Άννα Μανωλάκη

Διαγώνισμα Φυσικής

Γ Λυκείου

Κύματα

KEEP CALM AND STUDY PHYSICS

Αναλυτικές Απαντήσεις

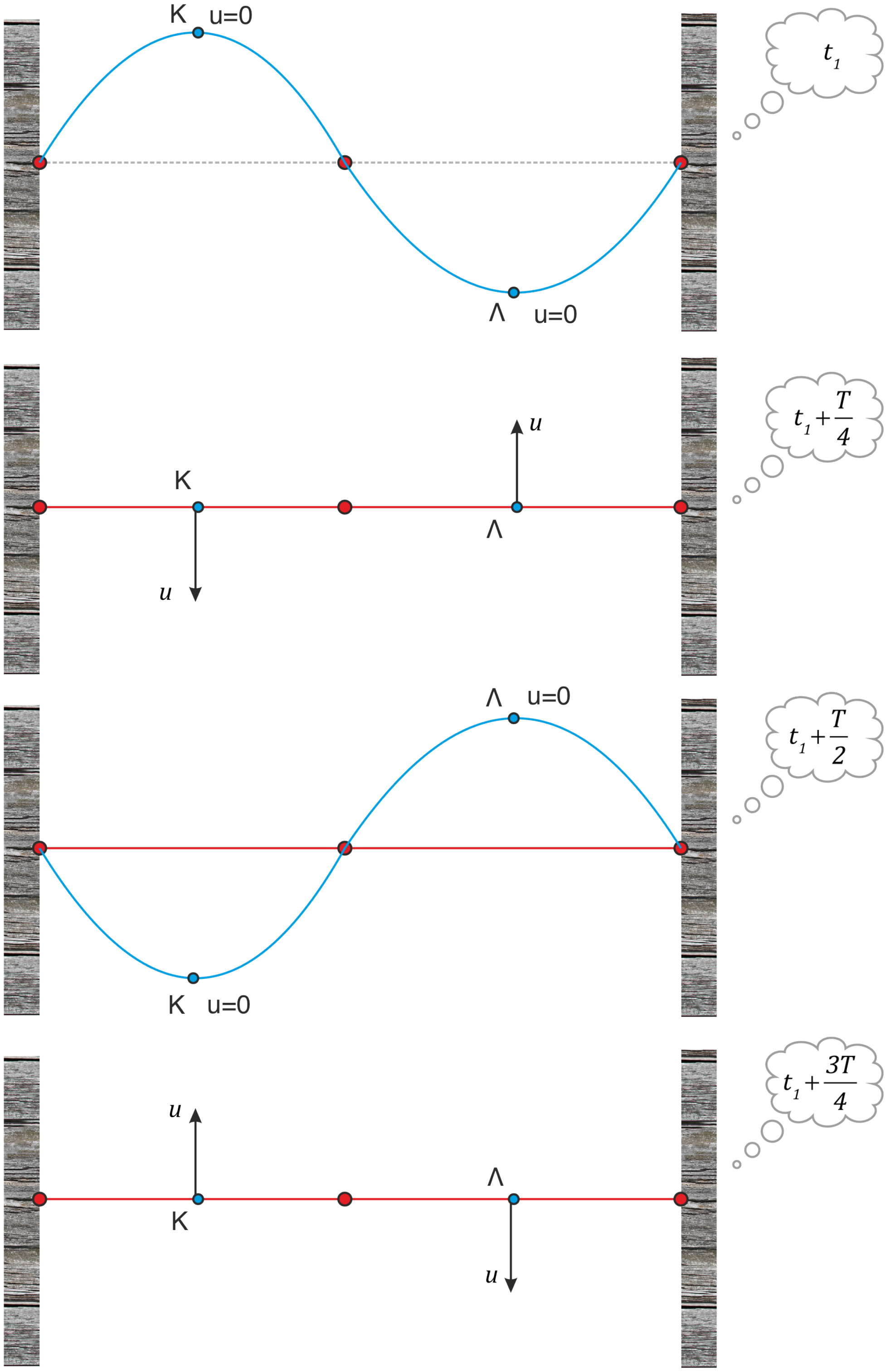
2025

34ο

απαντήσεις

Θέμα Α

A1. α

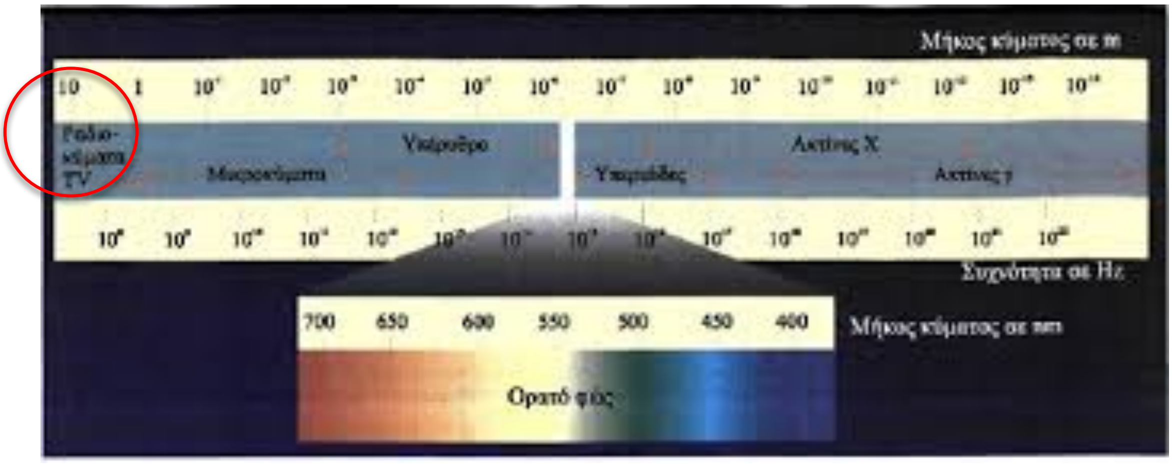


Από το στιγμιότυπο που φαίνεται τη χρονική στιγμή t_1, βλέπουμε ότι όλα τα σημεία της χορδής που εκτελούν ταλάντωση, βρίσκονται στην ακραία θέση της ταλάντωσής τους, επομένως τη χρονική στιγμή $t_1+3T/4$ θα διέρχονται από τη θέση ισορροπίας τους (ειδικότερα το σημείο Κ (κοιλία) κινούμενο προς τη θετική φορά του άξονα της ταλάντωσης και το σημείο Λ (κοιλία) προς τα αρνητικά!

Α2. β

Η συχνότητα δε μεταβάλλεται αφού καθορίζεται από την πηγή του κύματος!

Α3. β



Α4. α

Στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ, επιλέγουμε ένα τυχαίο σημείο Ζ, στο οποίο υποθέτουμε ότι τα δύο κύματα συμβάλλον με απόσβεση. Για τις αποστάσεις d_1 και d_2 του σημείου από τις δύο πηγές ισχύει:

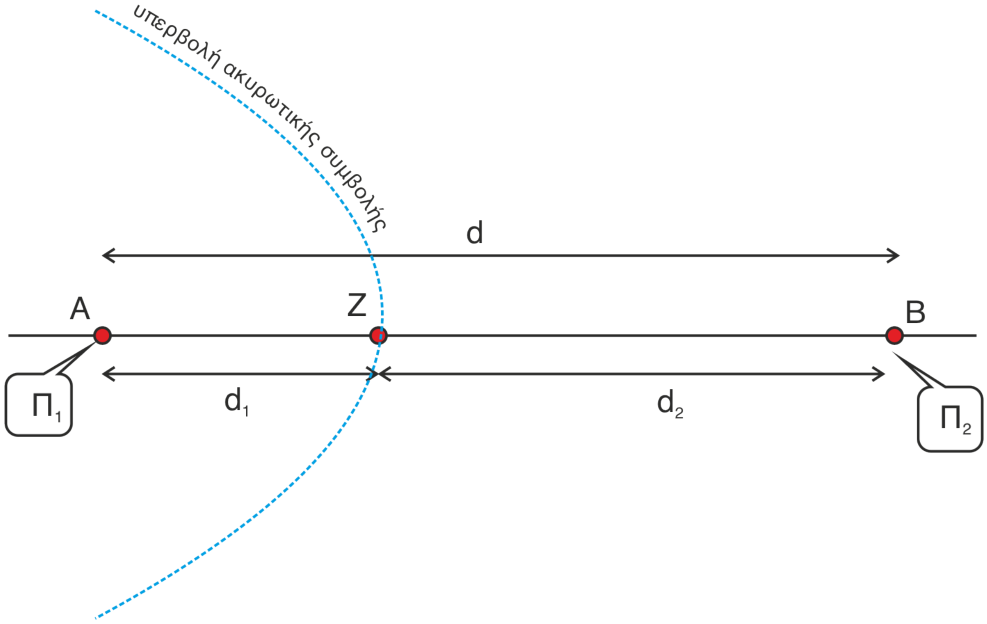
$$\left(\begin{array}{l} d_2-d_1=(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} \\ d_2+d_1=d \end{array}\right) \Leftrightarrow 2d_2=(2k+1)\frac{\lambda}{2}+d \Leftrightarrow 2d_2=k\lambda+\frac{\lambda}{2}+2{,}4\lambda \Leftrightarrow$$

$$2d_2=k\lambda+2{,}9\lambda \Leftrightarrow d_2=\frac{k}{2}\lambda+1{,}45\lambda$$

όμως

$$0<d_2<d \Leftrightarrow 0<\frac{k}{2}\lambda+1{,}45\lambda<2{,}4\lambda \Leftrightarrow -1{,}45\cancel{\lambda}<\frac{k}{2}\cancel{\lambda}<0{,}95\cancel{\lambda} \Leftrightarrow$$

$$-1{,}45<\frac{k}{2}<0{,}95 \Leftrightarrow -2{,}9<k<1{,}9$$



Επομένως: k=-2, -1, 0, 1, δηλαδή <u>4 σημεία</u> απόσβεσης!

Α5. Σ –Λ:

α. Λ *(διαδίδονται με αντίθετη κατεύθυνση)*

β. Λ *(διαδίδονται και στο κενό)*

γ. Σ

δ. Σ

ε. Σ

Θέμα Β

Β1. β

Στο επόμενο σχήμα βλέπουμε ότι από την πηγή Π η οποία παράγει αρμονικά κύματα, φτάνουν στον δέκτη Δ είτε απευθείας διανύοντας απόσταση d, είτε μετά από ανάκλαση (ελαστική) στον ανακλαστήρα διανύοντας συνολική απόσταση 2r, όπου r η απόσταση (ΠΟ)=((ΟΔ)=0,9m. Το μήκος κύματος των κυμάτων που παράγονται είναι:

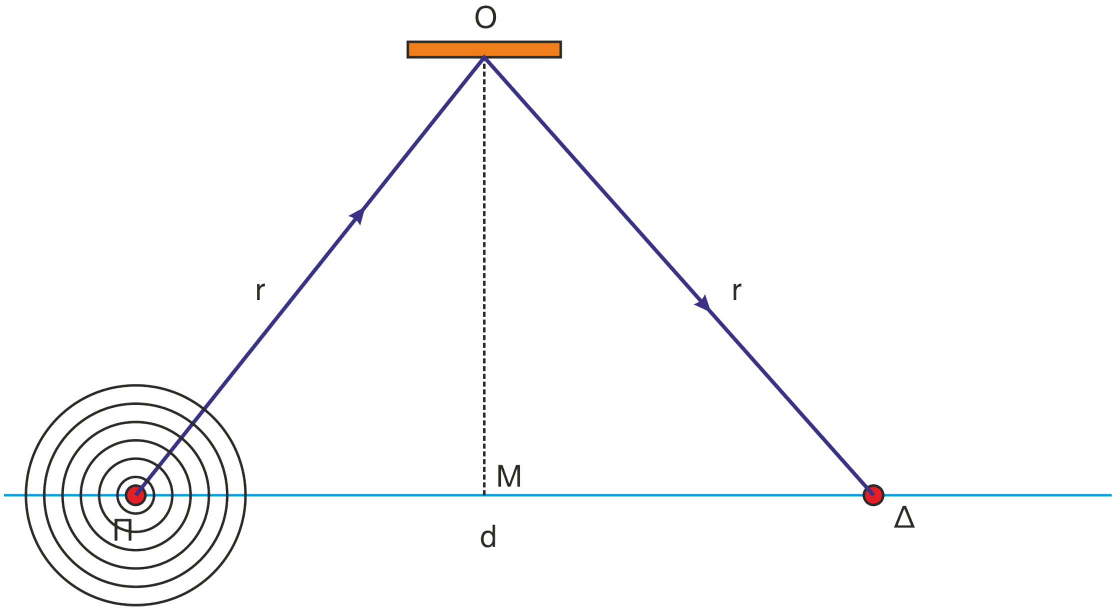
$$u_\delta = \lambda \cdot f \Leftrightarrow \lambda = \frac{u_\delta}{f} \Leftrightarrow \boxed{\lambda = 0,5m}$$

Εξετάζουμε το πλάτος Α΄ του σημείο Δ εξαιτίας της συμβολής των δύο κυμάτων:

Για να έχουμε ενισχυτική συμβολή:

$2r-d=k\lambda \Leftrightarrow 1{,}8-0{,}8=k\cdot 0{,}5 \Leftrightarrow 1=k\cdot 0{,}5 \Leftrightarrow \boxed{k=2}$

Επομένως, στο σημείο Δ παρατηρείται ενισχυτική συμβολή, οπότε το πλάτος Α΄του σημείου θα είναι Α′=2Α, δηλαδή Α′=10cm.



Για να έχουμε ακυρωτική συμβολή:

$$2r-d=(2k+1)\frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow 1{,}8-0{,}8=(2k+1)\cdot\frac{1}{4} \Leftrightarrow 4=2k+1 \Leftrightarrow 2k=3 \Leftrightarrow k=1{,}5$$

$$\boxed{k \notin Z}$$

B2. β

Γνωρίζουμε ότι η φάση της ταλάντωσης ενός σημείου αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο στη διάρκεια της ταλάντωσής του. Αφού λοιπόν έχουμε δύο σημεία Μ και Ν, τα οποία βρίσκονται επάνω σε γραμμικό ελαστικό μέσο στο οποίο διαδίδεται αρμονικό κύμα και οι φάσεις τους κάποια χρονική στιγμή t, κατά την οποία έχουν τεθεί και τα δύο σε ταλάντωση είναι:

$$\begin{pmatrix} \varphi_M=\dfrac{20\pi}{3}rad \\ \varphi_N=\dfrac{2\pi}{3}rad \end{pmatrix} \Leftrightarrow \varphi_M>\varphi_M \Leftrightarrow 2\pi\left(ft-\frac{x_M}{\lambda}\right)>2\pi\left(ft-\frac{x_N}{\lambda}\right) \Leftrightarrow ft-\frac{x_M}{\lambda}>ft-\frac{x_N}{\lambda} \Leftrightarrow$$

$$-\frac{x_M}{\lambda}>-\frac{x_N}{\lambda} \Leftrightarrow \frac{x_M}{\lambda}<\frac{x_N}{\lambda} \Leftrightarrow \boxed{x_M<x_N}$$

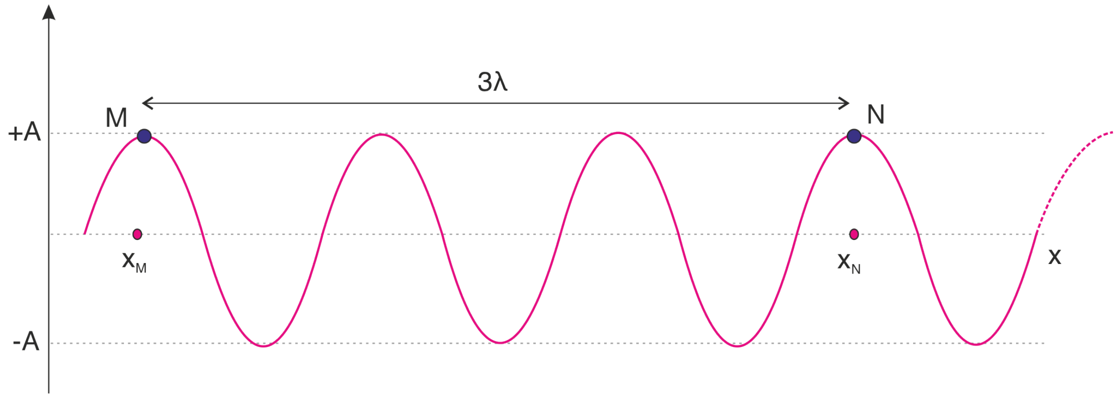
Δηλαδή το η τετμημένη του σημείου Μ είναι μικρότερη από την τετμημένη του σημείου Ν, επομένως το Μ είναι πλησιέστερα στο σημείο Ο(x=0) από το Ν, το κύμα διαδίδεται από το Μ προς το Ν.

Από τη διαφορά φάσης των δύο σημείων, υπολογίζουμε την απόστασή τους κατά μήκος του άξονα x'Ox:

$$\Delta\varphi = \varphi_M - \varphi_N = 2\pi\left(ft - \frac{x_M}{\lambda}\right) - 2\pi\left(ft - \frac{x_N}{\lambda}\right) \Leftrightarrow \Delta\varphi = 2\pi\cdot\frac{x_N - x_M}{\lambda} \Leftrightarrow \frac{18\pi}{3} = 2\pi\cdot\frac{\Delta x}{\lambda} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{\Delta x = 3\lambda}$$

Κατασκευάζουμε ένα στιγμιότυπο, στο οποίο το σημείο Μ βρίσκεται στην ακραία θέση y=+A της ταλάντωσης και παρατηρούμε ότι την ίδια στιγμή το σημείο Ν θα βρίσκεται και αυτό στην ίδια απομάκρυνση!



Β3. β

Από τις δύο εξισώσεις της έντασης του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου του ηλεκτρομαγνητικού κύματος, εξετάζουμε την ταχύτητα διάδοσής του κατά μήκος του άξονα x'Ox:

$$u_\delta = \frac{E_{max}}{B_{max}} = \frac{3\cdot 10^2}{10^{-6}} \Leftrightarrow u_\delta = 3\cdot 10^8\, m/s$$

Η συχνότητα του κύματος είναι $f=8.10^{11}$ Hz και το μήκος του κύματος λ είναι

$$\lambda = \frac{1}{4\cdot 10^3} m$$

Οπότε σύμφωνα με τα δύο αυτά μεγέθη η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι:

$$u_\delta = \lambda\cdot f \Leftrightarrow u_\delta = \frac{1}{4\cdot 10^3}\cdot 8\cdot 10^{11} \Leftrightarrow u_\delta = 2\cdot 10^8\, m/s$$

Διαπιστώνουμε λοιπόν ότι προκύπτουν δύο διαφορετικές ταχύτητες, αυτό όμως δεν είναι δυνατόν, επομένως οι εξισώσεις έχουν γραφεί λανθασμένα και δεν είναι δυνατόν να αποδίδονται σε ηλεκτρομαγνητικό κύμα!

Θέμα Γ

Γ1. *Από τη χρονική εξίσωση απομάκρυνσης του σημείου O(x=0), μπορούμε να εξάγουμε τα εξής:*

- *Το πλάτος A ταλάντωσης κάθε τρέχοντος κύματος είναι*

$$\boxed{A=0,05m}$$

- *Η συχνότητα ταλάντωσης της χορδής:*

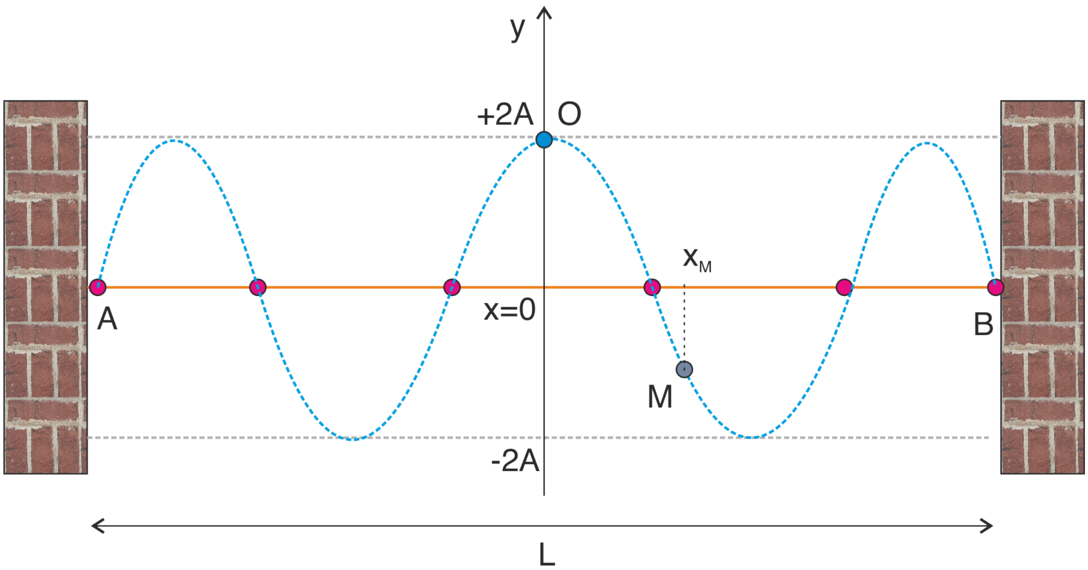
$$\omega=20\pi\, rad/s \rightarrow \omega=2\pi f \Leftrightarrow \boxed{f=10Hz}$$

- *Υπολογίζουμε το μήκος λ του κύματος:*

$$u_\delta=\lambda f \Leftrightarrow \lambda=\frac{u_\delta}{f} \Leftrightarrow \boxed{\lambda=0,4m}$$

Στο επόμενο στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος, που σχηματίζεται στη χορδή AB, παρατηρούμε ότι το μήκος L της χορδής είναι:

$$L=5\cdot\frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow \boxed{L=1m}$$



Γ2. *Αν η απόσταση του σημείου M από το σημείο O(x=0) είναι x_M=0,15m, υπολογίζουμε το πλάτος της ταλάντωσής του:*

$$A_M=2A\cdot\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x_M}{\lambda} \Leftrightarrow A_M=0,1\cdot\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi\cdot 0,15}{0,4} \Leftrightarrow A_M=0,1\cdot\sigma\upsilon\nu\frac{3\pi}{4} \Leftrightarrow A_M=-0,05\sqrt{2}m$$

Οπότε η χρονική εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου είναι:

$$u_M = \omega A_M \cdot \sigma\upsilon\nu\omega t \Leftrightarrow u_M = 20\pi \cdot \left(-0,05\sqrt{2}\right)\cdot \sigma\upsilon\nu 20\pi t \Leftrightarrow u_M = 20\pi \cdot \left(-0,05\sqrt{2}\right)\cdot \sigma\upsilon\nu 20\pi t \Leftrightarrow$$

$$\boxed{u_M = -\pi\sqrt{2}\cdot \sigma\upsilon\nu 20\pi t} \quad (SI)$$

Γ3. *Αν αλλάξουμε τη συχνότητα ταλάντωσης της χορδής σε f′=25Hz, η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων δε μεταβάλλεται. Για να σχηματιστεί και πάλι στάσιμο κύμα, θα πρέπει το k (αρ. κοιλιών) να προκύψει ακέραιος.*

$$L = k\cdot\frac{\lambda}{2} = k\cdot\frac{u_\delta}{2f} \Leftrightarrow k = \frac{2Lf}{u_\delta} \Leftrightarrow \boxed{k = 12,5 \notin \mathbb{Z}}$$

Επομένως διαπιστώνουμε ότι δεν μπορεί να σχηματιστεί στάσιμο κύμα με τη συχνότητα αυτή!

Γ4. *Αν αντικαταστήσουμε τη χορδή με διαφορετική (ατσάλινη), διατηρώντας όμως την αρχική συχνότητα f=10Hz (όπως φαίνεται από την εξίσωση απομάκρυνσης του σημείου Ο από τη θέση ισορροπίας του), σχηματίζεται και πλάι στάσιμο κύμα, με 8 συνολικά δεσμούς ή 7 συνολικά κοιλίες! Οπότε:*

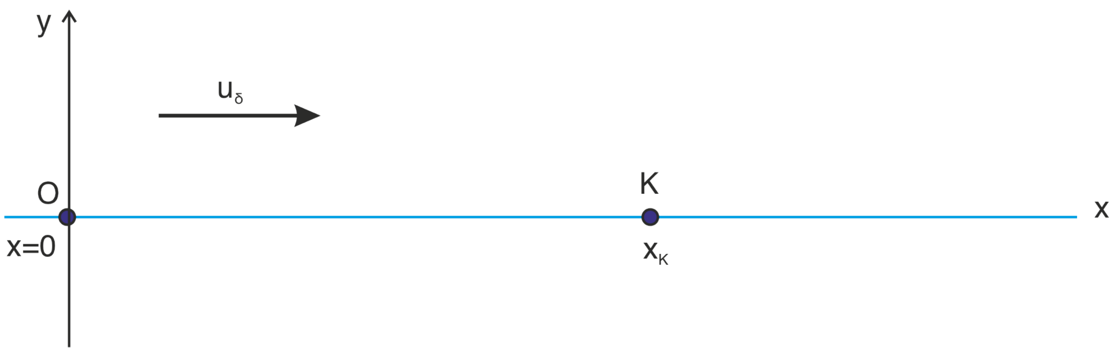
$$L = k\cdot\frac{\lambda'}{2} \xrightarrow{\kappa=7} L = 7\cdot\frac{\lambda'}{2} \Leftrightarrow \boxed{\lambda' = \frac{2}{7}m}$$

Η νέα ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στη χορδή είναι:

$$u_\delta{}' = \lambda'\cdot f \Leftrightarrow \boxed{u_\delta{}' = \frac{20}{7}m}$$

Θέμα Δ

Δ1. *Αφού το σημείο Κ αρχίζει να εκτελεί ταλάντωση εξαιτίας του κύματος τη χρονική στιγμή t_1=0,15s, υπολογίζουμε την τετμημένη του σημείου:*



$$u_\delta = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_K}{t_1} \Leftrightarrow x_K = u_\delta \cdot t_1 \Leftrightarrow \boxed{x_K = 0{,}03m}$$

Αφού όμως στο ίδιο χρονικό διάστημα το σημείο O(x=0) έχει ολοκληρώσει 3 πλήρεις ταλαντώσεις, η περίοδος του κύματος T και συχνότητά f είναι:

$$\Delta t = 3T \Leftrightarrow T = \frac{t_1}{3} \Leftrightarrow \boxed{T = 0{,}05\,s} \qquad f = \frac{1}{T} \Leftrightarrow \boxed{f = 20Hz}$$

και το αντίστοιχο μήκος κύματος λ είναι:

$$\Delta x = 3\lambda \Leftrightarrow \lambda = \frac{x_K}{3} \Leftrightarrow \boxed{\lambda = 0{,}01m}$$

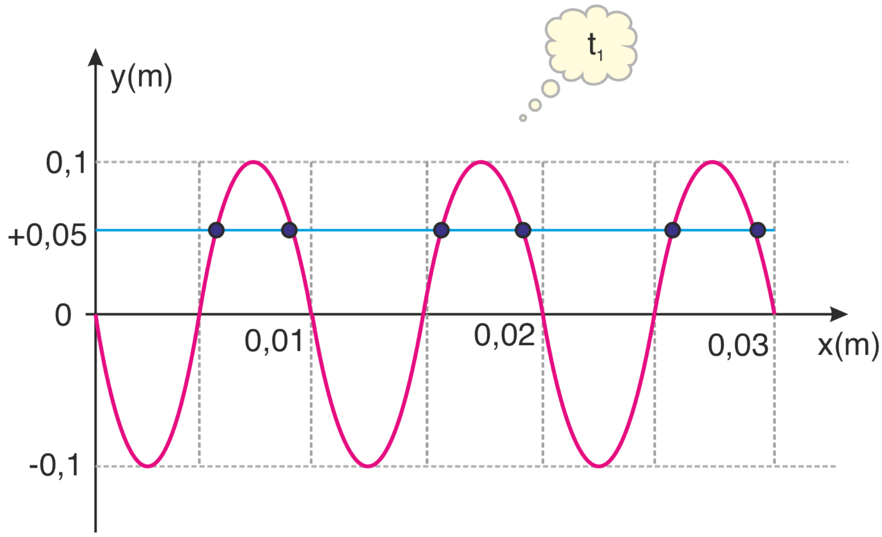
Από την ενέργεια E ταλάντωσης του υλικού σημείου μάζας $m=10^{-4}$kg, υπολογίζουμε το πλάτος A ταλάντωσης:

$$E = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \Leftrightarrow |A| = \frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{2E}{m}} \Leftrightarrow \boxed{|A| = 0{,}1m}$$

Η εξίσωση του κύματος είναι:

$$y = A\cdot \eta\mu 2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right) \Leftrightarrow y = A\cdot \eta\mu 2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right) \Leftrightarrow \boxed{y = 0{,}1\cdot \eta\mu 2\pi\left(10t - 100x\right)} \quad (SI)$$

Δ2. *Τη χρονική στιγμή $t_2=t_1=3T$, το κύμα θα έχει διαδοθεί κατά μήκος του θετικού ημιάξονα σε απόσταση x=3λ=0,03m. Κατασκευάζουμε λοιπόν το στιγμιότυπο του κύματος και επιλέγουμε τα σημεία που διαθέτουν απομάκρυνση y=+0,05m από τη θέση ισορροπίας τους:*



Τα σημεία είναι συνολικά 6.

Δ3. *Η εξίσωση της φάσης ταλάντωσης του σημείου Ζ με τετμημένη x_Z=+0,03m, περιγράφεται από την παρακάτω σχέση:*

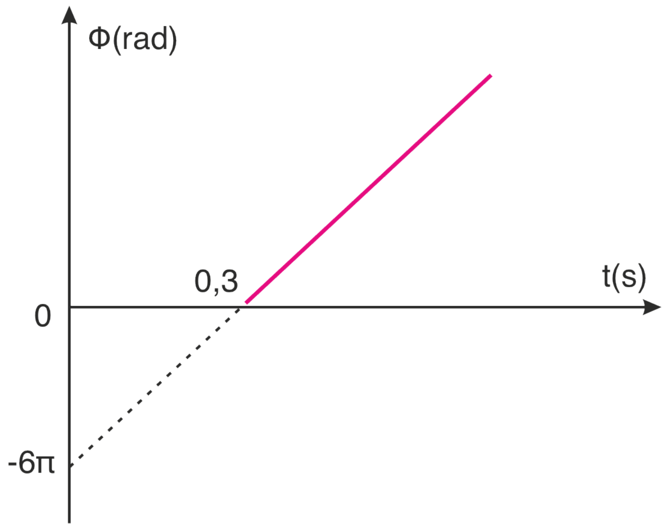
$$\varphi_Z = 2\pi(10t - 100x_Z) \Leftrightarrow \boxed{\varphi_Z = 2\pi(10t-3)} \quad (SI)$$

Οπότε

$t = 0 \Leftrightarrow \varphi_Z = -6\pi\, rad$

$\varphi_Z = 0 \Leftrightarrow t = 0{,}3s$

Προκύπτει το διάγραμμα:



Δ4. *Αρκεί να εφαρμόσουμε την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας Ταλάντωσης του σημείου:*

$$E = K + U \Leftrightarrow \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}Dy^2 \Leftrightarrow DA^2 = mu^2 + Dy^2 \Leftrightarrow$$

$$mu^2 = D(A^2 - y^2) \Leftrightarrow u^2 = \frac{D}{m}(A^2 - y^2) \Leftrightarrow u^2 = \omega^2(A^2 - y^2) \Leftrightarrow$$

$$|u| = \omega\sqrt{A^2 - y^2} \Leftrightarrow |u| = \omega\sqrt{A^2 - \frac{A^2}{4}} \Leftrightarrow |u| = \omega\sqrt{\frac{3A^2}{4}} \Leftrightarrow |u| = \omega\frac{A}{2}\sqrt{3} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{|u| = \pi\sqrt{3}\, m/s}$$