



**KEEP
CALM
AND
STUDY
PHYSICS**

Ταλαντώσεις
Επιλογή θεμάτων ΨΕΒ

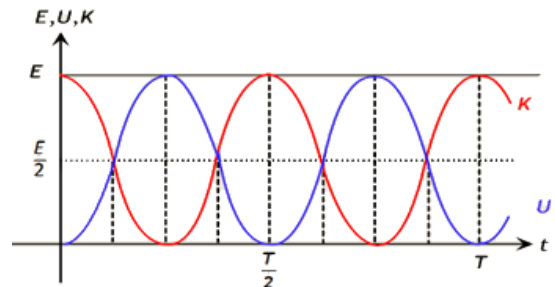
ΘΕΜΑ Β

Στα παρακάτω θέματα να επιλέξετε την ορθή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 1

Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με αρχική φάση μηδέν. Η γραφική παράσταση δείχνει τις μεταβολές της κινητικής K , της δυναμικής U και της ολικής ενέργειας E , σε συνάρτηση με το χρόνο.

Η κινητική του ενέργεια K εξισώνεται με τη δυναμική του ενέργεια U , 120 φορές ανά λεπτό. Η συχνότητα της ταλάντωσης είναι:



- α) 30 Hz. β) 2Hz. γ) 0,5Hz.

ΕΡΩΤΗΣΗ 2

Σύστημα ελατηρίου σταθεράς k μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση περιόδου T και συχνότητας f . Αντικαθιστούμε τη μάζα με άλλη $m' = m/4$ και διπλασιάζουμε το πλάτος της ταλάντωσης: $A' = 2A$.

A) Για τη συχνότητα f' ισχύει:

- α) $f' = 2f$. β) $f' = f$. γ) $f' = f/2$.

B) Η ενέργεια της ταλάντωσης E' :

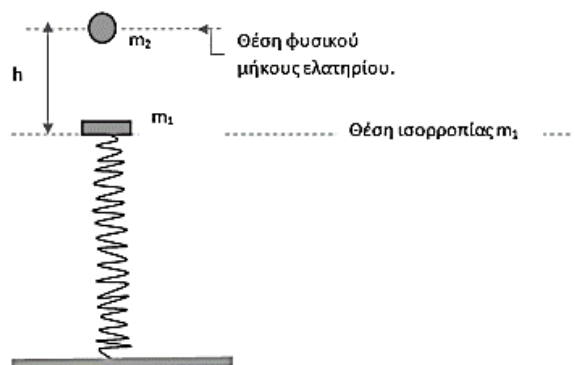
- α) παραμένει η ίδια. β) διπλασιάζεται. γ) τετραπλασιάζεται.

ΕΡΩΤΗΣΗ 3

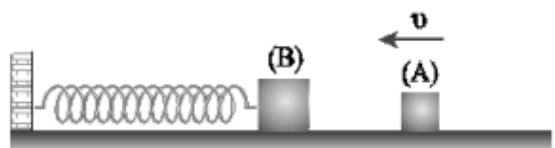
Στο σχήμα το σώμα μάζας m_1 ισορροπεί χαμηλότερα κατά h από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου αφήνουμε σώμα ίσης μάζας ($m_2 = m_1 = m$) να κάνει ελεύθερη πτώση στην κατακόρυφο που διέρχεται από τον άξονα του ελατηρίου. Η κρούση των σωμάτων είναι κεντρική ελαστική, και αμέσως μετά την κρούση, απομακρύνεται η μάζα m_2 , ενώ το σώμα m_1 εκτελεί α.α.τ. Το πλάτος ταλάντωσης του m_1 είναι

- α) h . β) $2h$ γ) $h\sqrt{2}$.

Επιλέξτε τη σωστή πρόταση και αιτιολογείστε.

**ΕΡΩΤΗΣΗ 4**

Τα σώματα (A) και (B) του σχήματος βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και έχουν μάζες που συνδέονται με τη σχέση $m_B = 3m_A$. Το σώμα (A) κινούμενο με ταχύτητα μέτρου v συγκρούεται



κεντρικά ελαστικά με το ακίνητο σώμα (B) το οποίο είναι δεμένο στην άκρη του οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, όπως στο σχήμα. Μετά την κρούση, το σώμα (B) ταλαντώνεται με περίοδο T και πλάτος A για το οποίο ισχύει

α. $A = uT/2$

β. $A = uT/2\pi$

γ. $A = uT/4\pi$

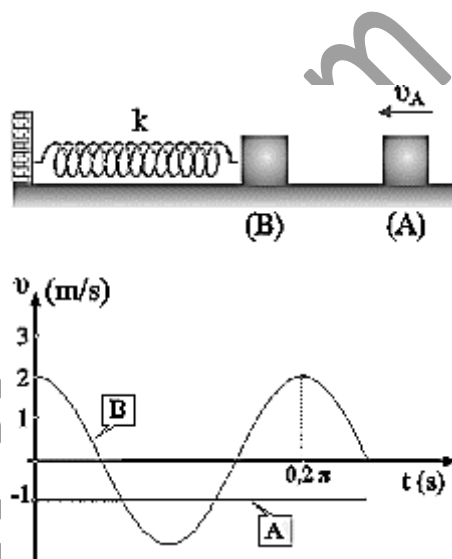
ΕΡΩΤΗΣΗ 5

Το σώμα B του σχήματος είναι ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και δεμένο στην άκρη ιδανικού ελατηρίου. Το σώμα A, μάζας m_A , κινούμενο με ταχύτητα $u_A = 3\text{ m/s}$ κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου, συγκρούεται μετωπικά με το σώμα B τη χρονική στιγμή $t=0$. Οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σωμάτων μετά την κρούση (θετική φορά προς τα αριστερά) φαίνονται στο διπλανό διάγραμμα ταχυτήτων-χρόνου. Οι μάζες των σωμάτων A και B συνδέονται με τη σχέση

α. $m_A = m_B$

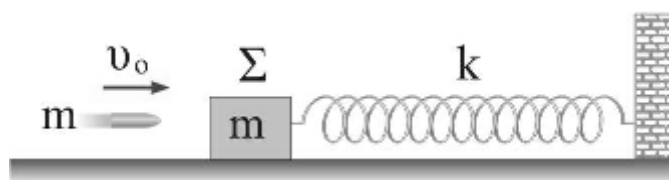
β. $m_B = 2m_A$

γ. $m_B = 3m_A$



Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 6



ελατηρίου, συγκρούεται πλαστικά με το σώμα Σ. Το ποσοστό της ενέργειας του βλήματος που μετατράπηκε σε ενέργεια ταλάντωσης είναι ίσο με

α. 50%

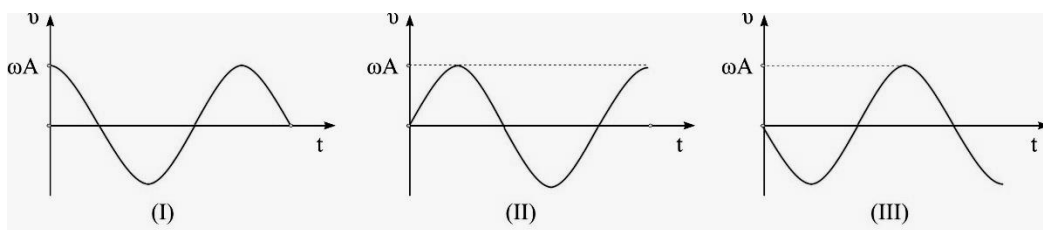
β. $200/3 \%$

γ. 75%

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 7

Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η επιτάχυνσή του περιγράφεται από τη σχέση $a = \omega^2 A \sin \omega t$. Η ταχύτητα ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από τη γραφική παράσταση

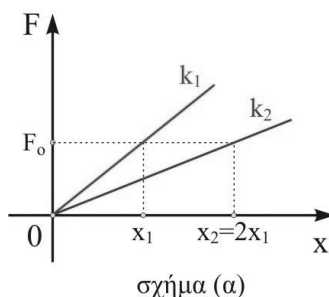


- α. (I). β. (II). γ. (III).

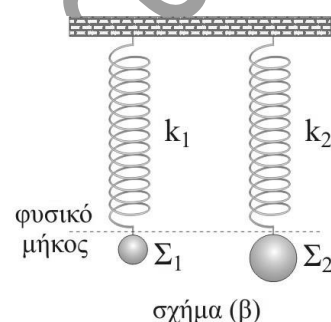
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 8

Στο διπλανό διάγραμμα (σχήμα α) δείχνεται η ασκούμενη δύναμη F σε συνάρτηση με την προκαλούμενη παραμόρφωση x για δύο ελατήρια με σταθερές k_1 και k_2 . Τα δύο ελατήρια έχουν τα πάνω άκρα τους στερεωμένα ακλόνητα στην οροφή και στα κάτω άκρα τους έχουν δεμένα σώματα Σ_1 και Σ_2 μαζών m_1 και $m_2=2m_1$ αντίστοιχα.



σχήμα (α)



σχήμα (β)

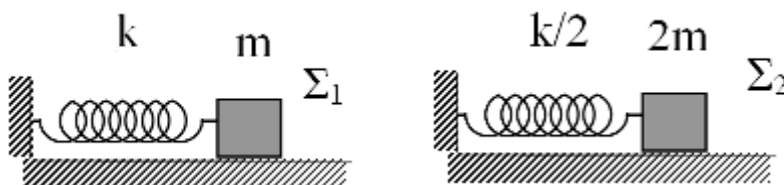
Εκτρέπουμε τα σώματα κατακόρυφα, ώστε τα ελατήρια να βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος (σχήμα β) και τα αφήνουμε ελεύθερα να ταλαντωθούν. Ο λόγος των ενεργειών ταλάντωσης E_1/E_2 των δύο συστημάτων, είναι

- α. $E_1/E_2 = 1/2$. β. $E_1/E_2 = 1/4$. γ. $E_1/E_2 = 1/8$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 18

Τα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 έχουν μάζες m και $2m$ αντίστοιχα, είναι δεμένα στα άκρα δύο ελατηρίων με σταθερές k και $k/2$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα δύο σώματα εκτελούν απλές αρμονικές ταλαντώσεις με ίσες μέγιστες επιταχύνσεις.



Για τις ολικές ενέργειες των ταλαντώσεων E_1 και E_2 ισχύει

- α. $E_2 = E_1$ β. $E_2 = 4 E_1$ γ. $E_2 = 8 E_1$

ΕΡΩΤΗΣΗ 6

Ένα μικρό σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση έχοντας ενέργεια ταλάντωσης 20J. Κάποια στιγμή, που το σώμα βρίσκεται σε ακραία θέση της ταλάντωσης, του ασκούμε στιγμιαία δύναμη με αποτέλεσμα το διπλασιασμό του πλάτους ταλάντωσης. Το έργο που προσφέραμε στο ταλαντούμενο σύστημα μέσω αυτής της στιγμιαίας δύναμης, για το διπλασιασμό του πλάτους ταλάντωσης, είναι ίσο με

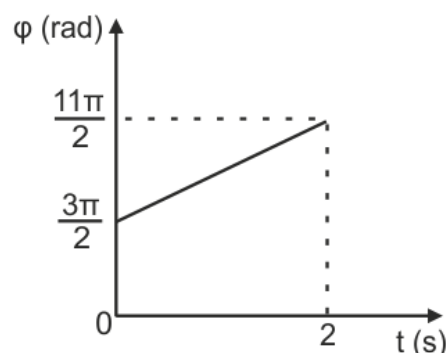
- $\alpha)$ 20J . $\beta)$ 60J . $\gamma)$ 80J .

ΕΡΩΤΗΣΗ 3

Η φάση μιας απλής αρμονικής ταλάντωσης μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα:

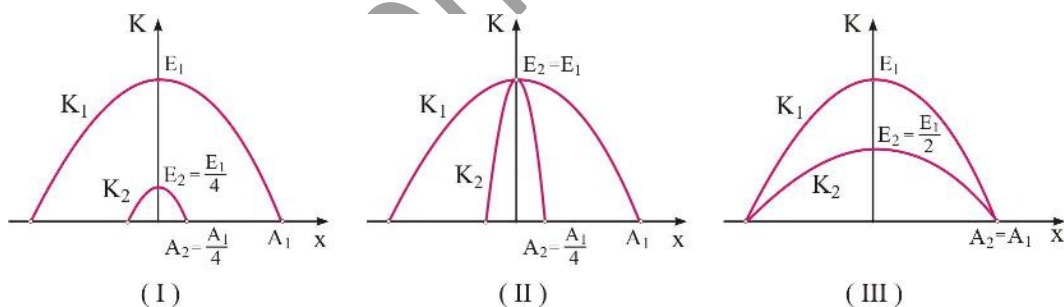
Η περίοδος της ταλάντωσης είναι ίση με

- $$\alpha) 1s. \qquad \beta) 2s. \qquad \gamma) 2\pi s.$$



ΕΡΩΤΗΣΗ 19

Ένα σώμα μάζας m είναι δεμένο και ισορροπεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k_1 του οποίου το πάνω άκρο είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Απομακρύνουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα πάνω μέχρι τη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου και το αφήνουμε ελεύθερο να κάνει ταλάντωση. Επαναλαμβάνουμε το ίδιο πείραμα με ένα άλλο ελατήριο σταθεράς $k_2 = 4k_1$. Οι γραφικές παραστάσεις των κινητικών ενεργειών των δύο ταλαντώσεων σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας, φαίνονται στο διάγραμμα του σχήματος.



- α . (I)
 β . (II)
 γ . (III)

ΕΡΩΤΗΣΗ 9

Ένα σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή $t=0$, το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης με θετική ταχύτητα μέτρου $v_{\max}$. Το έργο της δύναμης επαναφοράς από τη στιγμή $t=0$ μέχρι τη στιγμή $T/12$, όπου T η περίοδος της ταλάντωσης είναι

- $$\alpha. \quad -\frac{1}{2}mv_{\max}^2 \quad \beta. \quad -\frac{1}{8}mv_{\max}^2 \quad \gamma. \quad -\frac{3}{4}mv_{\max}^2$$

ΕΡΩΤΗΣΗ 10

Δύο σημειακά σώματα, που έχουν ίσες μάζες $m_1=m_2=m$, εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση. Οι συχνότητες των δύο ταλαντώσεων ικανοποιούν τη σχέση $f_1 > f_2$ και τα πλάτη τη σχέση $A_2 < A_1$. Οι ενέργειες ταλάντωσης E_1 και E_2 των δύο σωμάτων 1 και 2 αντίστοιχα ικανοποιούν τη σχέση:

α) $E_1 = E_2$.

β) $E_1 > E_2$.

γ) $E_1 < E_2$.

ΕΡΩΤΗΣΗ 11

Ένα σώμα ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση τη χρονική στιγμή $t=0$, σύμφωνα με τη σχέση $x=A\sin(\omega t+\phi_0)$. Τη χρονική στιγμή $t=T/2$ ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του γίνεται μέγιστος για πρώτη φορά. Η αρχική φάση ϕ_0 της ταλάντωσης είναι

α. $\phi_0 = \pi/2$ rad

β. $\phi_0 = \pi$ rad

γ. $\phi_0 = 0$ rad

ΕΡΩΤΗΣΗ 12

Ένα σώμα ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση τη χρονική στιγμή $t=0$ από τη θέση $x=+A$. Η φάση της ταλάντωσης όταν το σώμα εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση είναι

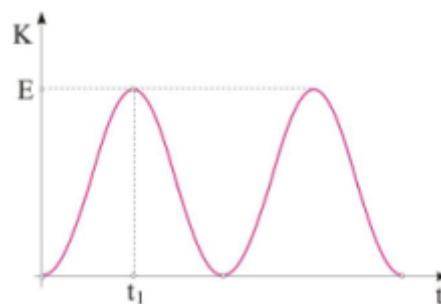
α. $\phi_0 = 3\pi/2$ rad

β. $\phi_0 = 5\pi/2$ rad

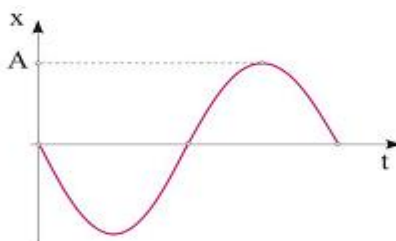
γ. $\phi_0 = 7\pi/2$ rad

ΕΡΩΤΗΣΗ 13

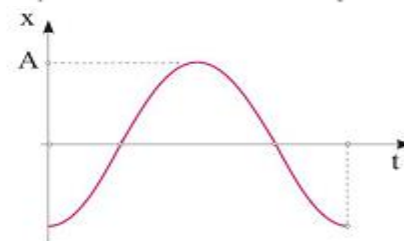
Η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Αν τη χρονική στιγμή t_1 η ταχύτητα του σώματος έχει θετικό πρόσημο, η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο είναι η



(α)



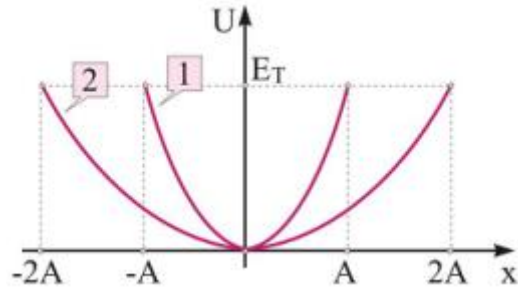
(β)



(γ)

ΕΡΩΤΗΣΗ 14

Στο διπλανό σχήμα φαίνονται τα διαγράμματα της δυναμικής ενέργειας σε συνάρτηση με την απομάκρυνση, $U=f(x)$, για δύο συστήματα μάζας – ελατηρίου που εκτελούν α.α.τ. Αν γνωρίζουμε ότι οι μάζες συνδέονται με τη σχέση $m_1=m_2$, ο λόγος των περιόδων ταλάντωσης T_1/T_2 είναι ίσος με



α. 2.

β. 1/2.

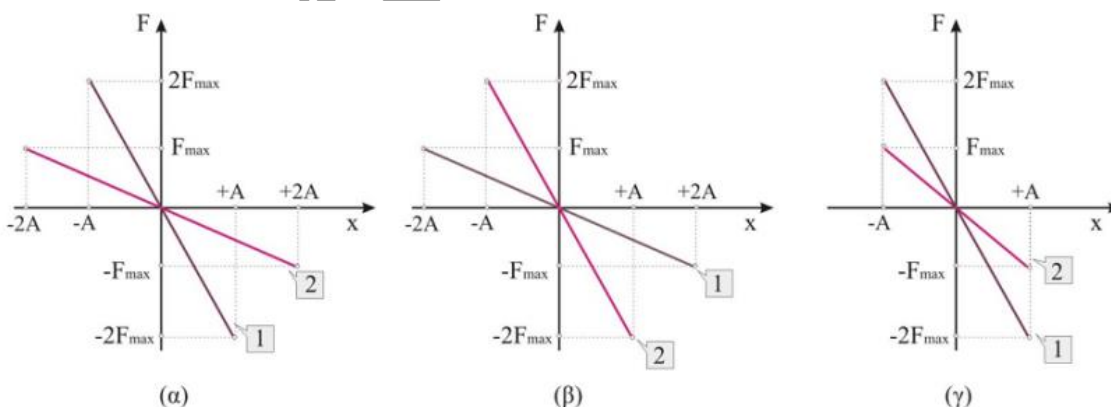
γ. 1/4.

ΕΡΩΤΗΣΗ 15

Ένα ιδανικό κατακόρυφο ελατήριο είναι στερεωμένο με το κάτω άκρο του σε οριζόντιο δάπεδο, ενώ στο πάνω άκρο του υπάρχει στερεωμένο σώμα μάζας m_1 . Συσπειρώνουμε επιπλέον το ελατήριο απομακρύνοντας το σώμα από τη θέση ισορροπίας του κατά d και το αφήνουμε ελεύθερο, οπότε αυτό εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση έχοντας ενέργεια ταλάντωσης E_1 και συχνότητα f_1 . Στη συνέχεια επαναλαμβάνουμε την ίδια ακριβώς διαδικασία αντικαθιστώντας μόνο το σώμα με ένα άλλο τετραπλάσιας μάζας ($m_2 = 4m_1$). Η νέα ενέργεια ταλάντωσης E_2 και η νέα συχνότητα f_2 είναι αντίστοιχα

α. $E_2 = E_1$ και $f_2 = f_1$.β. $E_2 = 2E_1$ και $f_2 = f_1$.γ. $E_2 = E_1$ και $f_2 = f_1/2$.**ΕΡΩΤΗΣΗ 16**

Δύο αρμονικοί ταλαντωτές (1) και (2) με σταθερές επαναφοράς D_1 και D_2 αντίστοιχα, έχουν σώματα των οποίων οι μάζες m_1 και m_2 συνδέονται με τη σχέση $m_1 = 4m_2$. Οι δύο ταλαντωτές έχουν τις ίδιες ενέργειες ταλάντωσης E και τις ίδιες περιόδους T . Το σχήμα που δείχνει τα διαγράμματα των δυνάμεων επαναφοράς τους F σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x , $F = f(x)$, είναι το

**ΕΡΩΤΗΣΗ 17**

Η κινητική ενέργεια ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση μειώνεται και η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης αυξάνεται. Άρα η ταχύτητα

α. και η επιτάχυνση έχουν την ίδια κατεύθυνση.

β. είναι αρνητική και το μέτρο της μειώνεται.

γ. είναι θετική και το μέτρο της μειώνεται.

ΕΡΩΤΗΣΗ 18

Σώμα εκτελεί αμείωτη απλή αρμονική ταλάντωση, πλάτους A . Σε κάποια θέση της τροχιάς του, η κινητική ενέργεια είναι το 50% της ολικής του ενέργειας και η δύναμη επαναφοράς έχει θετική τιμή. Η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας, ισούται με:

α) $-\sqrt{3}/2 A$.

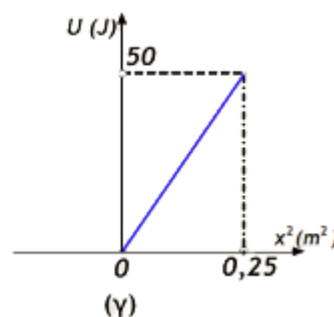
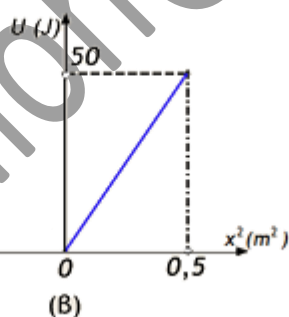
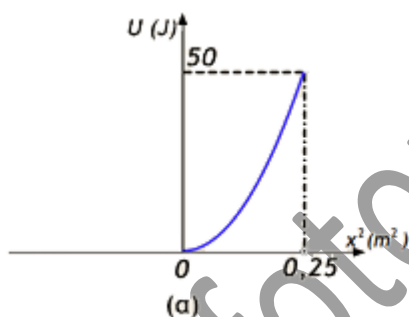
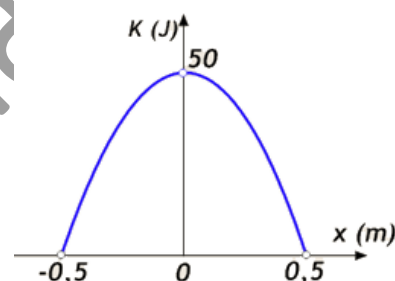
β) $\sqrt{2}/2 A$.

γ) $-\sqrt{2}/2 A$.

ΕΡΩΤΗΣΗ 19

Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας K ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη Θέση Ισορροπίας του.

Η γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας U σε συνάρτηση με το τετράγωνο της απομάκρυνσης x είναι η:



ΕΡΩΤΗΣΗ 20

Σε μία Α.Α.Τ. η κινητική ενέργεια γίνεται ίση με τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης κατά τη διάρκεια μίας περιόδου

α) δύο φορές.

β) μία φορά.

γ) τέσσερις φορές.

ΕΡΩΤΗΣΗ 21

Ένα σώμα συνδέεται στο ελεύθερο άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σύστημα εκτελεί Α.Α.Τ. με πλάτος ταλάντωσης A_1 . Η σταθερά επαναφοράς του συστήματος είναι D . Αντικαθιστούμε το σώμα με ένα άλλο τετραπλάσιας μάζας το οποίο εκτελεί επίσης Α.Α.Τ. αλλά με διπλάσιο πλάτος. Η σχέση που συνδέει την ενέργεια

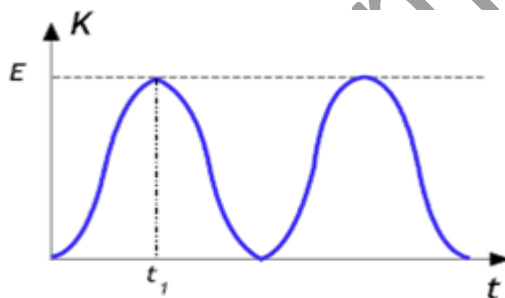
ΕΡΩΤΗΣΗ 27

Ένα σώμα, μάζας m , εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση έχοντας ολική ενέργεια E . Χωρίς να αλλάξουμε τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος, προσφέρουμε στο σώμα επιπλέον ενέργεια $3E$. Τότε η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης:

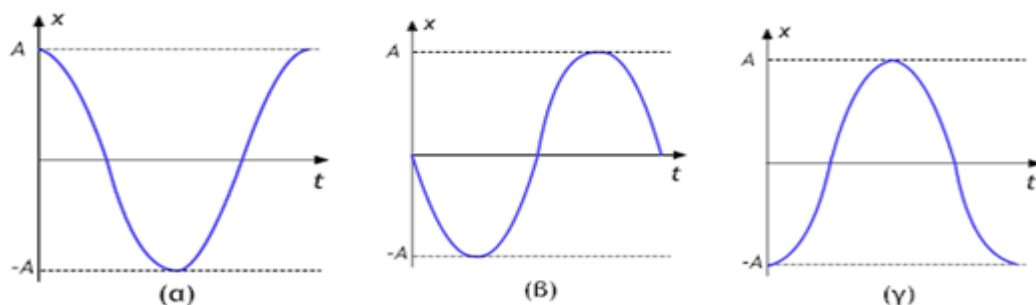
- α) μένει σταθερή. β) διπλασιάζεται. γ) τετραπλασιάζεται.

ΕΡΩΤΗΣΗ 28

Η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Τη χρονική στιγμή t_1 η ταχύτητα του σώματος έχει θετικό πρόσημο.

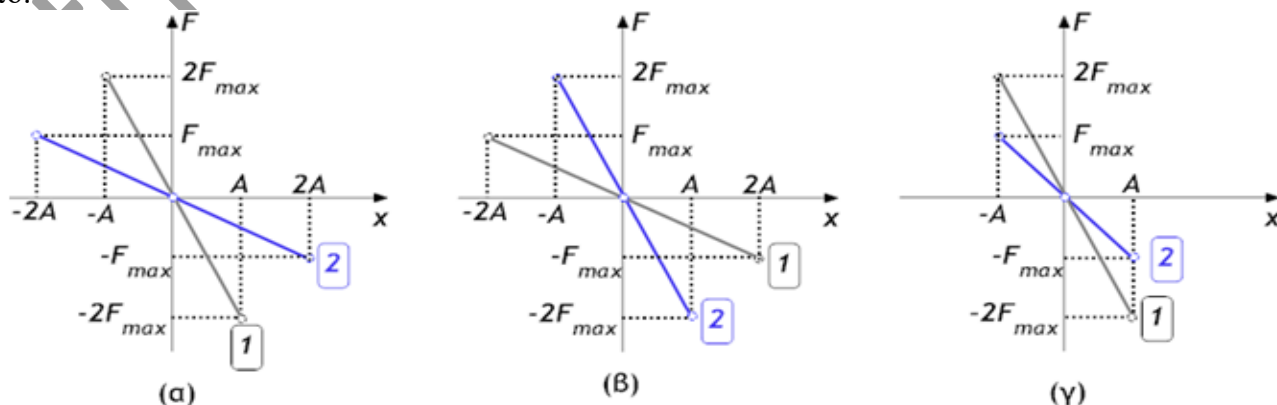


Η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο είναι η:

**ΕΡΩΤΗΣΗ 29**

Δύο αρμονικοί ταλαντωτές (1) και (2), είναι μικρά σώματα με μάζες m_1 και m_2 ($m_1 = 4m_2$), που είναι δεμένα σε δύο διαφορετικά ελατήρια με σταθερές k_1 και k_2 αντίστοιχα. Οι δύο ταλαντωτές έχουν ίδια ενέργεια E και ίδια περίοδο T .

Με βάση τα δεδομένα αυτά, το σωστό διάγραμμα συνισταμένης δύναμης F - απομάκρυνσης x είναι το:



ΑΣΚΗΣΗ 1

Ένα σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Η σταθερά επαναφοράς συστήματος είναι $D=100\text{N/m}$. Η ενέργεια ταλάντωσης είναι $E=2\text{J}$. Αν η μάζα του ταλαντευόμενου σώματος είναι $m=1\text{Kg}$, να υπολογιστούν:

- Η γωνιακή συχνότητα ταλάντωσης
- Το πλάτος της επιτάχυνσης
- Η απομάκρυνση του σώματος όταν η κινητική του ενέργεια είναι $K=0.5\text{J}$
- Η ταχύτητα u_1 του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 όπου η απομάκρυνση είναι $x_1=0,1\sqrt{2}\text{m}$.

ΑΣΚΗΣΗ 2

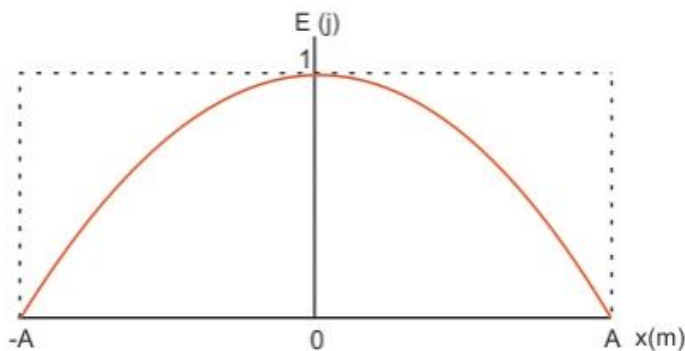
Ένα σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και τη χρονική στιγμή t_1 έχει απομάκρυνση $x_1=5\text{cm}$ και ταχύτητα $u_1=10\sqrt{3}\text{m/s}$ ενώ τη χρονική στιγμή t_2 έχει απομάκρυνση $x_2=5\sqrt{2}\text{cm}$ και ταχύτητα $u_2=10\sqrt{2}\text{m/s}$. Αν η μάζα του σώματος είναι $m=0.5\text{Kg}$ να υπολογιστούν:

- Η σταθερά επαναφοράς του συστήματος.
- Το πλάτος της ταλάντωσης.
- Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας τη χρονική στιγμή t_1 .

ΑΣΚΗΣΗ 3

Σώμα μάζας $m=0.2\text{Kg}$ εκτελεί Α.Α.Τ. Η συχνότητα μεταβολής της δυναμικής ενέργειας είναι $f=2\text{Hz}$. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ταλάντωσης σε σχέση με την απομάκρυνση. Για $t=0$ το σώμα κινείται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$.

- Αφού ξανασχεδιάσετε το διάγραμμα να συμπληρώσετε τις αριθμητικές τιμές που λείπουν και να φτιάξετε και τη γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης, σε σχέση με την απομάκρυνση.



- Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος την χρονική στιγμή όπου η απομάκρυνση είναι $x=0.25\text{m}$.

γ) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας τη χρονική στιγμή όπου η ταχύτητα του σώματος είναι $u=\pi/2\text{m/s}$ και η επιτάχυνση του σώματος είναι θετική $a>0$.

Δίνεται $\pi^2=10$.

ΑΣΚΗΣΗ 4

Μια σφαίρα μάζας $m=2\text{Kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση γωνιακής συχνότητας $\omega=10\text{rad/s}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ βρίσκεται στη θέση όπου η δύναμη επαναφοράς της ταλάντωσης έχει την ελάχιστη τιμή της $F_{\min}=-20\text{N}$.

α) Να υπολογίσετε την περίοδο και το πλάτος της ταλάντωσης.

β) Να γράψετε τη συνάρτηση απομάκρυνσης – χρόνου και να την παραστήσετε γραφικά σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών $[0, 2\pi)$.

γ) Να βρείτε την ταχύτητα της σφαίρας τη στιγμή $t_1=\pi/4\text{s}$.

δ) Να βρείτε τη δυναμική και την κινητική ενέργεια ταλάντωσης της σφαίρας τη στιγμή t_1 .

ΑΣΚΗΣΗ 5

Το διάγραμμα του σχήματος παριστάνει την ταχύτητα σε συνάρτηση με το χρόνο ενός σώματος μάζας $m=0,5\text{Kg}$, που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

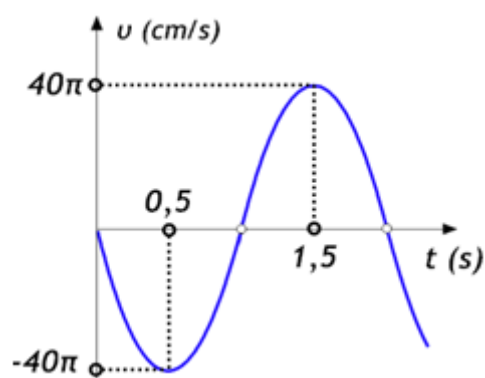
α) Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα ω και το πλάτος A της ταλάντωσης.

β) Να βρείτε την αρχική φάση της ταλάντωσης.

γ) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της συνισταμένης δύναμης, που δέχεται το σώμα.

δ) Να βρείτε το μέτρο της επιτάχυνσης στις θέσεις όπου η κινητική ενέργεια της ταλάντωσης είναι το 75% της ολικής ενέργειας.

Δίνεται: $\pi^2=10$.



ΑΣΚΗΣΗ 6

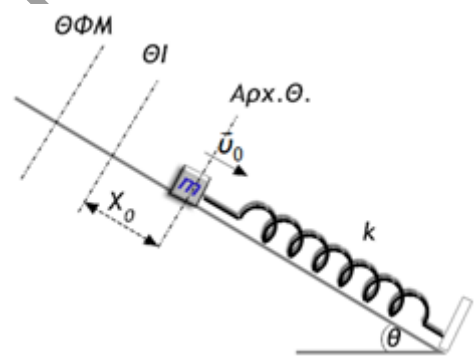
Ένα σώμα με μάζα $m = 0,1\text{kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, μεταξύ δύο ακραίων θέσεων που απέχουν $d = 40\text{cm}$. Ο ελάχιστος χρόνος μετάβασης του σώματος από τη μια ακραία θέση στην άλλη είναι $\Delta t = 0,1\pi\text{s}$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα διέρχεται από τη θέση $x_0=0,2\text{m}$.

- α) Να βρείτε το πλάτος A και τη γωνιακή συχνότητα ω της ταλάντωσης.
- β) Πόση ενέργεια E προσφέραμε στο σώμα για να το θέσουμε σε ταλάντωση;
- γ) Να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια του σώματος, κάποια χρονική στιγμή, όταν έχει μέτρο ταχύτητας $v_1 = \sqrt{3} \text{ m/s}$.
- δ) Να υπολογίσετε την αρχική φάση ϕ_0 ταλάντωσης.
- ε) Να υπολογίσετε την απομάκρυνση και τη δυναμική ενέργεια του σώματος, τη χρονική στιγμή $t_2 = 5T/8$.

Δίνεται: $\eta\mu\frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

ΑΣΚΗΣΗ 7

Το κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $k=100\text{N/m}$, είναι ακλόνητα στερεωμένο στη βάση λείου κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης $\theta=30^\circ$. Στο πάνω άκρο του ισορροπεί δεμένο σώμα, αμελητέων διαστάσεων, μάζας $m=1\text{Kg}$. Συμπιέζουμε το ελατήριο επιπλέον κατά $x_0=0,1\text{m}$ και τη χρονική στιγμή $t=0$, εκτοξεύουμε το σώμα με ταχύτητα μέτρου $u_0=\sqrt{3}\text{m/s}$ με φορά προς τα κάτω παράλληλη προς το κεκλιμένο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



- α) Να αποδείξετε ότι το σύστημα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση και να βρείτε τη συχνότητά της.
- β) Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης A .
- γ) Να υπολογίσετε τη δύναμη του ελατηρίου στις θέσεις όπου μηδενίζεται η κινητική ενέργεια του σώματος.
- Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$.

ΑΣΚΗΣΗ 8

Ένα σώμα μάζας $m=1 \text{ Kg}$ είναι στερεωμένο στην άκρη οριζοντίου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$, του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, κατά τη διεύθυνση του άξονα x' , σε λείο οριζόντιο επίπεδο με πλάτος $A=0,1\text{m}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση τη μέγιστης θετικής απομάκρυνσης. Να βρείτε:

- α) την γωνιακή συχνότητα ω και την ενέργεια E της ταλάντωσης.
- β) την εξίσωση $x=f(t)$ της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του.
- γ) το διάστημα d που θα διανύσει το σώμα μέχρι το μέτρο της ταχύτητάς του να μεγιστοποιηθεί για δεύτερη φορά μετά τη χρονική στιγμή $t=0$.
- δ) την ταχύτητα v του σώματος τη στιγμή που βρίσκεται στη θέση $x=+A\sqrt{2}/2$ και κινείται με κατεύθυνση προς τη θέση ισορροπίας του.

ΑΣΚΗΣΗ 9

Ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k=200\text{N/m}$ έχει το πάνω άκρο του στερεωμένο σε μια οροφή. Στο κάτω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα μάζας $m=2\text{Kg}$ που ισορροπεί. Μετακινούμε το σώμα προς τα πάνω κατά $d=0,2\text{m}$ και τη χρονική στιγμή $t=0$ το αφήνουμε ελεύθερο. Το σώμα ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Θεωρώντας θετική την κατακόρυφη προς τα κάτω φορά να βρείτε:

- α) την αρχική φάση ϕ_0 της ταλάντωσης.
- β) τη μέγιστη ταχύτητα $u_{\max}$ του σώματος κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.
- γ) την κινητική ενέργεια K του σώματος τις χρονικές στιγμές που η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι $U=1\text{J}$.
- δ) το μέτρο της μέγιστης δύναμης $F_{\text{ελ}\max}$ που ασκεί το ελατήριο στο σώμα κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.
- Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$.

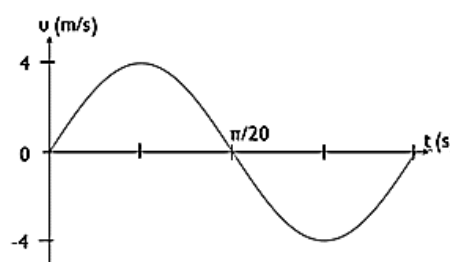
ΑΣΚΗΣΗ 10

Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k έχει το πάνω άκρο του στερεωμένο σε οροφή. Στο κάτω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα μάζας m που ισορροπεί. Στη θέση ισορροπίας, το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί κατά $d=0,05\text{m}$. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με ενέργεια $E=1\text{J}$ και εξίσωση απομάκρυνσης $x_1=0,1\eta\mu(\omega t + \pi)$ SI. Θετική έχει θεωρηθεί η κατακόρυφη προς τα κάτω φορά. Να βρείτε:

- α) τη σταθερά k του ελατηρίου.
- β) τη μάζα m του σώματος.
- γ) τη γωνιακή συχνότητα ω της ταλάντωσης.
- δ) την ταχύτητα u του σώματος, τη χρονική στιγμή $t=\pi\sqrt{2}/80\text{ s}$.
- Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$.

ΑΣΚΗΣΗ 11

Ένα σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A . Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E=0,8\text{J}$. Η γραφική παράσταση της ταχύτητας v του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο t απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα:



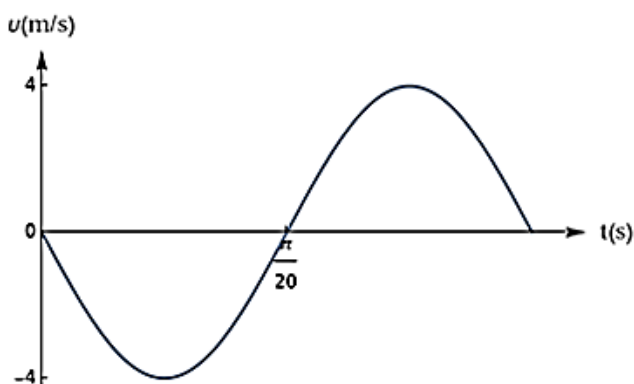
- α) να βρείτε το πλάτος A της ταλάντωσης.
- β) να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς D της ταλάντωσης.
- γ) να παραστήσετε γραφικά τη φάση ϕ της ταλάντωσης συναρτήσει του χρόνου t , στο χρονικό διάστημα από $t=0$ ως

$t=T$, αν γνωρίζουμε ότι η απομάκρυνση του σώματος μεταβάλλεται όπως το ημίτονο σε σχέση με το χρόνο.

δ) να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1=\pi/40$ s.

ΑΣΚΗΣΗ 12

Ένα σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A . Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E=0.8\text{J}$. Η γραφική παράσταση της ταχύτητας v του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο t απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα:



α) να βρείτε το πλάτος A της ταλάντωσης.

β) να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς D της ταλάντωσης.

γ) να παραστήσετε γραφικά τη φάση φ της ταλάντωσης συναρτήσει του χρόνου t , στο χρονικό διάστημα από $t_0=0$ ως $t=T$, αν γνωρίζουμε ότι η απομάκρυνση του σώματος μεταβάλλεται όπως το ημίτονο σε σχέση με το χρόνο.

δ) να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1=\pi/40$ s.

ΑΣΚΗΣΗ 13

Ένα μικρό σώμα μάζας $m=0,2\text{Kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε οριζόντιο επίπεδο. Τη στιγμή $t=0$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης με ταχύτητα 4m/s και τη στιγμή $t_1=\pi/20$ s βρίσκεται στην ακραία θετική του απομάκρυνση για πρώτη φορά.

A. Να βρείτε τη χρονική στιγμή t_2 που το σώμα θα φτάσει στη ακραία θετική απομάκρυνσή του για πρώτη φορά.

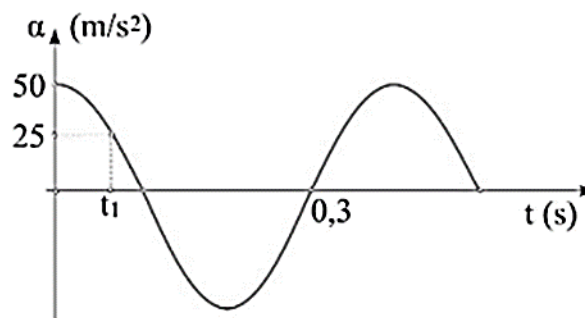
B. Να βρείτε το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης του σώματος κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του.

Γ. Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης σε σχέση με το χρόνο και να τη σχεδιάσετε για μια περίοδο.

Δ. Να βρείτε χρονική στιγμή t_3 που η κινητική ενέργεια ισούται με τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης για πρώτη φορά.

ΑΣΚΗΣΗ 14

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το διάγραμμα επιτάχυνσης – χρόνου για ένα σώμα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το μέτρο της μεταβολής της αλγεβρικής τιμής της ορμής ανάμεσα σε δύο διαδοχικές διελεύσεις του σώματος από τη θέση ισορροπίας είναι $\Delta p = 2\pi \text{ kgm/s}$. Να βρεθούν:



A. η αρχική φάση της ταλάντωσης.

B. το πλάτος της ταλάντωσης.

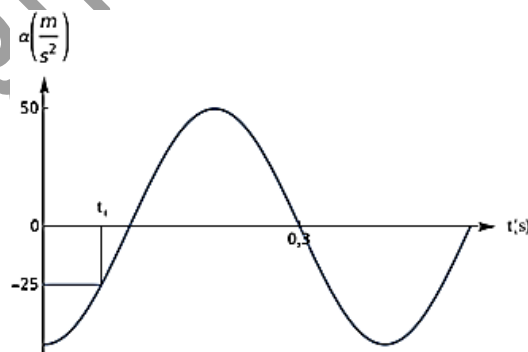
Γ. η μάζα του σώματος.

Δ. ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 που η επιτάχυνση είναι 25 m/s^2 .

Δίνεται $\pi^2 = 10$

ΑΣΚΗΣΗ 15

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το διάγραμμα επιτάχυνσης – χρόνου για ένα σώμα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το μέτρο της μεταβολής της αλγεβρικής τιμής της ορμής ανάμεσα σε δύο διαδοχικές διελεύσεις του σώματος από τη θέση ισορροπίας είναι $\Delta p = 2\pi \text{ kgm/s}$. Να βρεθούν:



A. η αρχική φάση της ταλάντωσης.

B. το πλάτος της ταλάντωσης.

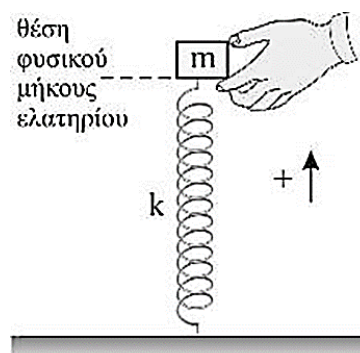
Γ. η μάζα του σώματος.

Δ. ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 που η επιτάχυνση είναι -25 m/s^2 .

Δίνεται $\pi^2 = 10$.

ΑΣΚΗΣΗ 16

Ένα σώμα μάζας $m = 2 \text{ Kg}$ ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 50 \text{ N/m}$, του οποίου το κάτω άκρο είναι στερεωμένο στο δάπεδο. Εκτρέπουμε κατακόρυφα το σώμα προς τα πάνω μέχρι το φυσικό μήκος του ελατηρίου (βλέπε σχήμα) και το αφήνουμε ελεύθερο. Να βρεθούν:



A) το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος.

Β) η ενέργεια που δαπανήθηκε για να εκτρέψουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του μέχρι τη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου.

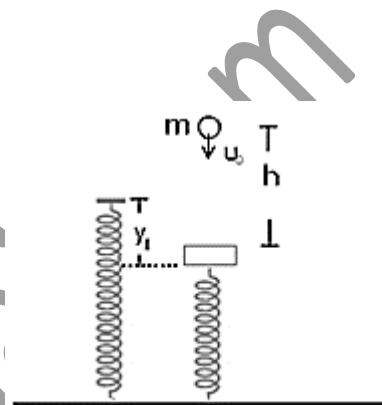
Γ) η μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης και η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.

Δ) η χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα θα αποκτήσει ταχύτητα μέτρου $u=\sqrt{3}\text{m/s}$ για δεύτερη φορά.

Θεωρείστε θετική φορά προς τα πάνω. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1

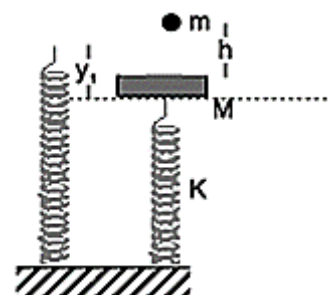
Στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=400\text{N/m}$ είναι στερεωμένος δίσκος Α μάζας $M=4\text{Kg}$. Το κάτω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο στο δάπεδο και ο δίσκος ισορροπεί. Από ύψος $h=0,25\text{m}$ πάνω από το δίσκο βάλλεται κατακόρυφα προς τα κάτω, με αρχική ταχύτητα $u_0=2\text{m/s}$, μικρή σφαίρα Β, μάζας $m=2\text{Kg}$. Η σφαίρα συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το δίσκο. Μετά την κρούση απομακρύνουμε τη σφαίρα ενώ ο δίσκος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η διάρκεια κρούσης θεωρείται αμελητέα, όπως και οι τριβές και οι αντιστάσεις θεωρούνται αμελητέες.



- Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του δίσκου και της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.
- Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης του δίσκου, αν η σταθερά ταλάντωσης είναι $D=k$.
- Να υπολογίσετε τον χρόνο στον οποίο θα μηδενιστεί για πρώτη φορά η ταχύτητα του δίσκου.
- Να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του δίσκου όταν περνάει από τη θέση ισορροπίας του.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2

Στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=400\text{N/m}$ είναι συνδεδεμένος δίσκος μάζας $M=3\text{Kg}$ που ισορροπεί. Το κάτω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε δάπεδο. Από ύψος $h=0,8\text{m}$ πάνω από το δίσκο αφήνεται να πέσει ελεύθερα μια σφαίρα μάζας $m=1\text{Kg}$, η οποία συγκρούεται πλαστικά με το δίσκο.



- Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

β) Να υπολογίσετε το % ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας, που έγινε θερμότητα στη διάρκεια της κρούσης.

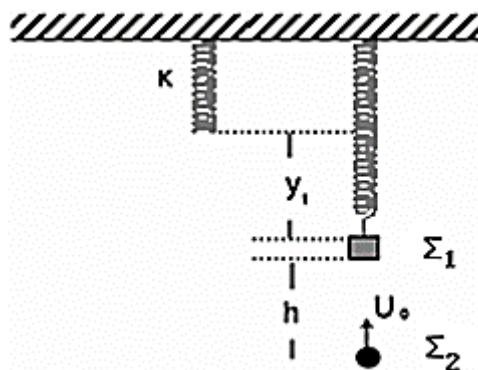
γ) Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να βρείτε την περίοδο ταλάντωσής του.

δ) Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσής του.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$ και $\sqrt{17}=4,12$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3

Σώμα Σ_1 , μάζας $m_1=m=1\text{Kg}$, ισορροπεί δεμένο στην κάτω άκρη κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=900\text{N/m}$, του οποίου η άλλη άκρη είναι ακλόνητα στερεωμένη σε οροφή. Ένα δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=m=1\text{Kg}$, βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω, με ταχύτητα $u_0=6\text{m/s}$, από σημείο που βρίσκεται σε απόσταση $h=1.35\text{m}$ κάτω από το σώμα Σ_1 . Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά ελαστικά και στη συνέχεια το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να βρείτε:



α) το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος Σ_1 .

β) τη θέση του σώματος Σ_2 τη χρονική στιγμή, που η κινητική ενέργεια του σώματος Σ_1 γίνεται για 1η φορά ελάχιστη.

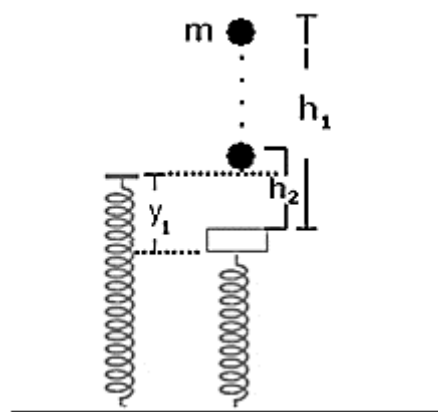
γ) το έργο της δύναμης του ελατηρίου καθώς το σώμα Σ_1 κινείται από τη θέση ισορροπίας του μέχρι το ψηλότερο σημείο της τροχιάς του.

δ) το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ταχύτητας του σώματος Σ_1 , τη στιγμή που φτάνει στο ψηλότερο σημείο.

Οι αντιστάσεις λόγω των τριβών θεωρούνται αμελητέες. Δίνονται η επιτάχυνση βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$ και $\pi^2=10$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4

Στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=80\pi^2\text{ N/m}$ είναι συνδεδεμένος δίσκος μάζας $M=5\text{Kg}$ που ισορροπεί. Το κάτω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε δάπεδο από ύψος $h_1=5\text{m}$ πάνω από το δίσκο αφήνεται να πέσει ελεύθερα μια σφαίρα μάζας $m=1\text{Kg}$, η οποία συγκρούεται μετωπικά με τον δίσκο και η διάρκεια κρούσης είναι αμελητέα. Μετά την κρούση η σφαίρα αναπηδά κατακόρυφα και φτάνει σε ύψος $h_2=1,25\text{m}$ πάνω από την θέση ισορροπίας του δίσκου. Να υπολογίσετε:



α) το μέτρο της ταχύτητας του δίσκου και της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.

β) την % μείωση της κινητικής ενέργειας της σφαίρας λόγω της κρούσης.

γ) τη θέση του δίσκου τη στιγμή που η σφαίρα φτάνει στο ύψος h_2 .

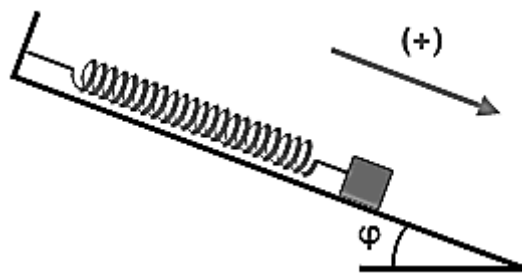
δ) τη δύναμη επαναφοράς που ασκείται στο δίσκο σε σχέση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες.

ε) Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου, αμέσως μετά την κρούση.

Δίνονται: $g=10\text{m/s}^2$ και $\pi^2=10$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 5

Ένα σώμα μάζας $m=4\text{Kg}$ ισορροπεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία $\varphi=30^\circ$. Το σώμα είναι δεμένο στην άκρη ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$ το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα.

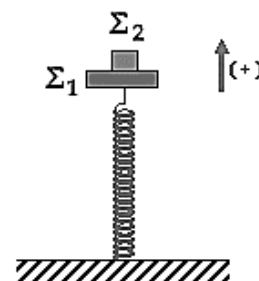


Εκτρέπουμε το σώμα κατά $0,1\text{m}$ από τη θέση ισορροπίας του προς τα κάτω κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου και τη χρονική στιγμή $t=0$ το αφήνουμε ελεύθερο. Θεωρώντας θετική τη φορά του σχήματος.

- Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.
- Να γράψετε την εξίσωση που περιγράφει πως μεταβάλλεται η επιτάχυνση του σώματος σε σχέση με το χρόνο κατά τη διάρκεια της απλής αρμονικής ταλάντωσης.
- Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος στη θέση $x=-A/2$, όπου A το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης.
- Να υπολογίσετε την επιπλέον ενέργεια W που πρέπει να δοθεί στο σύστημα, προκειμένου να διπλασιαστεί το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 6

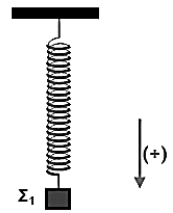
Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο στο δάπεδο. Στο άνω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα Σ_1 μάζας $m_1=2\text{Kg}$ που ισορροπεί. Τη χρονική στιγμή $t=0$ αφήνεται πάνω στο σώμα Σ_1 , χωρίς ταχύτητα, ένα άλλο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=1\text{Kg}$. Το σύστημα ελατήριο – Σ_1 – Σ_2 ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A=1/30\text{ m}$. Θεωρώντας θετική την κατακόρυφη προς τα πάνω φορά, να βρείτε:



- Τη σταθερά k του ελατηρίου.
- Τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου από το φυσικό του μήκος.
- Την χρονική εξίσωση της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης του συστήματος.
- Τη δύναμη επαφής N που ασκείται από το Σ_2 στο Σ_1 στη θέση μέγιστης συσπίρωσης του ελατηρίου. Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 7

Ένα κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k=100\text{N/m}$ έχει το άνω άκρο του στερεωμένο σε οροφή. Στο κάτω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα Σ_1 μάζας $m_1=3\text{Kg}$ που ισορροπεί στη θέση $\Theta\text{I}(1)$. Τη χρονική στιγμή $t=0$, ένα βλήμα Σ_2 μάζας $m_2=1\text{Kg}$ που κινείται στον άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα μέτρου u_2 και φορά προς τα πάνω, προσκρούει στο σώμα Σ_1 και σφηνώνεται σ' αυτό. Το συσσωμάτωμα ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με αρχική ταχύτητα μέτρου $u_0=\sqrt{3}/2 \text{ m/s}$. Θεωρώντας θετική την κατακόρυφη προς τα κάτω φορά, να βρείτε:



- την επιμήκυνση d_1 του ελατηρίου ως προς το φυσικό του μήκος, στη θέση ισορροπίας $\Theta\text{I}(1)$ του σώματος Σ_1 .
 - το μέτρο της ταχύτητας u_2 του βλήματος.
 - το πλάτος A της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
 - τη χρονική εξίσωση της ταχύτητας με την οποία ταλαντώνεται το συσσωμάτωμα.
- Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 8

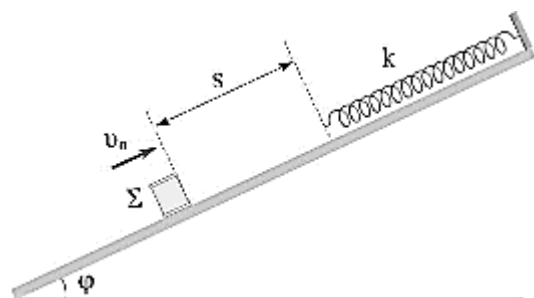
Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη στιγμή t_1 που το σώμα βρίσκεται σε απομάκρυνση $x_1 = -20\text{cm}$, οι χρονικοί ρυθμοί μεταβολής της ταχύτητάς του, της ορμής του και της κινητικής του ενέργειας είναι 5m/s^2 , 10 kgm/s^2 και $10\sqrt{3} \text{ J/s}$ αντίστοιχα. Να βρείτε:

- τη μάζα του σώματος.
- το μέτρο της ταχύτητας v_1 τη χρονική στιγμή t_1 .
- την ενέργεια της ταλάντωσης.
- τους μέγιστους ρυθμούς μεταβολής της ορμής και της κινητικής ενέργειας κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.

Δίνεται: $2\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\eta=\eta\mu 2\alpha$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 9

Η μια άκρη ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$ είναι στερεωμένη στο πάνω μέρος του πλάγιου επιπέδου γωνίας $\varphi=30^\circ$, όπως στο σχήμα. Από ένα σημείο του πλάγιου επιπέδου που απέχει $s=0,25\text{m}$ από το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου, εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $u_0=2\text{m/s}$, κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου προς τα πάνω ένα σώμα Σ μάζας $m=2\text{kg}$. Όταν το σώμα ακουμπήσει στο ελατήριο, ενώνεται με αυτό και αρχίζει να εκτελεί αρμονική ταλάντωση.



- Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που έρχεται σε επαφή με το ελατήριο.
- Να βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα του σώματος.
- Να γράψετε τη συνάρτηση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης σε σχέση με το χρόνο, θεωρώντας $t=0$ τη στιγμή της ένωσης του σώματος με το ελατήριο και τα θετικά προς τα πάνω.
- Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής κινητικής ενέργειας του σώματος τη στιγμή που διέρχεται από το σημείο εκτόξευσης για δεύτερη φορά.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10

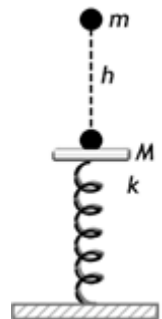
Σφαίρα μάζας $m=1\text{Kg}$ ισορροπεί δεμένη στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=400\text{N/m}$, του οποίου το κάτω άκρο είναι στερεωμένο στο δάπεδο. Ανεβάζουμε τη σφαίρα κατακόρυφα προς τα πάνω και την αφήνουμε ελεύθερη τη χρονική στιγμή $t=0\text{s}$, οπότε αυτή εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A=0.5\text{m}$.

- Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα ω καθώς και το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας $v_{\max}$ της σφαίρας.
- Να γράψετε τις εξισώσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας της σφαίρας σε συνάρτηση με το χρόνο. Θεωρήστε θετική φορά την προς τα πάνω.
- Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης ελατηρίου στη σφαίρα σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x . Στη συνέχεια να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης ελατηρίου στα δύο ακρότατα της ταλάντωσης.
- Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας τη χρονική στιγμή $t_1=T/8$.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g=10\text{m/s}^2$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11

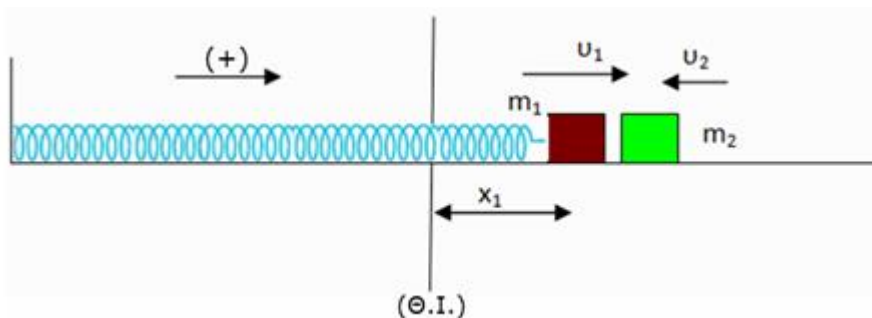
Δίσκος μάζας $M=1\text{Kg}$ είναι συνδεδεμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=200\text{N/m}$. Το κάτω άκρο του ελατηρίου στερεώνεται σε ακλόνητο σημείο του δαπέδου. Από ύψος $h=0,15\text{m}$ πάνω από το δίσκο αφήνεται να πέσει ελεύθερο ένα σφαιρίδιο πλαστελίνης μάζας $m=1\text{Kg}$, το οποίο συγκρούεται με το δίσκο μετωπικά και πλαστικά. Το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Θεωρείστε την αντίσταση του αέρα και τη διάρκεια της κρούσης αμελητέες.



- Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σφαιριδίου ελάχιστα πριν την κρούση.
- Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος. Δίνεται η $g=10\text{m/s}^2$.
- Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης επαναφοράς καθώς και το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου στο κατώτερο σημείο της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
- Να γράψετε την εξίσωση της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, αν θεωρήσετε ως χρονική στιγμή $t=0\text{s}$ τη στιγμή που το συσσωμάτωμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας με κατεύθυνση προς τα πάνω και ότι ο θετικός ημιάξονας είναι προς τα πάνω.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 12

Ένα σώμα μάζας $m_1=4\text{Kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A=\sqrt{5/4}\text{m}$ πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στην άκρη οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=16\text{N/m}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ που το σώμα βρίσκεται στη θέση $x_1=1\text{m}$ και κινείται από τη θέση ισορροπίας προς τη θέση μέγιστης απομάκρυνσης συγκρούεται ελαστικά με δεύτερο σώμα μάζας $m_2=12\text{Kg}$ που κινείται με ταχύτητα μέτρου $u_2=1\text{m/s}$ αντίθετης φοράς από αυτή της u_1 .



Να υπολογίσετε:

- το μέτρο της ταχύτητας του σώματος m_1 ελάχιστα πριν την κρούση.
- τις ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την ελαστική κρούση.
- το νέο πλάτος της ταλάντωσης του σώματος m_1 .
- το στιγμιαίο ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του m_1 όταν αυτό βρίσκεται στη νέα ακραία θέση της ταλάντωσής του.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 13

Ένα σώμα, μάζας $m=2\text{Kg}$, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η απόσταση των ακραίων θέσεων του υλικού σημείου είναι $d=0.4\text{m}$ και τη χρονική στιγμή $t_1=\pi/120\text{ s}$ διέρχεται απ' τη θέση $x_1=0.1\text{m}$, έχοντας ταχύτητα μέτρου $u_2=2\sqrt{3}\text{m/s}$ με φορά προς τη μέγιστη απομάκρυνση.

- Να υπολογίσετε το πλάτος A και τη σταθερά επαναφοράς D της ταλάντωσης.
- Να παραστήσετε γραφικά την κινητική του ενέργεια σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του, σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες στο SI
- Να υπολογίσετε την γωνιακή συχνότητα ω και την αρχική φάση της φθιγγαλάντωσης. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών $[0, 2\pi)$.
- Να βρείτε ποια χρονική στιγμή περνά, για πρώτη φορά, από την ακραία θετική θέση.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 14

Ένα σώμα, αμελητέων διαστάσεων, μάζας m ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k , το πάνω άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Στη Θέση Ισορροπίας το ελατήριο ασκεί στο μικρό σώμα δύναμη μέτρου $F_0=1\text{N}$. Ανεβάζουμε το σώμα από τη Θέση Ισορροπίας του κατακόρυφα προς τα πάνω έως τη Θέση Φυσικού Μήκους του ελατηρίου και τη χρονική στιγμή $t=0$, το εκτοξεύουμε με κατακόρυφη προς τα κάτω ταχύτητα μέτρου u_0 . Το σώμα

μετά την εκτόξευσή του εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το διάστημα που διανύει μεταξύ δύο διαδοχικών διελεύσεων απ' τη Θέση Ισορροπίας του είναι $s=0,4\text{m}$ σε χρόνο $\Delta t=\pi/10\text{ s}$.

α) Να υπολογίσετε το πλάτος A και τη σταθερά k του ελατηρίου. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$.

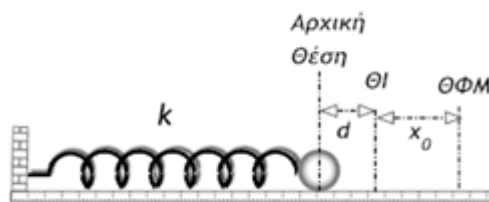
β) Να βρείτε τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στη θέση, που η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι μηδέν.

γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της αρχικής ταχύτητας u_0 .

δ) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος τη χρονική στιγμή $t=0$. Θεωρήστε θετική φορά την προς τα πάνω.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 15

Μικρή μεταλλική σφαίρα μάζας $m=100\text{g}$ είναι δεμένη στο δεξιό ελεύθερο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=10\text{N/cm}$, του οποίου το αριστερό άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Η σφαίρα δέχεται σταθερή δύναμη μέτρου $F=2\cdot 10^2\text{N}$, της οποίας η διεύθυνση είναι παράλληλη με τον άξονα του ελατηρίου και η φορά προς τ' αριστερά, οπότε η σφαίρα ισορροπεί με το ελατήριο συσπειρωμένο. Εκτρέπουμε τη σφαίρα από τη θέση ισορροπίας της κατά $d=0.1\text{m}$ προς τ' αριστερά και τη χρονική στιγμή $t=0$ την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί.



α) Να υπολογίσετε την απόσταση x_0 της θέσης ισορροπίας της σφαίρας από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

β) Να αποδείξετε ότι η σφαίρα θα εκτελέσει γραμμική αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα καθώς και την ολική ενέργεια της ταλάντωσης.

γ) Σε ποιο σημείο της τροχιάς έχει ταυτόχρονα μέγιστο μέτρο δύναμης επαναφοράς και δύναμης ελατηρίου; Βρείτε τότε το λόγο των μέτρων της μέγιστης δύναμης επαναφοράς προς τη μέγιστη δύναμη ελατηρίου.

δ) Τη στιγμή που η σφαίρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της, καταργείται ακαριαία η δύναμη F . Βρείτε το λόγο της ολικής ενέργειας E' της νέας ταλάντωσης προς την ολική ενέργεια E της αρχικής ταλάντωσης.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 16

Μικρό σώμα, μάζας $m=0,5\text{Kg}$, είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=200\text{N/m}$ του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση δεχόμενο σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F=50\text{N}$ προς τα δεξιά, μέσω μη εκτατού νήματος αμελητέας μάζας. Όταν το σώμα βρίσκεται

στη θέση, που μηδενίζεται η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου, μεγιστοποιείται η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης.

α) Να προσδιορίσετε τη θέση ισορροπίας του σώματος και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης είναι ίση με τη σταθερά k του ελατηρίου.

β) Να υπολογίσετε την ενέργεια ταλάντωσης E του σώματος.

Κάποια στιγμή, που τη θεωρούμε ως $t=0$, κόβεται το νήμα, στη θέση όπου η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι μέγιστη. Το σύστημα εκτελεί νέα απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος A' .

γ) Θεωρώντας θετική τη φορά προς τα δεξιά, γράψτε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών $[0, 2\pi)$.

δ) Να υπολογίσετε το λόγο των ενεργειών ταλάντωσης του σώματος E/E' , πριν και μετά την κατάργηση της δύναμης F .

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 17

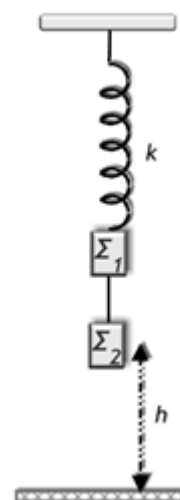
Το σύστημα των δύο σωμάτων Σ_1 και Σ_2 , ίσων μαζών $m_1=m_2=10\text{Kg}$, ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$. Τα σώματα έχουν αμελητέες διαστάσεις. Το Σ_1 είναι δεμένο στο ελατήριο, ενώ αβαρές νήμα μικρού μήκους συνδέει τα Σ_1 και Σ_2 , όπως δείχνεται στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή $t=0$ κόβουμε το νήμα που συνδέει τα δύο σώματα, οπότε το Σ_1 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

α) Να προσδιορίσετε τη θέση ισορροπίας του συστήματος των Σ_1 - Σ_2 και στη συνέχεια τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του Σ_1 μετά το κόψιμο του νήματος.

β) Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης A καθώς και την ολική της ενέργεια E .

γ) Θεωρώντας θετική φορά την προς τα κάτω, να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης x - χρόνου t . Στη συνέχεια να την παραστήσετε γραφικά σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες, στη διάρκεια της 1ης περιόδου. Θεωρήστε ότι: $\sqrt{10}\approx\pi$.

δ) Αν το σώμα Σ_2 έχει ως προς το δάπεδο, που βρίσκεται κάτω του, στη θέση ισορροπίας του συστήματος, βαρυτική δυναμική ενέργεια $U_{\text{βαρ}}=180\text{J}$, να βρείτε ποιο απ' τα δύο θα φτάσει πρώτο: το Σ_2 στο έδαφος ή το Σ_1 στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



ΠΡΟΒΛΗΜΑ 18

Το κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$ είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Στο πάνω άκρο του είναι δεμένος δίσκος Σ_1 μάζας $m_1=0.8\text{Kg}$. Πάνω στο δίσκο είναι τοποθετημένος κύβος Σ_2 μάζας $m_2=0.2\text{Kg}$. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Πιέζουμε το σύστημα κατακόρυφα προς τα κάτω μεταφέροντας ενέργεια στο σύστημα ίση με $E=2\text{J}$ και το αφήνουμε ελεύθερο.

α) Να βρείτε το πλάτος ταλάντωσης A του συστήματος, τη γωνιακή συχνότητα ω καθώς και το

χρόνο Δt στον οποίο θα περάσει για 1η φορά απ' τη θέση ισορροπίας του.

β) Να γράψετε τη συνάρτηση της δύναμης επαφής N , που δέχεται ο κύβος από το δίσκο Σ_1 , σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του.

γ) Να υπολογίσετε την απόσταση y από τη Θέση ισορροπίας του, στην οποία ο κύβος θα χάσει την επαφή με το δίσκο.

δ) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του κύβου τη χρονική στιγμή, που εγκαταλείπει το δίσκο και το ύψος στο οποίο θα φθάσει πάνω από τη θέση που εγκαταλείπει το δίσκο.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και $g=10\text{m/s}^2$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 19

Το αριστερό άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=400\text{N/m}$ στερεώνεται ακλόνητα και στο δεξιό άκρο του προσδένεται σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 3\text{Kg}$, το οποίο μπορεί να κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Πάνω στο Σ_1 τοποθετείται δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1\text{Kg}$. Εκτοξεύουμε προς τα δεξιά το σύστημα από τη θέση ισορροπίας του, με ταχύτητα μέτρου V και παράλληλη με το οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα, οπότε το σύστημα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. Τα δυο σώματα διατηρούν την επαφή στη διάρκεια της ταλάντωσης.



α) Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης καθώς και τις σταθερές ταλάντωσης $D_{ολ}$, D_1 και D_2 του συστήματος και των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα.

β) Να τοποθετήσετε το σύστημα σε μια τυχαία θέση της ταλάντωσης του, να σχεδιάσετε και να περιγράψετε σε τρία κατάλληλα σχήματα τις δυνάμεις, που δέχονται: i) το σύστημα $\Sigma_1 - \Sigma_2$, ii) το Σ_1 και iii) το Σ_2 .

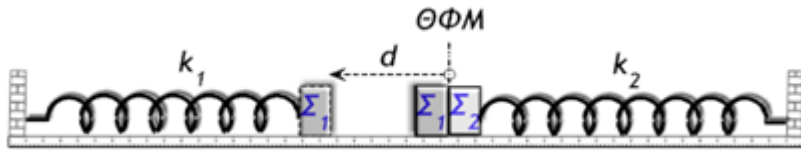
γ) Να παραστήσετε γραφικά την αλγεβρική τιμή της στατικής τριβής από το Σ_1 στο Σ_2 σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του, για πλάτος ταλάντωσης $A=3\text{cm}$.

δ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή της αρχικής ταχύτητας εκτόξευσης $V_{\max}$, του συστήματος των Σ_1 , Σ_2 ώστε το σώμα Σ_2 να μην ολισθήσει πάνω στο σώμα Σ_1 . Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$ και ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων Σ_1 και Σ_2 είναι $\mu=0,5$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 20

Τα ιδανικά ελατήρια του σχήματος έχουν σταθερές $k_1=300\text{N/m}$ και $k_2=600\text{N/m}$ και τα σώματα Σ_1 και Σ_2 , αμελητέων διαστάσεων, που είναι δεμένα στα άκρα των ελατηρίων, έχουν μάζες $m_1 = 3\text{Kg}$ και $m_2 = 1\text{Kg}$. Τα δύο ελατήρια βρίσκονται αρχικά στο φυσικό τους μήκος και τα σώματα σε επαφή. Εκτρέπουμε από τη θέση ισορροπίας του το σώμα Σ_1 κατά $d=0,4\text{m}$ συμπιέζοντας το ελατήριο k_1 και

το αφήνουμε ελεύθερο. Κάποια στιγμή συγκρούεται με το Σ_2 και κολλά σ' αυτό. Τα σώματα κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.



- Να υπολογίσετε σε πόσο χρόνο και με τι ταχύτητα το σώμα Σ_1 θα συγκρουστεί με το σώμα Σ_2 .
- Να δείξετε ότι το συσσωμάτωμα $\Sigma_1 - \Sigma_2$ θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε τη σταθερά της.
- Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
- Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως αρχή του χρόνου τη στιγμή αμέσως μετά την κρούση.
- Σε πόσο χρόνο από τη στιγμή που αφήσαμε το σώμα m_1 θα μηδενιστεί η ταχύτητα του συσσωματώματος για 2η φορά και πόση απόσταση θα έχει διανύσει το m_1 μέχρι τότε;

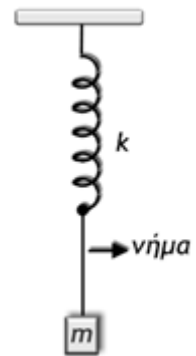
ΠΡΟΒΛΗΜΑ 21

Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μάζας $m=10\text{Kg}$ ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο του αβαρούς νήματος το πάνω άκρο του οποίου είναι δεμένο στο κάτω άκρο του κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=10\text{N/cm}$.

- Σχεδιάστε τις δυνάμεις, που ασκούνται στο σώμα και αιτιολογήστε γιατί η δύναμη ελατηρίου στο νήμα είναι ίση με την τάση του νήματος στο σώμα.
- Υπολογίστε την επιμήκυνση $\Delta\ell$ του ελατηρίου. Θεωρήστε ότι $g=10\text{m/s}^2$.

Τραβάμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω από τη Θ.Ι. του, μεταφέροντας ενέργεια στο σύστημα $E_{\text{μετ}} = 5\text{J}$ και το αφήνουμε να ταλαντωθεί.

- Να αποδείξετε ότι θα εκτελέσει γραμμική αρμονική ταλάντωση και να βρείτε το πλάτος ταλάντωσης.
- Γράψτε την εξίσωση της τάσης του νήματος στο σώμα σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x απ' τη Θέση Ισορροπίας και σχεδιάστε τη γραφική παράσταση της τάσης του νήματος T σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x , σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες.
- Να βρείτε το σημείο της ταλάντωσης στο οποίο η τάση του νήματος θα μηδενισθεί.



ΠΡΟΒΛΗΜΑ 22

Κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς k , έχει το κάτω άκρο του δεμένο στο έδαφος και στο άνω άκρο του έχουμε δέσει μικρό σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 3\text{Kg}$. Το σώμα ισορροπεί με το ελατήριο συσπειρωμένο κατά $\delta=0.3\text{m}$. Στην ίδια κατακόρυφο με τον άξονα του ελατηρίου και σε ύψος $d_0=0,2\text{m}$ πάνω από Σ_2 αφήνουμε ένα μικρό σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1\text{Kg}$. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά. Το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

α) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση των σωμάτων.

β) Να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς του ελατηρίου και την περίοδο ταλάντωσης που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα.

γ) Να υπολογίσετε την ενέργεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

δ) Να βρείτε το πηλίκο των μέτρων $F_{ελ(max)} / F_{επ(max)}$

Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$ και $\sqrt{2}\approx 1.4$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 23

Ένα σώμα μάζας $m = 3\text{Kg}$, είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Λόγω εσωτερικής αιτίας το σώμα διασπάται σε δύο κομμάτια με μάζες m_1, m_2 αντίστοιχα, για τις οποίες ισχύει $m_1=2m_2$. Μετά τη διάσπαση το κομμάτι μάζας m_1 συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας $m'=2\text{Kg}$, το οποίο είναι στερεωμένο στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k , του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το δημιουργούμενο συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και η ταχύτητα του μηδενίζεται κάθε $\pi/10\text{ s}$.

Το κομμάτι μάζας m_2 συγκρούεται πλαστικά με το ακίνητο σώμα μάζας $M=3\text{Kg}$, το οποίο κρέμεται από νήμα μήκους $\ell=2\text{m}$. Αμέσως μετά την κρούση η δύναμη που ασκεί το νήμα στο συσσωμάτωμα των μαζών m_2 και M είναι $F=90\text{N}$.

Να βρεθούν:

α) Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος των μαζών m_2 και M αμέσως μετά την κρούση.

β) Το συνημίτονο της μέγιστης γωνίας εκτροπής του νήματος.

γ) Οι ταχύτητες των κομματιών με μάζες m_1 και m_2 αμέσως μετά τη διάσπαση.

δ) Η συνάρτηση που περιγράφει πως μεταβάλλεται η δύναμη επαναφοράς του συσσωματώματος των μαζών m_1 και m' σε σχέση με το χρόνο. Να θεωρήσετε $t=0$ τη στιγμή της κρούσης και θετική φορά του άξονα προς τα αριστερά. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

