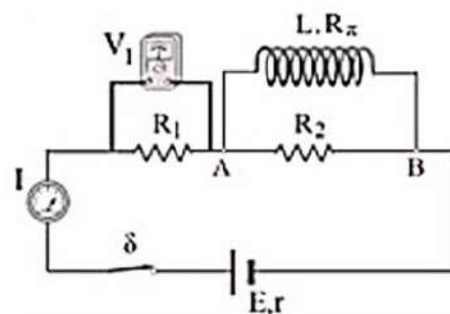


οι

γ) Να σχεδιάσετε το νέο κύκλωμα και να υπολογίσετε την ένταση του ρεύματος τη στιγμή που ανοίγει ο διακόπτης.

δ) Να υπολογίσετε τη θερμότητα που θα παραχθεί σε κάθε αντιστάτη, από τη στιγμή που θα ανοίξει ο διακόπτης μέχρι τη στιγμή που θα μηδενιστεί το ρεύμα στο πηνίο.

**51.** Στο κύκλωμα του σχήματος, τα ρεύματα είναι σταθεροποιημένα με το αμπερόμετρο να δείχνει  $I=3\text{A}$  και το βολτόμετρο στα άκρα του αντιστάτη  $R_1$ ,  $V_1=12\text{V}$ . Το πηνίο δεν είναι ιδανικό, έχει συντελεστή αυτεπαγωγής  $L=0,3\text{H}$  και οι αντιστάσεις των δύο αντιστατών συνδέονται με τη σχέση  $R_2=3R_1$ . Επίσης, ο ρυθμός μετατροπής της ηλεκτρικής ενέργειας σε θερμότητα στον αντιστάτη  $R_1$  είναι τριπλάσιος από αυτόν του αντιστάτη  $R_2$ .



Να βρείτε:

α) τις αντιστάσεις των αντιστατών  $R_1$ ,  $R_2$  και του πηνίου  $R_\pi$ .

β) την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου που είναι αποθηκευμένη στο πηνίο όταν τα ρεύματα είναι σταθεροποιημένα.

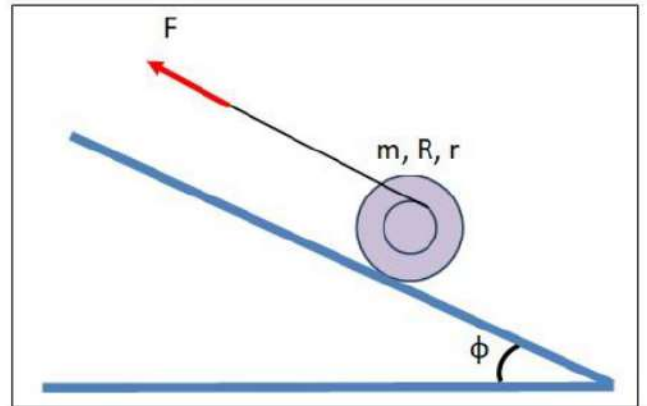
Τη χρονική στιγμή  $t_1$  ανοίγουμε ακαριαία τον διακόπτη  $\delta$ , χωρίς να ξεσπάσει σπινθήρας και χωρίς απώλεια ενέργειας.

γ) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη.

δ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον κλάδο AB του αντιστάτη  $R_2$  σε συνάρτηση με το χρόνο. Στο διάγραμμα να δείχνεται το ρεύμα που διαρρέει τον αντιστάτη λίγο πριν το άνοιγμα του διακόπτη.

ε) Να βρείτε τη συνολική θερμότητα που εκλύθηκε από τον αντιστάτη  $R_2$  και την αντίσταση του πηνίου  $R_\pi$ , από τη χρονική στιγμή  $t_1$  μέχρι τη στιγμή που μηδενίζεται η ένταση του ρεύματος.

**52.** Στο σχήμα δείχνεται μια διπλή τροχαλία, καρούλι, μάζας  $m=1\text{kg}$ , εξωτερικής ακτίνας  $R=0,1\text{m}$ , και εσωτερικής  $r=R/2$ , στην οποία έχουμε τυλίξει αβαρές και μη εκτατό νήμα μεγάλου μήκους. Το καρούλι είναι τοποθετημένο πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης  $\phi$ , με  $\eta\mu\phi=0,6$  και  $\sigma\upsilon\nu\phi=0,8$ .



Ασκούμε στο ελεύθερο άκρο του νήματος δύναμη σταθερού μέτρου  $F$ , που ο φορέας της είναι παράλληλος με το κεκλιμένο επίπεδο και ταυτόχρονα δίνουμε στο καρούλι αρχική ταχύτητα  $v_{cm}=\sqrt{10}\text{m/s}$  με αποτέλεσμα αυτό να ανέρχεται με σταθερή ταχύτητα στο κεκλιμένο επίπεδο, κυλιόμενο (χωρίς να ολισθαίνει), καθώς  $\Sigma\tau=0$ .

Να υπολογίσετε:

α) το μέτρο της δύναμης  $F$ .

β) τον αριθμό των περιστροφών που έχει εκτελέσει η τροχαλία, καθώς και το μήκος του νήματος που έχει ξετυλιχθεί, σε χρονικό διάστημα  $\Delta t = \sqrt{1,6}\text{s}$ .

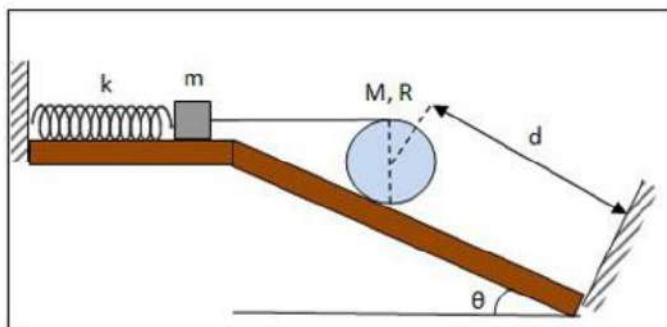
γ) το μέτρο της ταχύτητας ενός σημείου της περιφέρειας της τροχαλίας που κάποια χρονική στιγμή βρίσκεται πάνω στην οριζόντια διάμετρό της και είναι πλησιέστερο στο κεκλιμένο επίπεδο.

δ) τον ελάχιστο συντελεστή οριακής τριβής μεταξύ τροχαλίας και κεκλιμένου επιπέδου, ώστε η τροχαλία να ανέρχεται, ενώ κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο.

Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**53.** Ο ομογενής δίσκος του διπλανού σχήματος μάζας

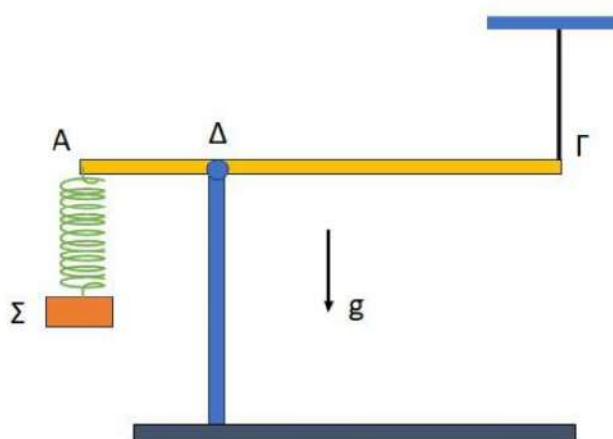
$M=3\text{kg}$  και ακτίνας  $R=10\text{cm}$  ισορροπεί σε κεκλιμένο επίπεδο, γωνίας  $\theta$ , με  $\eta\mu\theta=0,6$  και  $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$  με τη βοήθεια οριζώντιου νήματος, το οποίο είναι δεμένο σε σώμα μάζας  $m=1\text{kg}$ . Το σώμα μάζας  $m$  βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς  $k=100\text{N/m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το κέντρο μάζας του δίσκου απέχει από τον πλάγιο τοίχο απόσταση  $d=1,9\text{m}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  κόβεται το νήμα και ο δίσκος κυλιόμενος με ομαλά επιταχυνόμενη στροφική κίνηση, κατέρχεται το πλάγιο επίπεδο και κτυπά στον τοίχο τη στιγμή που το σώμα μάζας  $m$  σταματά στιγμιαία για 3<sup>η</sup> φορά. Να υπολογίσετε:



- τον ελάχιστο συντελεστή στατικής τριβής, έτσι ώστε ο δίσκος να μην ολισθαίνει, πριν το κόψιμο του νήματος.
  - την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δίσκου καθώς κατέρχεται.
  - την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος μάζας  $m$  σε συνάρτηση με τον χρόνο, λαμβάνοντας ως θετική φορά προς τα δεξιά.
  - τις περιστροφές που έχει κάνει ο δίσκος μέχρι τη χρονική στιγμή που η κινητική ενέργεια του σώματος μάζας  $m$  είναι τριπλάσια από τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης για 2<sup>η</sup> φορά.
- Δίνονται  $\pi^2=10$  και  $g=10\text{m/s}^2$ .

**54.** Ομογενής λεπτή δοκός ΑΓ, με μάζα  $M=2\text{kg}$  και

μήκος  $L$  ισορροπεί σε οριζόντια θέση, με το άκρο της Γ να είναι δεμένο στο ένα άκρο αβαρούς και μη εκτατού κατακόρυφου νήματος, που το άλλο άκρο του είναι ακλόνητα στερεωμένο σε οριζόντια οροφή, όπως δείχνεται στο σχήμα. Η δοκός είναι αρθρωμένη σε ένα σημείο της Δ, με  $A\Delta=0,2\text{m}$ , στο πάνω μέρος κατακόρυφου υποστηρίγματος. Στο άκρο Α της δοκού είναι στερεωμένο ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $k=200\text{N/m}$ , που είναι κατακόρυφο και που στο άλλο άκρο του ισορροπεί σώμα Σ μικρών διαστάσεων, μάζας  $m_1$ . Στην παραπάνω οριζόντια θέση το μέτρο της δύναμης που δέχεται η δοκός από το νήμα είναι  $F=5\text{N}$ .



Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  προσφέρουμε στο σώμα  $\Sigma$  ενέργεια  $E$ , δίνοντάς του αρχική ταχύτητα προς το σημείο  $A$ , με αποτέλεσμα να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση. Η περίοδος της απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι  $T=\pi/10\text{s}$  και στη διάρκειά της, ενώ η δοκός ισορροπεί σε οριζόντια θέση, το νήμα δεν χαλαρώνει οριακά. Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .

Να υπολογιστούν:

α) το μήκος  $L$  της δοκού.

β) η ενέργεια  $E$  που προσφέραμε στο σώμα.

γ) η εξίσωση της κινητικής ενέργειας του σώματος  $\Sigma$ , συναρτήσει του χρόνου, θεωρώντας θετικές τις απομακρύνσεις προς το  $A$ .

δ) το μέτρο της δύναμης που δέχεται η δοκός από το νήμα, όταν ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma$  μηδενιστεί για πρώτη φορά από την έναρξη της ταλάντωσής του.