

# ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ ΦΥΣΙΚΗΣ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ

Anna

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: ANNA ΜΑΝΩΛΑΚΗ

**ΚΡΟΥΣΕΙΣ****ΘΕΜΑ Β**

Στα παρακάτω θέματα να επιλέξετε την ορθή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

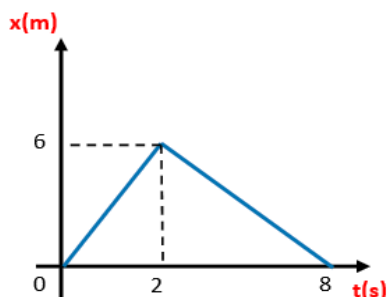
**K1.** Σφαίρα μάζας  $m_1$  ολισθαίνει με ταχύτητα μέτρου  $v_1$  σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρας μάζας  $m_2$ . Μετά την κρούση, η αρχικά κινούμενη σφαίρα ανακρούεται με ταχύτητα μέτρου  $\frac{v_1}{5}$ . Ο λόγος των μαζών των δύο σφαιρών  $\frac{m_1}{m_2}$  είναι

(α)  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{3}$ .

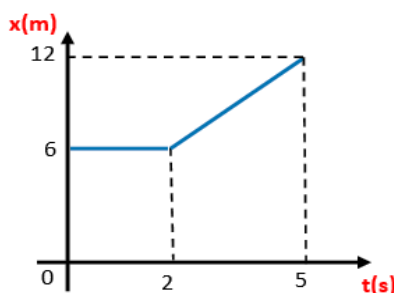
(β)  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{9}$ .

(γ)  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{3}{2}$ .

**K2.** Δύο σώματα αμελητέων διαστάσεων με μάζες  $m_1 = m$  και  $m_2 = 2m$  βρίσκονται πάνω σε οριζόντιο άξονα, με το σώμα  $m_1$  στην αρχή του άξονα (θέση 0). Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και η κίνηση των δύο σωμάτων πριν και μετά την κρούση περιγράφεται από τα διαγράμματα:



( 1 )



( 2 )

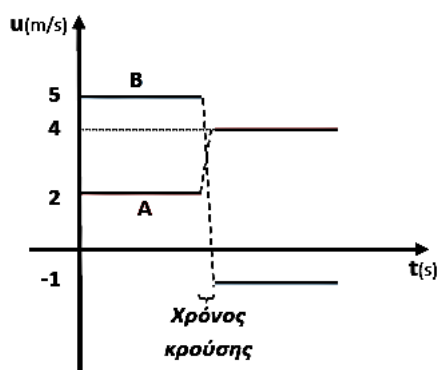
Η γραφική παράσταση (1) δίνει την θέση του σώματος  $m_1$  συναρτήσει του χρόνου, ενώ η (2) δίνει τη θέση του σώματος μάζας  $m_2$ . Τότε:

(α) Η κρούση των δύο σωμάτων είναι ελαστική.

(β) Η κρούση των δύο σωμάτων είναι ανελαστική.

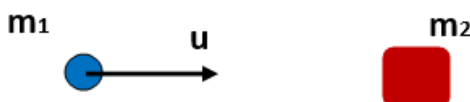
(γ) Η κρούση των δύο σωμάτων είναι πλαστική.

**K3.** Στο διάγραμμα του σχήματος φαίνονται οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων δυο σφαιρών Α και Β πριν και μετά τη μεταξύ τους κεντρική κρούση. Οι μάζες των δύο σφαιρών συνδέονται με τη σχέση:

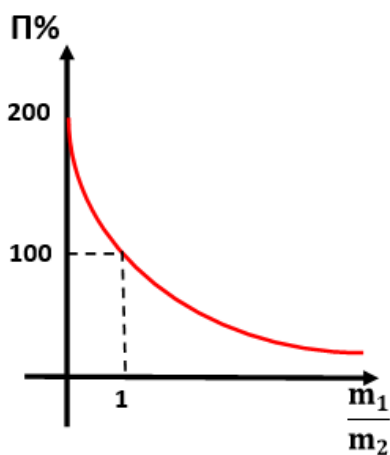


(α)  $m_1 = m_2$  , (β)  $m_1 = 2m_2$  , (γ)  $m_1 = 3m_2$

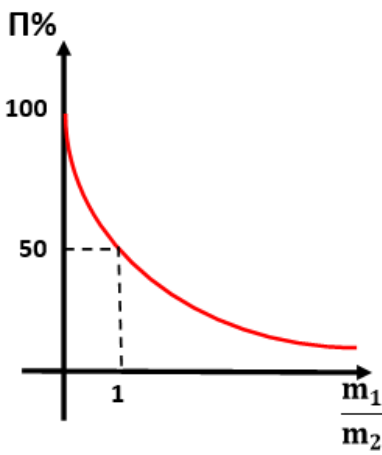
**Κ4.** Ένα σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1$  κινούμενο με ταχύτητα  $u_1$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$ , μάζας  $m_2$ :



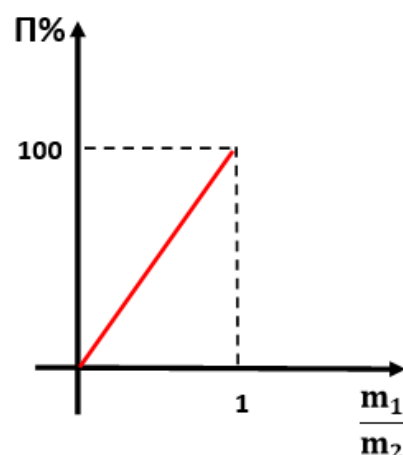
Η γραφική παράσταση του ποσοστού % της ορμής του σώματος  $\Sigma_1$  που μεταφέρεται στο  $\Sigma_2$  κατά την κρούση, σε συνάρτηση με το λόγο των μαζών  $\frac{m_1}{m_2}$  απεικονίζεται στο διάγραμμα:



(α) 1

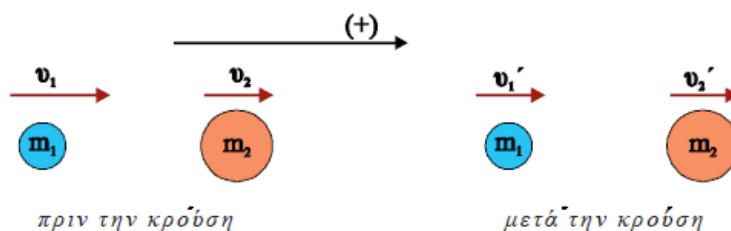


(β) 2



(γ) 3

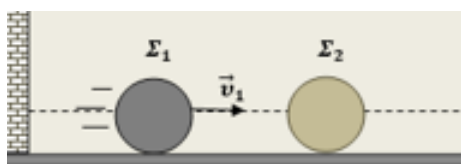
**Κ5.** Δύο σφαίρες  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με μάζες  $m_1$  και  $m_2 = 2m_1$  κινούνται με ταχύτητες μέτρου  $u_1$  και  $u_2$ , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Οι σφαίρες συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά και μετά την κρούση έχουν ταχύτητες με μέτρα  $u'_1$  και  $u'_2$ .



Εάν γνωρίζουμε ότι  $v_1 = 2v_2$ , τότε ο λόγος  $\frac{v_1'}{v_2'}$  των μέτρων των ταχυτήτων των σφαιρών μετά την κρούση είναι

$$(\alpha) \frac{v_1'}{v_2'} = \frac{2}{5} \quad , \quad (\beta) \frac{v_1'}{v_2'} = \frac{3}{4} \quad , \quad (\gamma) \frac{v_1'}{v_2'} = \frac{2}{3}$$

**K6.** Δύο σφαίρες  $\Sigma_1, \Sigma_2$ , με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  αντίστοιχα, είναι αρχικά ακίνητες σε λείο οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο, έτσι ώστε τα κέντρα τους να ορίζουν μια οριζόντια ευθεία κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο. Εκτοξεύουμε τη σφαίρα  $\Sigma_1$  με οριζόντια ταχύτητα  $\vec{v}_1$ , τέτοια ώστε να πλησιάζει τη σφαίρα  $\Sigma_2$  και να απομακρύνεται από τον τοίχο όπως στην εικόνα.



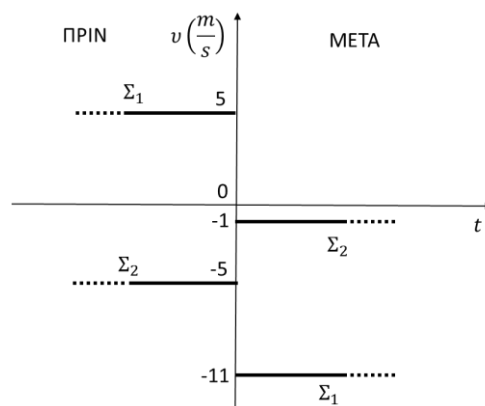
Η κρούση μεταξύ των δύο σφαιρών είναι κεντρική και ελαστική και η  $\Sigma_1$  μετά την κρούση της με τη  $\Sigma_2$  συγκρούεται με τον τοίχο, με κρούση επίσης ελαστική. Αν δίνεται ότι οι δύο σφαίρες δεν θα συγκρουστούν για δεύτερη φορά, τότε για τις μάζες τους είναι δυνατόν να ισχύει η σχέση:

$$(\alpha) m_2 = m_1 \quad (\beta) m_2 = 2 \cdot m_1 \quad (\gamma) m_2 = 4 \cdot m_1$$

**K7.** Ένα σφαιρίδιο μάζας  $m_1$ , που κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα  $\vec{v}_1$ , συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σφαιρίδιο μάζας  $m_2$ . Αμέσως μετά την κρούση τα δύο σφαιρίδια έχουν αντίθετες ταχύτητες. Ο λόγος  $\frac{m_2}{m_1}$  των μαζών των δύο σφαιριδίων είναι ίσος με:

$$(\alpha) 2 \quad (\beta) 3 \quad (\gamma) 4$$

**K8.** Δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  αντίστοιχα που κινούνται αντίρροπα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούονται μετωπικά. Το σώμα  $\Sigma_1$  έχει ταχύτητα  $\vec{v}_1$  πριν την κρούση και  $\vec{v}'_1$  μετά την κρούση. Το σώμα  $\Sigma_2$  έχει ταχύτητα  $\vec{v}_2$  πριν την κρούση και  $\vec{v}'_2$  μετά την κρούση. Οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των δύο σωμάτων φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα:



Με τη χρήση θεμελιακών αρχών που διέπουν τις κρούσεις να ελέγξετε αν η κρούση των δύο σφαιρών είναι:

- (α) ελαστική                      (β) πλαστική                      (γ) ανελαστική αλλά μη πλαστική

**K9.** Ένα βλήμα διαπερνά ένα κιβώτιο που ήταν αρχικά ακίνητο, με μια κρούση κεντρική ασήμαντης χρονικής διάρκειας. Εάν η μηχανική ενέργεια που χάθηκε ως θερμική ενέργεια στο σύστημα είναι 100 J και η κινητική ενέργεια του βλήματος ελαττώθηκε κατά 180 J εξαιτίας της κρούσης, τότε η κινητική ενέργεια του κιβωτίου μετά το πέρασμα του βλήματος, είναι:

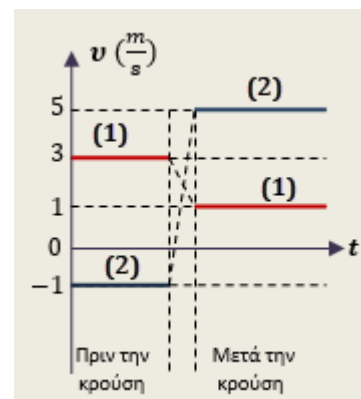
- (α) 80 J   ,   (β) 100 J   ,   (γ) 20 J

**K10.** Μικρή σφαίρα A μάζας  $m_1$ , κινείται με σταθερή ταχύτητα σε λείο οριζόντιο δάπεδο και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλη αρχικά ακίνητη σφαίρα B μάζας  $m_2 = 4 \cdot m_1$ . Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας A, που μεταβιβάστηκε στη σφαίρα B εξαιτίας της κρούσης είναι:

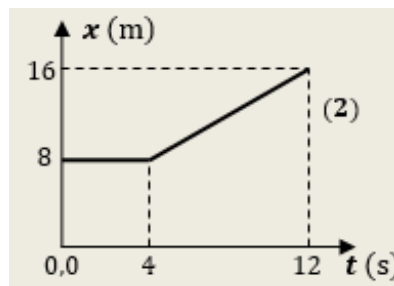
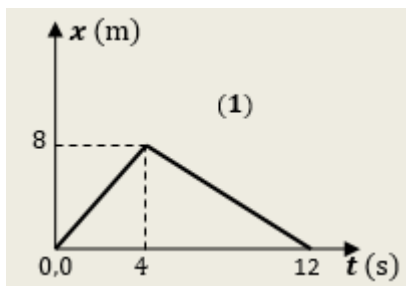
- (α) 100 %   ,   (β) 64 %   ,   (γ) 25 %

**K11.** Στο διάγραμμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των τιμών των ταχυτήτων δύο σφαιρών (1) και (2) οι οποίες συγκρούονται μεταξύ τους με κρούση κεντρική. Από τις τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών, όπως δίνονται στο παραπάνω διάγραμμα, προκύπτει ότι η κρούση μεταξύ τους, ήταν:

- (α) Πλαστική ,   (β) Ανελαστική αλλά όχι πλαστική ,   (γ) Ελαστική

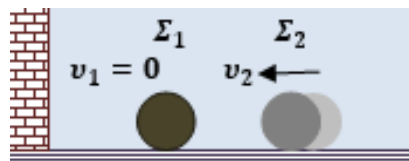


**K12.** Δύο μεταλλικές σφαίρες, αμελητέων διαστάσεων, με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  συγκρούονται κεντρικά σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Η θέση  $x$  κάθε σφαίρας, στην ευθεία γραμμή που ορίζουν τα κέντρα τους, μετρείται από κοινή αρχή ( $x = 0$ ), πάνω σε αυτή την ευθεία. Η γραφική παράσταση της θέσης του σώματος  $m_1$  φαίνεται στο Σχήμα (1) και του σώματος  $m_2$  στο Σχήμα (2). Δίνεται ότι η χρονική διάρκεια της επαφής των δύο σωμάτων είναι αμελητέα και οι αντιστάσεις αέρα αγνοούνται.



Με τη βοήθεια των δύο αυτών διαγραμμάτων, μπορούμε να συμπεράνουμε, ότι η κρούση των δύο σφαιρών είναι: **(α)** Ελαστική , **(β)** Ανελαστική , **(γ)** Πλαστική

**K13.** Δύο σφαίρες  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$ , με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  αντίστοιχα, είναι αρχικά ακίνητες σε λείο οριζόντιο δάπεδο, έτσι ώστε τα κέντρα τους να ορίζουν μια οριζόντια ευθεία κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο. Εκτοξεύουμε τη σφαίρα  $\Sigma_2$  με οριζόντια ταχύτητα μέτρου  $v_2$ , τέτοια ώστε να πλησιάζει τη σφαίρα  $\Sigma_1$ , όπως στην εικόνα.



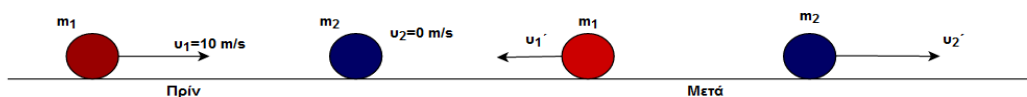
Οι κρούσεις, τόσο μεταξύ των δύο σφαιρών, όσο και της σφαίρας  $\Sigma_1$  με τον τοίχο, είναι κρούσεις κεντρικές και ελαστικές. Αν μετά την μεταξύ τους κρούση οι δύο σφαίρες κινούνται αντίθετα αλλά τελικά συγκρούονται και δεύτερη φορά, τότε για τις μάζες τους ισχύει η σχέση:

$$\text{(α)} m_1 < m_2 \quad , \quad \text{(β)} 3 \cdot m_2 > m_1 > m_2 \quad , \quad \text{(γ)} m_1 > 3 \cdot m_2$$

**K14.** Κατά τη μετωπική ελαστική κρούση δύο σφαιρών, για τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων τους  $v_1$ ,  $v_2$  πριν την κρούση και  $v'_1$ ,  $v'_2$  μετά την κρούση, ισχύει η σχέση:

$$\text{(α)} v_1 - v_2 = v'_1 - v'_2, \quad \text{(β)} v_1 - v_2 = v'_2 - v'_1, \quad \text{(γ)} v_1 + v_2 = v'_1 + v'_2.$$

**K15.** Δύο σφαίρες όπως οι μπάλες του μπιλιάρδου με μάζες  $m_2 = 3m_1$  συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά μεταξύ τους. Η εικόνα τους πριν και μετά την κρούση φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η πρώτη σφαίρα κινείται με ταχύτητα  $v_1 = 10 \frac{m}{sec}$  ενώ η δεύτερη είναι ακίνητη  $v_2 = 0$ .



Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρεται στο σώμα μάζας  $m_2$  μετά την κρούση είναι:

(α) 75% , (β) 50% , (γ) 10%

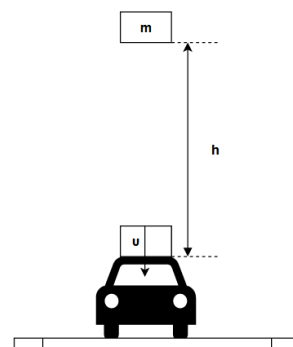
**K16.** Μικρή σφαίρα  $A$  μάζας  $m_1$ , κινείται με σταθερή ταχύτητα σε λείο οριζόντιο δάπεδο και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλη αρχικά ακίνητη σφαίρα  $B$  μάζας  $m_2 = 4 \cdot m_1$ . Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας  $A$ , που μεταβιβάστηκε στη σφαίρα  $B$  εξαιτίας της κρούσης είναι:

(α) 100 % , (β) 64 % , (γ) 25 %

**K17.** Σώμα  $\Sigma_1$ , μάζας  $m_1$ , κινούμενο με ταχύτητα  $v_1$ , συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$ , μάζας  $m_2$ . Το  $\Sigma_1$ , μετά την κρούση δεν αλλάζει κατεύθυνση κίνησης ενώ αποκτά ταχύτητα  $v'_1 = \frac{v_1}{2}$ . Ο λόγος των μαζών  $\frac{m_1}{m_2}$  είναι ίσος με:

(α)  $\frac{1}{3}$ , (β) 1, (γ)  $\frac{3}{1}$ .

**K18.** Τσιμεντόλιθος έπεσε από το μπαλκόνι κατοικίας πρώτου ορόφου και προξένησε ζημιές σε σταθμευμένο όχημα. Διεκδικώντας αποζημίωση η δικηγόρος του θύματος, αναφέρει τα εξής : « ... Όταν μια πέτρα αφήνεται από κάποιο ύψος, θα έχει, με απλούς νόμους της φυσικής (ταχύτητα επί μάζα), μεγαλύτερο βάρος όταν φθάσει στην ... ». Με τις γνώσεις που έχετε ως μαθητές τμήματος φυσικής προσανατολισμού της Γ' Λυκείου καλείστε να γνωμοδοτήσετε σχετικά με τον ισχυρισμό αυτό.



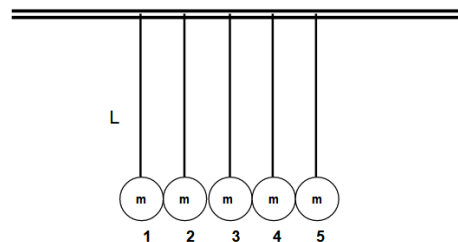
Στην αναφορά σας καταλήξατε ότι:

(α) Κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης το κινούμενο σώμα ασκεί στο άλλο δύναμη ίση με το βάρος του.

(β) Κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης το κινούμενο σώμα ασκεί στο άλλο μεγαλύτερη δύναμη από το βάρος του.

(γ) Κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης το κινούμενο σώμα ασκεί στο άλλο μικρότερη δύναμη από το βάρος του.

**K19.** Πέντε όμοιες σφαίρες από χάλυβα είναι κρεμασμένες με νήματα ίδιου μήκους  $L$  όπως στο παρακάτω σχήμα. Στην αρχική τους θέση εφάπτονται η μία με την άλλη και τα νήματα είναι παράλληλα μεταξύ τους. Διατηρώντας το νήμα τεντωμένο, εκτρέπουμε την σφαίρα 5 κατά γωνία  $\varphi$  πάνω στο επίπεδο που ορίζουν τα νήματα, ώστε να ανέλθει σε ύψος  $h$



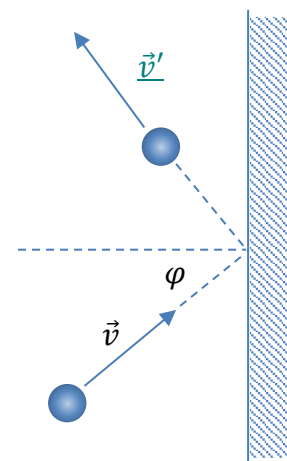
και στη συνέχεια την αφήνουμε ελεύθερη. Αν θεωρήσουμε όλες τις κρούσεις κεντρικές και ελαστικές και το σύστημα απαλλαγμένο από τριβές, το αποτέλεσμα θα είναι:

(α) η σφαίρα 5 να συγκρουστεί με τις άλλες που ηρεμούν και να ακινητοποιηθεί, ενώ μόνο η σφαίρα 1 θα κινηθεί, ανερχόμενη σε ύψος μεγαλύτερο από  $h$ .

(β) να εκτραπούν όλες οι σφαίρες προς τα αριστερά κατά την ίδια γωνία  $\varphi$ .

(γ) η σφαίρα 5 να συγκρουστεί με τις άλλες που ηρεμούν και να ακινητοποιηθεί, ενώ μόνο η σφαίρα 1 θα κινηθεί, ανερχόμενη σε ύψος  $h$ , ενώ οι σφαίρες 2, 3 και 4 θα παραμείνουν ακίνητες.

**K20.** Μπάλα μάζας  $m$  κυλίνεται σε οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου  $v$  και χτυπάει σε τοίχο υπό γωνία  $\varphi$ . Η εικόνα δείχνει κάτοψη της κρούσης. Η κρούση είναι ελαστική. Λόγω της κρούσης, η μεταβολή του μέτρου της ορμής και το μέτρο της μεταβολής της ορμής είναι αντίστοιχα

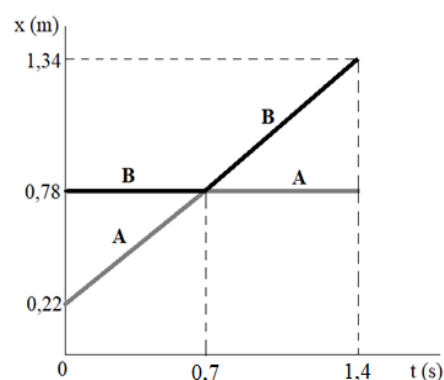


(α) 0 και  $2mv\sin\varphi$

(β) 0 και  $2mv\eta\mu\varphi$

(γ)  $2mv\eta\mu\varphi$  και  $2mv\sigma\upsilon\nu\varphi$

**K21.** Στο εργαστήριο Φυσικής του σχολείου εκτελέστηκε ένα πείραμα κεντρικής ελαστικής κρούσης μεταξύ δύο σφαιρών A και B, με μάζες  $m_A$  και  $m_B$  αντίστοιχα. Με τη βοήθεια αισθητήρων κίνησης πήραμε το γράφημα θέσης-χρόνου ( $x - t$ ) για τις δύο σφαίρες, όπως φαίνεται στο παραπλεύρως σχήμα. Από αυτό διαπιστώνουμε ότι για τις μάζες των δύο σφαιρών ισχύει:



(α)  $m_A > m_B$

(β)  $m_A < m_B$

(γ)  $m_A = m_B$

**ΘΕΜΑ Δ**

**KD1.** Σώμα μάζας  $m_1$ , κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα  $\vec{v}_1$ , μέτρου  $v_1 = 4 \frac{m}{s}$  και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με αρχικά ακίνητο σώμα μάζας  $m_2$ . Η ταχύτητα  $\vec{v}_1'$  του σώματος μάζας  $m_1$  μετά την κρούση είναι ομόρροπη της  $\vec{v}_1$  και το μέτρο της ίσο με  $2 \frac{m}{s}$ .

**4.1.** Να δείξετε ότι ο λόγος των μαζών των δύο σωμάτων είναι  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{3}$ .

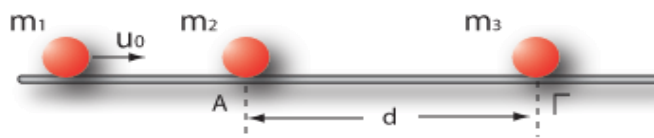
**4.2.** Να προσδιορίσετε την ταχύτητα του σώματος  $m_2$  μετά την κρούση.

**4.3.** Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας  $m_2$  αν γνωρίζετε ότι η μάζα του είναι  $m_2 = 2\text{kg}$ .

**4.4.** Αν το σώμα μάζας  $m_2$  μετά την κρούση εισέρχεται σε τραχύ δάπεδο, με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής  $\mu = 0.5$ , να προσδιορίσετε τη μετατόπιση του σώματος αυτού στο τραχύ δάπεδο, από το σημείο εισόδου σε αυτό, μέχρι να σταματήσει.

Δίνεται:  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ .

**KD2.** Στο λείο οριζόντιο δάπεδο του σχήματος :



βρίσκονται οι σφαίρες  $m_1 = 3\text{ kg}$ ,  $m_2 = 1\text{ kg}$ ,  $m_3 = 3\text{ kg}$  που έχουν ίσες ακτίνες  $R = 5\text{ cm}$ . Οι  $m_2$ ,  $m_3$  είναι ακίνητες και η  $m_1$  κινείται με ταχύτητα  $u_0 = 40\text{ m/s}$ . Η  $m_1$  συναντά την  $m_2$  με την οποία συγκρούεται μετωπικά, ελαστικά και στη συνέχεια το ίδιο κάνει η  $m_2$  με την  $m_3$ . Να βρεθούν:

**4.1.** οι ταχύτητες όλων των σφαιρών αμέσως μετά την κρούση των σφαιρών  $m_2$  και  $m_3$ .

**4.2.** Αν οι  $m_2$ ,  $m_3$ , απέχουν αρχικά  $d = 12\text{ m}$ , να βρεθεί σε πόση απόσταση από το σημείο A θα συγκρουστούν ξανά τα σώματα με μάζες  $m_1$  και  $m_2$ .

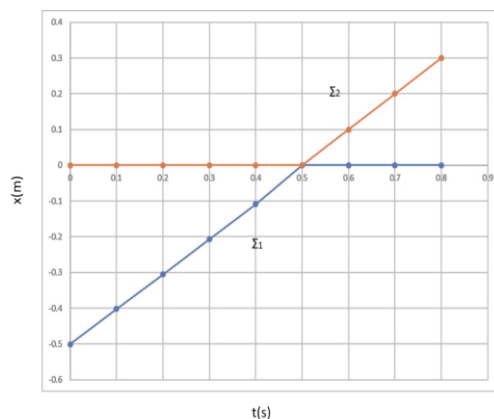
Αν θεωρήσουμε ότι αμέσως μετά την κρούση της με την  $m_2$  η σφαίρα  $m_3$  αρχίζει να κινείται σε μη λείο έδαφος και εκτελεί σύνθετη κίνηση (μεταφορική και στροφική), με γωνιακή επιβράδυνση μέτρου  $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 2000 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ , να υπολογίσετε:

**4.3.** την γωνία που θα έχει διαγράψει η σφαίρα  $m_3$  μέχρι να σταματήσει.

**KD3.** Δύο (2) σημειακά αντικείμενα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , ίδιας μάζας  $m_1 = m_2 = 1\text{Kg}$ , συγκρούονται μετωπικά τη χρονική στιγμή  $t = 0,5\text{s}$ . Οι θέσεις των αντικειμένων σε συνάρτηση με τον χρόνο, πριν και μετά την κρούση, δίνονται στο διάγραμμα.

Για την κρούση ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής. Η κρούση είναι:

- (α) ελαστική,                      (β) ανελαστική,                      (γ) πλαστική.

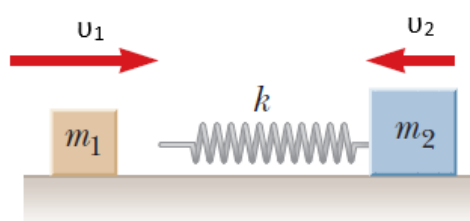


**KD4.** Σώμα μάζας  $m_1$ , κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα  $\vec{v}_1$ , μέτρου  $v_1 = 4\frac{\text{m}}{\text{s}}$  και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με αρχικά ακίνητο σώμα μάζας  $m_2$ . Η ταχύτητα  $\vec{v}_1'$  του σώματος μάζας  $m_1$  μετά την κρούση είναι ομόρροπη της  $\vec{v}_1$  και το μέτρο της ίσο με  $2\frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

- 4.1. Να δείξετε ότι ο λόγος των μαζών των δύο σωμάτων είναι  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{3}$ .
- 4.2. Να προσδιορίσετε την ταχύτητα του σώματος  $m_2$  μετά την κρούση.
- 4.3. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας  $m_2$  αν γνωρίζετε ότι η μάζα του είναι  $m_2 = 2\text{kg}$ .
- 4.4. Αν το σώμα μάζας  $m_2$  μετά την κρούση εισέρχεται σε τραχύ δάπεδο, με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής  $\mu = 0.5$ , να προσδιορίσετε τη μετατόπιση του σώματος αυτού στο τραχύ δάπεδο, από το σημείο εισόδου σε αυτό, μέχρι να σταματήσει.

Δίνεται:  $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

**KD5.** Ένα σώμα μάζας  $m_1 = 2\text{kg}$  κινείται αρχικά προς τα δεξιά με ταχύτητα  $v_1 = 10\frac{\text{m}}{\text{s}}$  σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται με ένα ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $k = 400\frac{\text{N}}{\text{m}}$ . Το ελατήριο είναι συνδεδεμένο σε ένα σώμα μάζας  $m_2 = 3\text{kg}$ , το οποίο κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα  $v_2 = 5\frac{\text{m}}{\text{s}}$  όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Κατά την διάρκεια της επαφής του  $m_1$  με το ελατήριο θεωρούμε ότι δεν μετατρέπεται κινητική ενέργεια σε άλλη μορφή ενέργειας εκτός από ελαστική δυναμική ενέργεια στο ελατήριο.



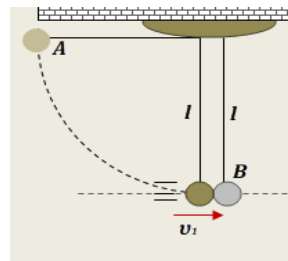
φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Κατά την διάρκεια της επαφής του  $m_1$  με το ελατήριο θεωρούμε ότι δεν μετατρέπεται κινητική ενέργεια σε άλλη μορφή ενέργειας εκτός από ελαστική δυναμική ενέργεια στο ελατήριο.

- 4.1. Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος με μάζα  $m_2$  κατά την διάρκεια της επαφής του  $m_1$  με το ελατήριο, όταν το σώμα μάζας  $m_1$  κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα  $v_3 = 5\frac{\text{m}}{\text{s}}$ .
- 4.2. Υπολογίστε τις ταχύτητες που θα αποκτήσουν τα σώματα όταν το  $m_1$  χάσει την επαφή με το ελατήριο.

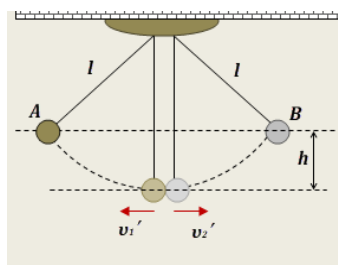
4.3. Να βρεθεί το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του  $m_1$  εξαιτίας της αλληλεπίδρασής του με το ελατήριο.

4.4. Ποια είναι η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου κατά την διάρκεια της κρούσης;

**KD6.** Δύο μικρές σφαίρες  $A$  και  $B$ , με ίσες ακτίνες και μάζες  $m_1$  και  $m_2$  αντίστοιχα, έχουν δεθεί στα κάτω άκρα μη ελαστικών νημάτων ίσου μήκους  $l$ , τα πάνω άκρα των οποίων είναι δεμένα στην ίδια οροφή (σχήμα). Όταν οι δύο σφαίρες ισορροπούν ακίνητες, τα νήματα που τις κρατούν είναι κατακόρυφα, οι σφαίρες εφάπτονται και τα κέντρα τους είναι στην ίδια οριζόντια ευθεία. Εκτρέπουμε τη



σφαίρα  $A$  από την αρχική θέση ισορροπίας της και την φέρνουμε σε θέση, όπου το κέντρο της ανήκει στο αρχικό κατακόρυφο επίπεδο και το νήμα της είναι τεντωμένο και οριζόντιο. Από τη θέση αυτή την αφήνουμε



ελεύθερη να κινηθεί, οπότε συγκρούεται με τη  $B$  κεντρικά και ελαστικά. Οι αντιστάσεις αέρα αγνοούνται και διαπιστώσαμε ότι μετά την κρούση οι δύο σφαίρες κινούνται αντίθετα και φτάνουν ταυτόχρονα στο ίδιο ύψος ως προς το αρχικό οριζόντιο επίπεδο ηρεμίας τους (σχήμα).

Δίνεται ότι η μάζα της σφαίρας  $A$  είναι  $m_1 = 300$  g, το μήκος των νημάτων  $l =$

$0,8$  m και ότι το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας μπορεί να θεωρηθεί  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ .

Για διευκόλυνση πράξεων, δίνεται κατά προσέγγιση ότι ισχύει  $\sqrt{7} \cong \frac{8}{3}$ .

Να υπολογίσετε:

4.1. Τη μάζα  $m_2$  της σφαίρας  $B$ .

4.2. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής της σφαίρας  $A$  ακριβώς πριν την σύγκρουσή της με την ακίνητη  $B$ , ενώ το νήμα της έχει γίνει κατακόρυφο.

4.3. Το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας  $A$ , ως προς άξονα στο σημείο  $O$  γύρω από το οποίο περιστρέφεται, κατά την κίνησή της από το σημείο που την αφήσαμε ελεύθερη να κινηθεί, μέχρι την σύγκρουσή της με τη σφαίρα  $B$ .

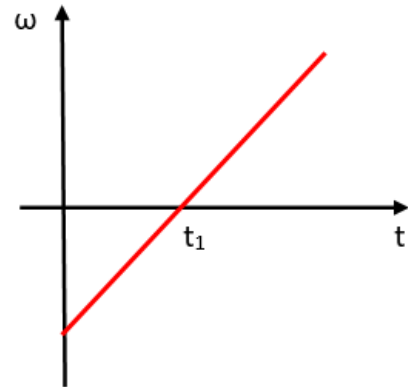
4.4 Το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας  $B$ , ως προς άξονα στο σημείο  $O'$  γύρω από το οποίο περιστρέφεται, κατά την κίνησή της μετά την κρούση των δύο σφαιρών.

## ΣΤΕΡΕΟ

## ΘΕΜΑ Β

Στα παρακάτω θέματα να επιλέξετε την ορθή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**S1.** Ένας οριζόντιος ομογενής δίσκος περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο κατακόρυφο άξονα ο οποίος διέρχεται από το κέντρο του. Η αλγεβρική τιμή της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα:

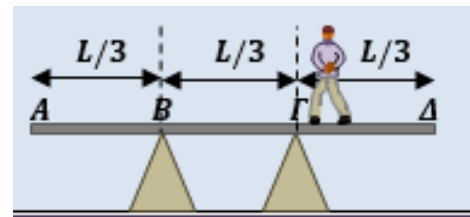


(α) Ο δίσκος στρέφεται συνεχώς προς την ίδια κατεύθυνση.

(β) Τη χρονική στιγμή  $t_1$  το διάνυσμα της στροφορμής του δίσκου αλλάζει φορά.

(γ) Ο ρυθμός μεταβολής της επίκεντρης γωνίας που στρέφεται ο δίσκος παραμένει σταθερός.

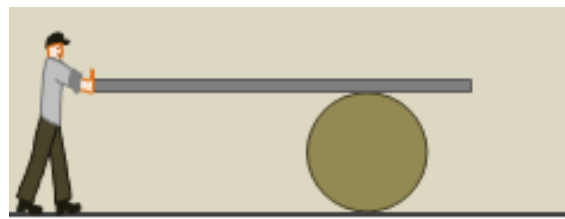
**S2.** Μια ομογενής και ισοπαχής σανίδα ( $AD$ ) μάζας  $M$  και μήκους  $L$ , στηρίζεται στα σημεία  $B$  και  $\Gamma$ , πάνω σε κατάλληλα στηρίγματα, ώστε να παραμένει οριζόντια και να ισχύει  $(AB) = (B\Gamma) = (\Gamma\Delta) = \frac{L}{3}$ , όπως στο σχήμα.



Ένας άνθρωπος μάζας  $m$  χρησιμοποιεί αυτή την σανίδα πατώντας πάνω της για μια εργασία. Η προϋπόθεση για να μπορεί ο άνθρωπος να πατήσει σε οποιοδήποτε σημείο της σανίδας, από το ένα άκρο της μέχρι το άλλο είναι:

$$(α) M \geq m \quad , \quad (β) M \geq 2m \quad , \quad (γ) M \geq \frac{m}{2}$$

**S3.** Ένας εργάτης χρησιμοποιεί ένα βαρέλι στην προσπάθειά του να μετακινήσει μια μακριά και βαριά σανίδα. Ο εργάτης κρατάει τη σανίδα από το ένα της άκρο, ενώ αυτή ακουμπάει στο βαρέλι, όπως στο

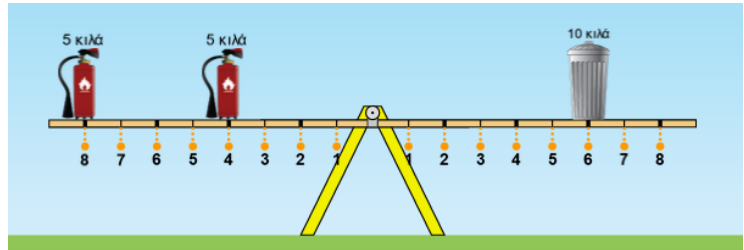


σχήμα. Στη διάρκεια αυτής της προσπάθειας, η σανίδα είναι συνεχώς οριζόντια, είναι συνεχώς σε επαφή με το βαρέλι χωρίς ποτέ να ολισθήσει πάνω σε αυτό και το βαρέλι κυλιέται χωρίς να

ολισθαίνει πάνω στο τραχύ οριζόντιο δάπεδο. Όταν το άκρο της σανίδας έχει μετατοπιστεί κατά 120 cm, το κέντρο του βαρελιού έχει μετατοπιστεί κατά:

- (α) 120 cm      (β) 60 cm      (γ) 240 cm

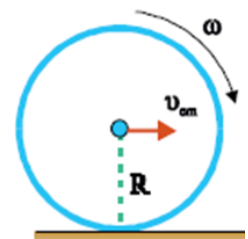
**S4.** Μία ομογενής ράβδος μήκους  $L$  και αμελητέας μάζας στηρίζεται στο κέντρο της από μία βάση, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η ράβδος είναι χωρισμένη σε ίσα αριθμημένα τμήματα



και έχει τη δυνατότητα να περιστρέφεται γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο της. Πάνω της έχουν τοποθετηθεί δύο πυροσβεστήρες που ο καθένας έχει μάζα  $m = 5\text{kg}$  και ένας κάδος με μάζα  $M = 10\text{Kg}$ . Αρχικά η ράβδος διατηρείται οριζόντια. Όταν αφεθεί ελεύθερη, τότε

- (α) θα περιστραφεί δεξιόστροφα.  
 (β) θα περιστραφεί αριστερόστροφα.  
 (γ) θα παραμείνει οριζόντια.

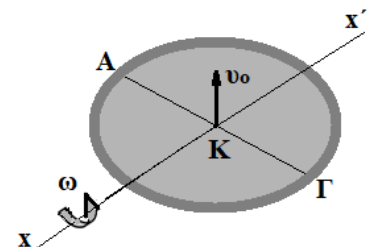
**S5.** Ένα στεφάνι ακτίνας  $R$  κυλίζει σε οριζόντιο επίπεδο και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του είναι  $v_{cm}$ .



Τα σημεία του στεφανιού που απέχουν από το έδαφος απόσταση  $R$  έχουν ταχύτητα μέτρου

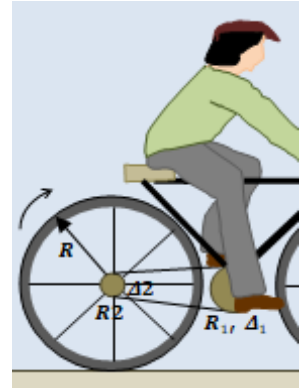
- (α)  $v = 2v_{cm}$  ,      (β)  $v = v_{cm}$  ,      (γ)  $v = v_{cm}\sqrt{2}$

**S6.** Στρίβουμε ένα νόμισμα στον αέρα. Το νόμισμα έχει διάμετρο  $L$ . Τη στιγμή που το νόμισμα εγκαταλείπει το χέρι μας κινούμενο κατακόρυφα προς τα πάνω είναι οριζόντιο, το κέντρο μάζας του  $K$  έχει αρχική ταχύτητα  $v_0$  και το ένα άκρο  $A$  μιας διαμέτρου του  $AG$  έχει μηδενική ταχύτητα και περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα  $xx'$  κάθετο στην  $AG$  που διέρχεται από το κέντρο μάζας του  $K$ . Το κέντρο μάζας  $K$  κινείται κατακόρυφα και φθάνει σταματώντας στιγμιαία σε ύψος  $h$ . Ο αριθμός  $N$ , των περιστροφών που θα εκτελέσει το νόμισμα μέχρι τη στιγμή που το κέντρο μάζας  $K$  φτάσει στο ύψος  $h$  είναι:



- (α)  $N = \frac{2h}{\pi L}$       (β)  $N = \frac{h}{\pi L}$       (γ)  $N = \frac{h}{2\pi L}$

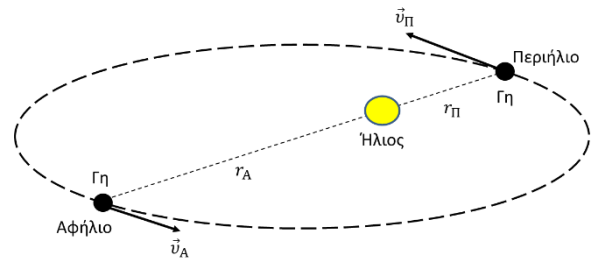
**S7.** Σε ένα ποδήλατο ο δίσκος των πεντάλ ( $\Delta_1$ ), τον οποίο περιστρέφουμε με τα πόδια μας, έχει ακτίνα  $R_1$  και συνδέεται, με τεντωμένη αλυσίδα στην περιφέρειά του, με ένα μικρότερο δίσκο ( $\Delta_2$ ) ακτίνας  $R_2$ , ο οποίος περιστρέφει τον πίσω τροχό και περιστρέφεται μαζί του, γύρω από τον ίδιο άξονα στο κέντρο τους. Οι τροχοί του ποδηλάτου έχουν ίσες ακτίνες  $R$  και ισχύει η σχέση  $R = 10 \cdot R_2$ .



Αν κάνουμε ποδήλατο και κινούμαστε σε μια ευθεία ενός ποδηλατόδρομου, με τους τροχούς να κυλούν χωρίς να ολισθαίνουν, τότε όταν έχουμε περιστρέψει κατά  $N$  πλήρεις περιστροφές το δίσκο των πεντάλ, θα έχουμε διανύσει με το ποδήλατό μας, διάστημα  $S$ , για το οποίο ισχύει:

$$(\alpha) S = 2 \cdot N \cdot \pi \cdot R_1 \quad , \quad (\beta) S = 20 \cdot N \cdot \pi \cdot R_1 \quad , \quad (\gamma) S = 10 \cdot N \cdot \pi \cdot R_1$$

**S8.** Η Γη περιστρέφεται γύρω από τον Ήλιο σε ελλειπτική τροχιά. Θεωρούμε ότι η μόνη δύναμη που δέχεται είναι η βαρυτική έλξη  $\vec{F}_g$  από τον Ήλιο. Το σημείο της ελλειπτικής τροχιάς της Γης που βρίσκεται στη μικρότερη απόσταση,  $r_{\Pi}$ , από τον Ήλιο ονομάζεται περιήλιο, ενώ το σημείο που βρίσκεται στη μεγαλύτερη απόσταση,  $r_A$ , ονομάζεται αφήλιο.

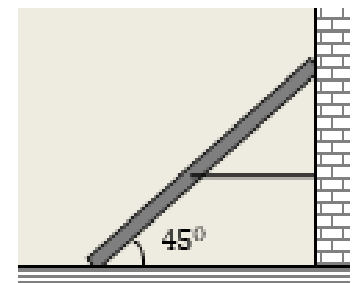


Η σχέση που συνδέει τις δύο αποστάσεις είναι:  $r_{\Pi} = \frac{9}{10} r_A$ .

Η σχέση που συνδέει το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της Γης στο περιήλιο,  $\omega_{\Pi}$ , με το μέτρο της στο αφήλιο,  $\omega_A$ , είναι:

$$(\alpha) \omega_{\Pi} = \omega_A \quad (\beta) \omega_{\Pi} = \frac{100}{81} \omega_A \quad (\gamma) \omega_{\Pi} = \frac{81}{100} \omega_A$$

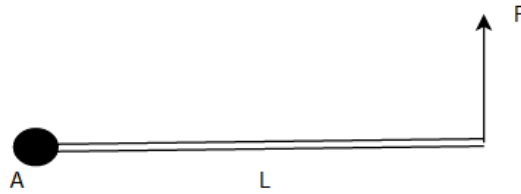
**S9.** Ομογενής και ισοπαχής ράβδος έχει μήκος  $l$  και βάρος  $W$ . Η ράβδος ισορροπεί ακίνητη, καθώς στηρίζεται στο πάνω άκρο της σε λείο κατακόρυφο τοίχο, στο κάτω άκρο της σε λείο οριζόντιο δάπεδο και στο μέσον της έχει δεθεί το ένα άκρο αβαρούς και μη ελαστικού νήματος, το άλλο άκρο του οποίου δένεται στον κατακόρυφο τοίχο, έτσι ώστε το νήμα να είναι τεντωμένο και οριζόντιο, όπως στο σχήμα. Στη θέση αυτή, η ράβδος σχηματίζει γωνία  $45^\circ$  με το οριζόντιο δάπεδο. (Δίνεται  $\eta\mu 45^\circ = \sigma\upsilon\nu 45^\circ$ ).



Για το μέτρο  $T$  της τάσης του νήματος που δέχεται η ράβδος από το νήμα ισχύει η σχέση:

$$(\alpha) T = \frac{W}{2} \quad , \quad (\beta) T = w \quad , \quad (\gamma) T = \frac{W}{4}$$

**S10.** Η οριζόντια ομογενής ράβδος μάζας  $m$  και μήκους  $L$  του σχήματος μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σταθερό σημείο  $A$ . Αν η ράβδος ισορροπεί οριζόντια όπως φαίνεται στο σχήμα με τη βοήθεια της δύναμης  $\vec{F}$  τότε:



(α)  $F = 2mg$  , (β)  $F = mg$  , (γ)  $F = \frac{mg}{2}$

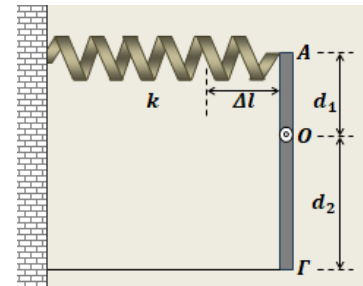
**S11.** Σε στερεό ασκούνται αντίρροπες δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$  οι οποίες έχουν ίσα μέτρα και παράλληλους φορείς. Η συνολική ροπή αυτών των δυνάμεων που ασκούνται στο στερεό είναι:

(α) μεγαλύτερη ως προς σημείο  $K$  που βρίσκεται μεταξύ των φορέων τους.

(β) μεγαλύτερη ως προς σημείο  $\Lambda$  που βρίσκεται έξω από τους φορείς τους.

(γ) ανεξάρτητη από το σημείο υπολογισμού της.

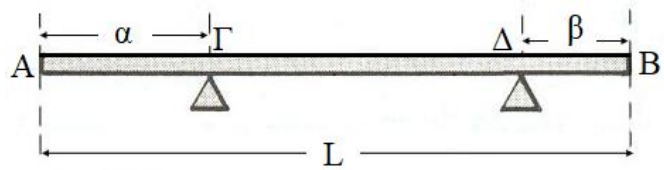
**S12.** Μια ομογενής και ισοπαχής ράβδος  $A\Gamma$  βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο ακλόνητο δάπεδο και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από σημείο  $O$  της ράβδου, το οποίο απέχει από τα άκρα της αποστάσεις  $(AO) = d_1$  και  $(\Gamma O) = d_2$ , για τις οποίες ισχύει η σχέση  $d_2 = 2 \cdot d_1$ . Η ράβδος είναι αρχικά ακίνητη και παράλληλη προς ένα κατακόρυφο τοίχο.



Δένουμε το άκρο  $\Gamma$  της ράβδου από τον τοίχο με ιδανικό νήμα έτσι ώστε το νήμα να είναι τεντωμένο και κάθετο τόσο στον τοίχο, όσο και στην αρχική διεύθυνση της ράβδου. Στη συνέχεια στερεώνουμε ένα ιδανικό ελατήριο, σταθεράς  $k$ , με το ένα άκρο του στον τοίχο, με τον άξονά του κάθετο τόσο στον τοίχο, όσο και στην αρχική διεύθυνση της ράβδου. Για να στερεώσουμε το άλλο άκρο του ελατηρίου στο άκρο  $A$  της ράβδου, ώστε αυτό να παραμένει κάθετο στον τοίχο αλλά και στη ράβδο, πρέπει να το επιμηκύνουμε κατά  $\Delta l$ , σε σχέση με το φυσικό του μήκος. Έτσι η ράβδος διατηρείται ακίνητη και παράλληλη με τον τοίχο όπως φαίνεται στην κάτοψη του σχήματος. Σε αυτή την κατάσταση ισορροπίας, η ράβδος δέχεται από τον άξονά της στο  $O$ , δύναμη  $\vec{F}$ , μέτρου:

(α)  $F = k \cdot \Delta l$  , (β)  $F = 2 \cdot k \cdot \Delta l$  , (γ)  $F = \frac{3}{2} \cdot k \cdot \Delta l$

**S13.** Μία ομογενής σανίδα AB μήκους  $\lambda$  ισορροπεί στηριζόμενη στα σημεία Γ και Δ που απέχουν απόσταση  $\alpha$  από το A και  $\beta$  από το B αντίστοιχα (όπως φαίνεται στο σχήμα). Οι δυνάμεις που δέχεται η σανίδα στα στηρίγματα Γ και Δ είναι  $T_1$  και  $T_2$  αντίστοιχα. Ο λόγος των δυνάμεων  $\frac{T_1}{T_2}$  είναι:

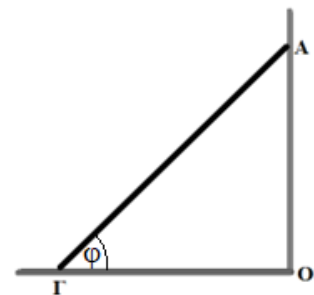


(α)  $\frac{T_1}{T_2} = \frac{L - 2\alpha}{L - 2\beta}$ ,

(β)  $\frac{T_1}{T_2} = \frac{L - 2\beta}{L - 2\alpha}$ ,

(γ)  $\frac{T_1}{T_2} = \frac{L - \beta}{L - \alpha}$

**S14.** Η ράβδος ΑΓ είναι ομογενής και ισορροπεί όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα, ακουμπώντας σε κατακόρυφο τοίχο και σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο σχηματίζει γωνία  $\varphi$ . Για να ισορροπεί η ράβδος θα πρέπει



(α) ο τοίχος και το δάπεδο να είναι λείες επιφάνειες.

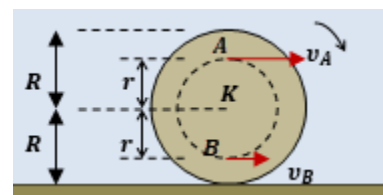
(β) ο τοίχος να είναι λεία επιφάνεια και το δάπεδο τραχύ με συντελεστή οριακής τριβής

$$\mu = \frac{1}{2\varepsilon\varphi\varphi}$$

(γ) το δάπεδο να είναι λεία επιφάνεια και ο τοίχος τραχύς με συντελεστή οριακής τριβής

$$\mu = \frac{1}{2\varepsilon\varphi\varphi}$$

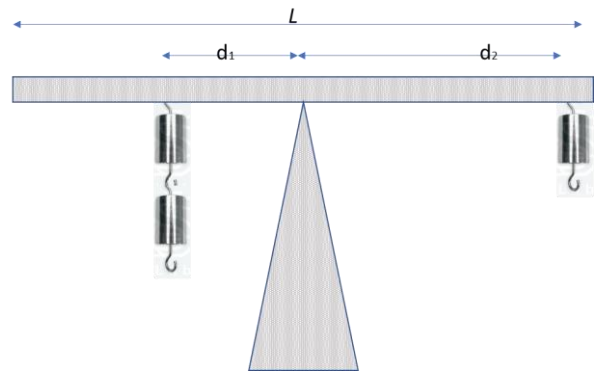
**S15.** Ένας δίσκος ακτίνας  $R$  κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει, πάνω σε οριζόντιο ακλόνητο δάπεδο, όπως στην εικόνα. Δύο σημεία A και B του δίσκου, ανήκουν στην ίδια διάμετρό του και απέχουν ίσες αποστάσεις  $r$  από το κέντρο του. Κάποια χρονική στιγμή, κατά την οποία η διάμετρος αυτή είναι κατακόρυφη, τα σημεία A και B έχουν ταχύτητες  $\vec{v}_A$  και  $\vec{v}_B$ , για τα μέτρα των οποίων ισχύει η σχέση  $v_A = 2 \cdot v_B$ .



Για τις ακτίνες  $R$  και  $r$ , ισχύει η σχέση:

(α)  $r = \frac{R}{2}$ , (β)  $r = \frac{R}{4}$ , (γ)  $r = \frac{R}{3}$

**S16.** Η Άννα και ο Κωνσταντίνος, μελετούν την ισορροπία μίας ράβδου. Η ράβδος αρχικά ισορροπεί καθώς ένα στήριγμα τοποθετείται κάτω από το κέντρο μάζας της. Οι μαθητές κρεμούν σε διαφορετικά σημεία της ράβδου διαφορετικό αριθμό βαριδίων (σταθμών) και μετρούν τις αποστάσεις  $d_1$  και  $d_2$ , όπου  $d_1$  είναι η απόσταση των βαριδίων που τοποθετούνται αριστερά σε σχέση με το σημείο στήριξης της ράβδου και  $d_2$  η απόσταση των βαριδίων που τοποθετούνται προς τα δεξιά. Το κάθε βαρίδιο έχει μάζα  $m = 10g$ .



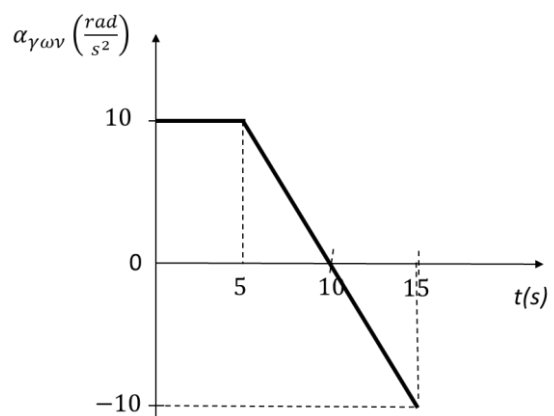
Οι μαθητές, πραγματοποιούν 4 μετρήσεις και συμπληρώνουν τον πίνακα:

	$N_1$ : Αριθμός βαριδίων σε απόσταση $d_1$	Απόσταση $d_1$ (cm)	$N_2$ : Αριθμός βαριδίων σε απόσταση $d_2$	Απόσταση $d_2$ (cm)
1 <sup>η</sup> μέτρηση	2	10	1	20
2 <sup>η</sup> μέτρηση	2	20	2	10
3 <sup>η</sup> μέτρηση	3	10	1	20
4 <sup>η</sup> μέτρηση	2	20	4	10

Η ράβδος ισορροπεί

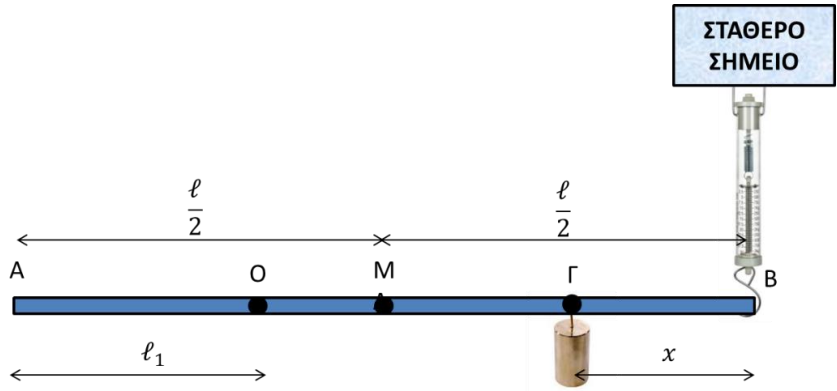
(α) στην 1<sup>η</sup> και 4<sup>η</sup> μέτρηση, (β) στην 1<sup>η</sup> και 3<sup>η</sup> μέτρηση, (γ) στην 2<sup>η</sup> και 4<sup>η</sup> μέτρηση.

**S17.** Ένας ομογενής και ισοπαχής δίσκος είναι αρχικά ακίνητος και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής  $Z'Z$  που είναι κάθετος στο δίσκο και περνά από το κέντρο του  $O$ . Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του δίσκου από  $t_0 = 0$  έως  $t_1 = 15s$  φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα. Το μέτρο  $\omega_1$  της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου τη χρονική στιγμή  $t_1$  είναι ίσο με:



(α)  $-10 \frac{rad}{s}$  (β)  $50 \frac{rad}{s}$  (γ)  $150 \frac{rad}{s}$

**S18.** Η λεπτή ομογενής ράβδος AB του σχήματος έχει βάρος  $w = 10N$  και μήκος  $\ell = 1m$ . Η ράβδος AB έχει τη δυνατότητα να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα  $z'z$  που περνά από το σημείο O και είναι κάθετος στη ράβδο. Το σημείο O απέχει από το άκρο A απόσταση



$\ell_1 = 40\text{ cm}$ . Στο σημείο Γ της ράβδου που απέχει απόσταση  $x$  από το άκρο B είναι κρεμασμένο βαρίδιο με βάρος  $w_1 = 10N$ . Ένα δυναμόμετρο είναι δεμένο με το ένα άκρο του στο άκρο B της ράβδου και με το άλλο είναι δεμένο σε σταθερό σημείο. Όταν η ράβδος ισορροπεί οριζόντια η ένδειξη του δυναμόμετρου είναι  $10N$ . Η απόσταση  $x$  είναι ίση με:

(α)  $x = 0,3\text{ m}$

(β)  $x = 0,2\text{ m}$

(γ)  $x = 0,1\text{ m}$

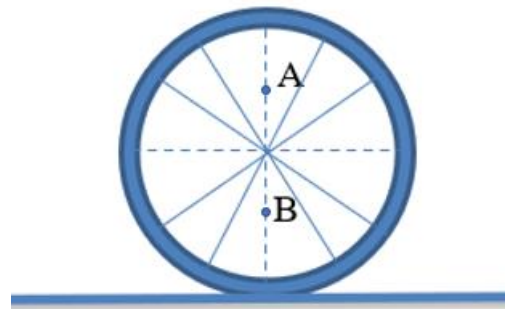
**S19.** Οριζόντιος κύλινδρος κυλιέται και έχει αρχικά γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Επιβραδύνεται με σταθερή γωνιακή επιβράδυνση μέτρου  $\alpha_1$ . Μέχρι να σταματήσει, θα έχει εκτελέσει πλήθος περιστροφών ίσο με

(α)  $\frac{\omega^2}{4\alpha_1}$

(β)  $\frac{\omega^2}{2\pi\alpha_1}$

(γ)  $\frac{\omega^2}{4\pi\alpha_1}$

**S20.** Ένας τροχός, ακτίνας  $R$ , κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε ακλόνητο οριζόντιο δάπεδο και κάποια στιγμή  $t$  το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας είναι ίσο με  $v_{CM}$ . Έστω O το κέντρο του τροχού και A, B σημεία της διαμέτρου που εκείνη τη στιγμή είναι κατακόρυφη, με αποστάσεις από το κέντρο  $(OA) = (OB) = \frac{R}{2}$ . Αν  $v_A$  και  $v_B$ , τα μέτρα των ταχυτήτων των σημείων A και B, τη χρονική στιγμή  $t$ , τότε το πηλίκο  $\frac{v_A}{v_B}$  είναι ίσο με:

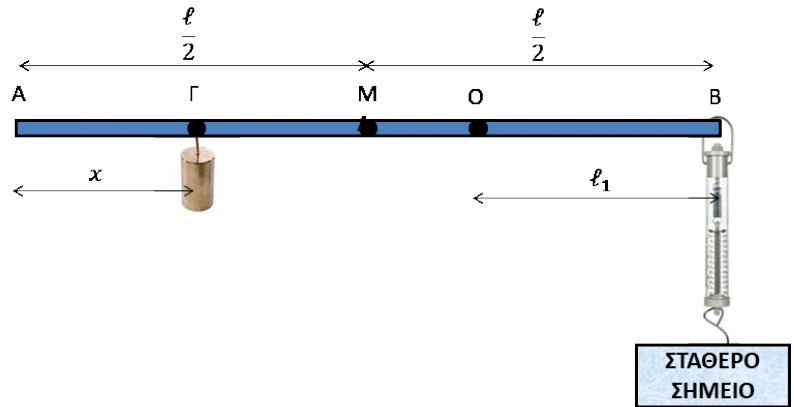


(α) 1,

(β)  $\frac{1}{3}$ ,

(γ) 3.

**S21.** Η λεπτή ομογενής ράβδος AB του σχήματος έχει βάρος  $w = 10N$  και μήκος  $\ell = 1m$ . Η ράβδος AB έχει τη δυνατότητα να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα  $z'z$  που περνά από το σημείο O και είναι κάθετος στη ράβδο. Το σημείο O απέχει από το άκρο B απόσταση  $\ell_1 = 40\text{ cm}$ . Στο σημείο Γ



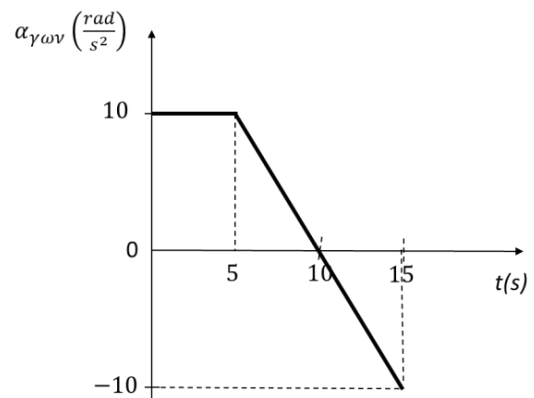
της ράβδου που απέχει απόσταση  $x$  από το άκρο A είναι κρεμασμένο βαρίδιο με βάρος  $w_1 = 10N$ . Ένα δυναμόμετρο είναι δεμένο με το ένα άκρο του στο άκρο B της ράβδου και με το άλλο είναι δεμένο σε σταθερό σημείο. Όταν η ράβδος ισορροπεί οριζόντια η ένδειξη του δυναμόμετρου είναι  $10N$ . Η απόσταση  $x$  είναι ίση με:

(α)  $x = 0,3\text{ m}$

(β)  $x = 0,2\text{ m}$

(γ)  $x = 0,1\text{ m}$

**S22.** Ένας ομογενής και ισοπαχής δίσκος είναι αρχικά ακίνητος και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής  $Z'Z$  που είναι κάθετος στο δίσκο και περνά από το κέντρο του O. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του δίσκου από  $t_0 = 0$  έως  $t_1 = 15s$  φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα. Το μέτρο  $\omega_1$  της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου τη χρονική στιγμή  $t_1$  είναι ίσο με:

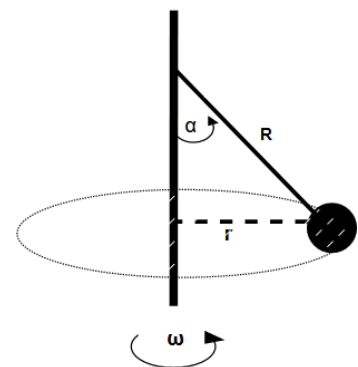


(α)  $-10 \frac{\text{rad}}{s}$

(β)  $50 \frac{\text{rad}}{s}$

(γ)  $150 \frac{\text{rad}}{s}$

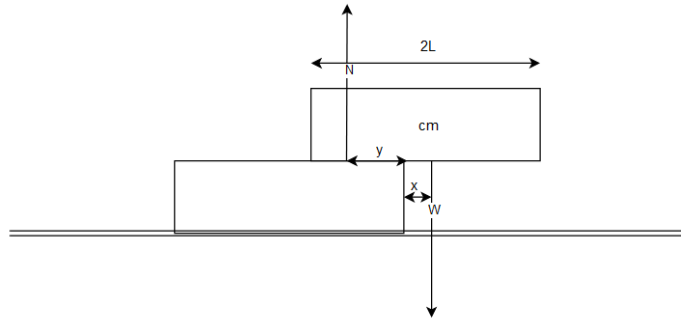
**S23.** Το παιχνίδι “Tetherball” παίζεται δένοντας μια σφαίρα σε έναν ιστό με τη βοήθεια ενός νήματος. Η σφαίρα περιστρέφεται σε οριζόντιο κύκλο εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας  $r$  και το νήμα σχηματίζει γωνία  $\alpha$  με τον κατακόρυφο άξονα. Η σφαίρα είναι ομογενής και το νήμα είναι αβαρές και μη εκτατό. Είναι γνωστά το μήκος του νήματος R και η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής  $\omega$  της σφαίρας.



Αν  $g$  είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας, η σχέση που συνδέει τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής  $\omega$  και τη γωνιακή απομάκρυνση  $\alpha$  είναι:

$$(\alpha) \text{ συν } \alpha = \frac{g}{\omega^2 R} \quad , \quad (\beta) \text{ συν } \alpha = \frac{\omega^2 \cdot R}{g} \quad , \quad (\gamma) \text{ συν } \alpha = \frac{g}{2 \cdot \omega^2 R}$$

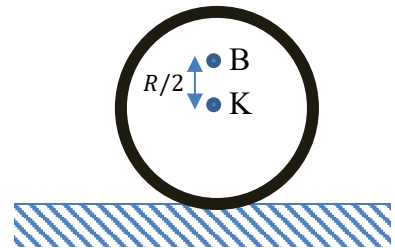
**S24.** Δύο όμοιες ράβδοι από το ίδιο υλικό μήκους  $2L$  η κάθε μία τοποθετούνται η μια πάνω στην άλλη όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Δίνεται ότι το βάρος της κάθε μίας είναι  $W = 20 \text{ N}$  και το μήκος  $2L = 0,8 \text{ m}$ . Η θέση που πρέπει να τοποθετηθούν η μία πάνω στην άλλη για να ισορροπούν είναι:



$$(\alpha) x = 0 \quad , \quad (\beta) x = \frac{L}{4} \quad , \quad (\gamma) x = \frac{L}{2}$$

**S25.** Ο τροχός του σχήματος έχει ακτίνα  $R$ , κυλίνει χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του  $K$  είναι  $v_{cm}$ . Το μέτρο της ταχύτητας του σημείου  $B$  που βρίσκεται στην κατακόρυφη διάμετρο και απέχει απόσταση  $R/2$  από το  $K$  είναι

$$(\alpha) \frac{3}{2} v_{cm} \quad (\beta) \frac{2}{3} v_{cm} \quad (\gamma) \frac{5}{2} v_{cm}$$



## ΘΕΜΑ Δ

**SD1.** Ένας τροχός στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο του. Ο τροχός έχει ακτίνα  $R = 0,6 \text{ m}$  και αρχικά κινείται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega_0 = 4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  ο τροχός αρχίζει να επιταχύνεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση  $\alpha_{\gamma\omega\nu,1} = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 3 \text{ s}$  σταματά να επιταχύνεται και μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_2 = 5 \text{ s}$  στρέφεται ομαλά. Να προσδιορίσετε:

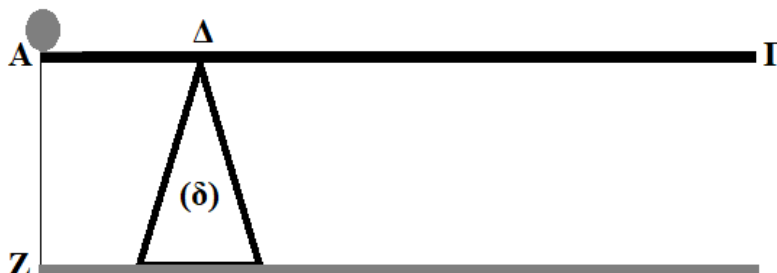
**4.1.** το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας ενός σημείου  $\Lambda$  του τροχού που απέχει από το κέντρο του απόσταση  $\frac{R}{2}$ , τη χρονική στιγμή  $t = 1 \text{ s}$ ,

**4.2.** τις εξισώσεις της γωνιακής ταχύτητας συναρτήσει του χρόνου για τα επιμέρους χρονικά διαστήματα, από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , μέχρι τη στιγμή  $t = 5 \text{ s}$ ,

4.3. τη γωνιακή μετατόπιση από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0s$  έως  $t = 5s$ ,

4.4. τον αριθμό των περιστροφών του τροχού, για το χρονικό διάστημα από τη στιγμή 3s μέχρι τη στιγμή 5s.

**SD2.** Άκαμπτη ομογενής σανίδα ΑΓ, μήκους  $L = 3m$  και βάρους  $W = 200N$  στηρίζεται στο σημείο Δ σε ένα υποστήριγμα (δ) και ισορροπεί οριζόντια με τη βοήθεια κατακόρυφου, αβαρούς και μη εκτατού νήματος, ΑΖ, όπως στο σχήμα. Στο άκρο Α της σανίδας έχει στερεωθεί ακλόνητα σφαίρα, βάρους  $W_1 = 100N$ , οπότε η τάση του νήματος ΑΖ ισούται με μηδέν.



4.1. Να υπολογίσετε την απόσταση

$$(A\Delta) = d.$$

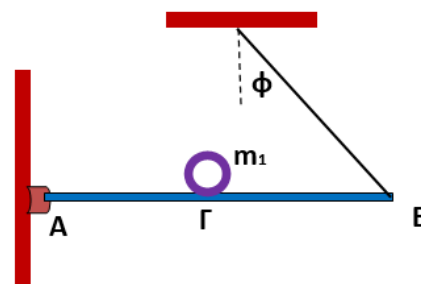
4.2. Στη σανίδα και στο άλλο άκρο της Γ τοποθετούμε σώμα (σ), βάρους  $W_\sigma = 200N$ . Αν θεωρήσουμε ότι η σανίδα συνεχίζει να ισορροπεί, να υπολογίσετε το μέτρο της αντίδρασης που δέχεται η σανίδα από το υποστήριγμα (δ). Το νήμα θα κοπεί ή όχι; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Δίνεται το όριο θραύσης του νήματος  $T_{\theta\rho} = 500N$ .

4.3. Μεταφέρουμε το σώμα (σ) από τη θέση Γ στο μέσο της σανίδας. Να υπολογίσετε την τάση του νήματος, λαμβάνοντας υπόψη ότι η σανίδα ισορροπεί.

4.4. Επαναφέρουμε το σώμα (σ) στο άκρο Γ της σανίδας και τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ασκούμε σ' αυτό μία κατακόρυφη δύναμη  $\vec{F}$  με φορά προς τα κάτω. Το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση:  $F = 20 + 5t$  (S.I.). Αν θεωρήσουμε ότι η σανίδα ισορροπεί, να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή όπου το νήμα θα κοπεί.

**SD3.** Ομογενής ράβδος ΑΒ έχει μήκος  $L = 1 m$ , μάζα  $m = 900 g$  και ισορροπεί σε οριζόντια θέση με την βοήθεια αβαρούς μη εκτατού νήματος που δένεται σε οροφή και σχηματίζει με τη κατακόρυφο γωνία  $\phi$  τέτοια ώστε  $\eta\mu\phi = 0,87$  και  $\sigma\upsilon\nu\phi = 0,5$ , όπως φαίνεται στο σχήμα:



Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται κατακόρυφα, με τη βοήθεια άρθρωσης, γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α και είναι κάθετος σ' αυτή. Στη ράβδο τοποθετούμε στο μέσο της, στο σημείο Γ,

κυκλική στεφάνη μάζας  $m_1 = 100 \text{ g}$  και ακτίνας  $R = 10 \text{ cm}$ , η οποία απέχει από το σημείο A, απόσταση  $(AG) = \frac{L}{2} = 0,5 \text{ m}$ . Το όριο θραύσης του νήματος δίνεται  $T_{\theta\rho} = 10,5 \text{ N}$ .

**4.1.** Να υπολογίσετε την τάση του νήματος, όταν τοποθετήσαμε την στεφάνη στην θέση Γ.

**4.2.** Να βρείτε πόσο κοντά στο B μπορούμε να τοποθετήσουμε την στεφάνη χωρίς να σπάσει το νήμα.

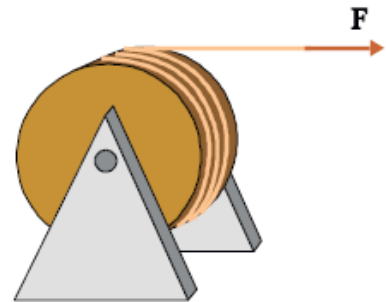
Εκτοξεύουμε την στεφάνη από το σημείο Γ προς το άκρο B, με αρχική ταχύτητα  $v_0$ . Συγχρόνως στην στεφάνη ασκούνται κατάλληλες δυνάμεις ώστε η στεφάνη να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει, εκτελώντας ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση  $a_{cm} = 1 \text{ m/s}^2$ . Σταματά μετά από χρόνο  $t_1 = 1 \text{ s}$ , ακριβώς στο σημείο μετά το οποίο έχουμε την θραύση του νήματος.

**4.3.** Να υπολογίσετε τον αριθμό των περιστροφών που εκτέλεσε έως τότε.

**4.4.** Να κάνετε την γραφική παράσταση της τάσης του νήματος σε συνάρτηση με την απόσταση  $x$  της στεφάνης από το σημείο Γ καθώς μετακινείται προς το σημείο όπου σπάει το νήμα.

Δίνεται:  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

**SD4.** Στην περιφέρεια μιας ακίνητης τροχαλίας, ακτίνας  $R = 30 \text{ cm}$  και μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  είναι τυλιγμένο σκοινί μεγάλου μήκους. Ασκώντας στο σκοινί την χρονική στιγμή  $t = 0$  οριζόντια δύναμη  $F = 20 \text{ N}$  περιστρέφουμε την τροχαλία. Βρέθηκε ότι όταν η τροχαλία έχει κάνει  $\frac{4}{\pi}$  περιστροφές, έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα  $\omega = 8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ . Με βάση αυτά τα δεδομένα, να βρείτε:



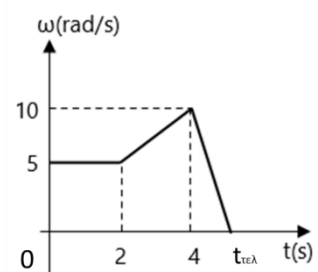
**4.1.** Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας.

**4.2.** Τη γραμμική ταχύτητα του ανώτερου σημείου της τροχαλίας την χρονική στιγμή  $t_1 = 3 \text{ s}$ .

**4.3.** Την δύναμη που δέχεται η τροχαλία από τον άξονα περιστροφής αν η είναι γνωστό ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

**4.4.** Το μήκος του νήματος που ξετυλίγεται από την τροχαλία στην διάρκεια του τέταρτου δευτερολέπτου της κίνησής της.

**SD5.** Ένας τροχός στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο του. Για τον τροχό αυτό η γωνιακή του ταχύτητα μεταβάλλεται με τον χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα.



**4.1.** Αν η γωνιακή μετατόπιση του τροχού από τη χρονική στιγμή  $t_2 = 4 \text{ s}$  έως τη χρονική στιγμή  $t_{τελ}$ , που ο τροχός ακινητοποιείται, είναι ίση με  $\Delta\theta_3 = 5 \text{ rad}$ ,

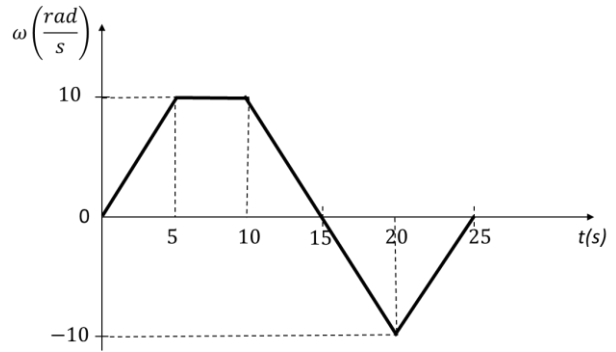
να προσδιορίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση του τροχού, για το χρονικό διάστημα αυτό, καθώς και τη χρονική στιγμή  $t_{τελ}$ .

Για τις επιμέρους κινήσεις που εκτελεί ο τροχός από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , μέχρι τη στιγμή  $t_{\text{τελ}}$ , να δώσετε τις τιμές της γωνιακής του επιτάχυνσης και στη συνέχεια να αποδώσετε σε διάγραμμα βαθμολογημένων αξόνων τη γωνιακή επιτάχυνση του τροχού σε συνάρτηση με τον χρόνο, για το παραπάνω χρονικό διάστημα της κίνησης

4.3. Να προσδιορίσετε τη γωνιακή μετατόπιση του τροχού, κατά τη διάρκεια του 3<sup>ου</sup> δευτερολέπτου.

4.4. Να προσδιορίσετε τον αριθμό των περιστροφών του τροχού από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0\text{s}$  έως τη στιγμή  $t_{\text{τελ}}$ .

**SD7.** Λεπτός ισοπαχής δακτύλιος κέντρου  $O$  και ακτίνας  $R = 1\text{m}$  περιστρέφεται γύρω από άξονα  $Z'Z$  που περνά από το  $O$  και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δακτυλίου συναρτήσει του χρόνου παριστάνεται γραφικά στο παρακάτω διάγραμμα. Θετική είναι η φορά περιστροφής αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού (αριστερόστροφη).

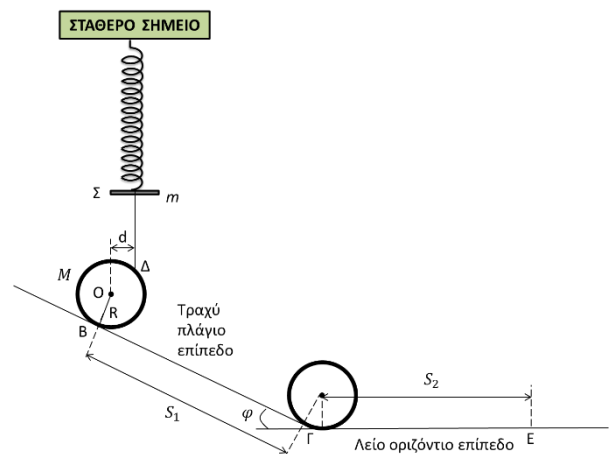


4.1. Να υπολογίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση σε κάθε μια από τις πέντε επιμέρους κινήσεις του δακτυλίου και να εξηγήσετε το είδος κάθε επιμέρους κίνησης.

4.2. Να υπολογίσετε τη συνολική γωνία στροφής του δακτυλίου από  $t = 0$  έως  $t = 25\text{s}$ .

4.3. Να παραστήσετε γραφικά, σε σύστημα ορθογώνιων βαθμολογημένων αξόνων, την αλγεβρική τιμή της ροπής που δέχεται στοιχειώδης μάζα  $m = 0,1\text{Kg}$  του δακτυλίου από  $t = 0$  έως  $t = 25\text{s}$ .

**SD8.** Στο παρακάτω σχήμα το σώμα  $\Sigma$  έχει μάζα  $m = 1\text{Kg}$  και είναι στερεωμένο στο κάτω άκρο του ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 400 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ . Αβαρές και μη εκτατό νήμα είναι δεμένο με το ένα άκρο του στο σώμα  $\Sigma$  και με το άλλο στο σημείο  $\Delta$  λεπτού και ομογενούς δακτυλίου ακτίνας  $R = 0,2\text{m}$  και μάζας  $M = 4\text{Kg}$  έτσι ώστε η απόσταση  $d$  να είναι ίση με  $0,1\text{m}$ . Ο δακτύλιος ακουμπά σε τραχύ κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης  $\varphi$  με  $\eta\mu\varphi = 0,8$  και  $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,6$ .



Το σώμα  $\Sigma$  και ο δακτύλιος ισορροπούν. Στη θέση ισορροπίας του συστήματος το ελατήριο έχει επιμήκυνση  $\Delta\ell = 0,1\text{m}$ . Δίνεται η επιτάχυνση τη βαρύτητας  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος στη θέση ισορροπίας του συστήματος και τη στατική τριβή που ασκείται στο δακτύλιο από το τραχύ κεκλιμένο επίπεδο.

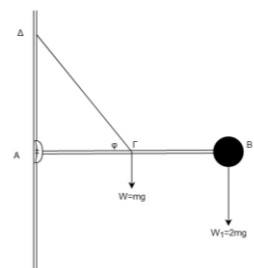
Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  κόβουμε το νήμα οπότε το σώμα  $\Sigma$  αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και ο δακτύλιος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει αρχικά στο τραχύ κεκλιμένο επίπεδο και στη συνέχεια στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Η μετάβαση του δακτυλίου από το κεκλιμένο επίπεδο στο οριζόντιο επίπεδο γίνεται χωρίς ενεργειακές απώλειες με αποτέλεσμα να μην αλλάξει το μέτρο της μεταφορικής και το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας κατά τη μετάβαση.

4.2. Να γράψετε την εξίσωση της επιτάχυνσης συναρτήσει του χρόνου, για την απλή αρμονική ταλάντωση που εκτελεί το σώμα  $\Sigma$  μετά την κοπή του νήματος, θεωρώντας θετική τη φορά προς τα κάτω.

4.3. Η γωνιακή επιτάχυνση του δακτυλίου κατά την κύλιση του στο κεκλιμένο επίπεδο έχει μέτρο  $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ . Να υπολογίσετε το μέτρο  $a_{cm}$  της μεταφορικής επιτάχυνσης του δακτυλίου κατά την κύλιση του στο κεκλιμένο επίπεδο και το μέτρο  $v_1$  της μεταφορικής και το μέτρο  $\omega_1$  της γωνιακής ταχύτητας του δακτυλίου τη στιγμή που περνά από το σημείο  $\Gamma$ . Να θεωρήσετε ότι η μετατόπιση του κέντρου μάζας του δακτυλίου κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου είναι ίση με  $S_1 = 8m$

4.4. Να υπολογίσετε τον αριθμό των περιστροφών του δακτυλίου από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα μέχρι τη στιγμή που περνά από το σημείο  $E$ . Να θεωρήσετε ότι η μετατόπιση του κέντρου μάζας του δακτυλίου κατά μήκος του οριζόντιου επιπέδου είναι ίση με  $S_2 = 8m$ .

**SD9.** Το άκρο  $B$  ομογενούς ράβδου  $AB$  μήκους  $L = 4 \text{ m}$  και μάζας  $m = 1,5 \text{ kg}$  φέρει σώμα αμελητέων διαστάσεων και μάζας  $2m = 3 \text{ kg}$ , ενώ το άκρο  $A$  αρθρώνεται σε κατακόρυφο τοίχο. Η ράβδος κρατείται οριζόντια με τη βοήθεια αβαρούς νήματος μήκους  $L = 4 \text{ m}$ . Το ένα άκρο του νήματος δένεται στο μέσο  $\Gamma$  της ράβδου και το άλλο σε ένα σημείο  $\Delta$  του τοίχου, ψηλότερα από το  $A$ . Να υπολογίσετε:



4.1. τη γωνία  $\varphi$  που περιέχεται μεταξύ των τμημάτων  $\Gamma\Delta$  και  $\Gamma A$ .

4.2. το μέτρο της τάσης  $T$  του νήματος.

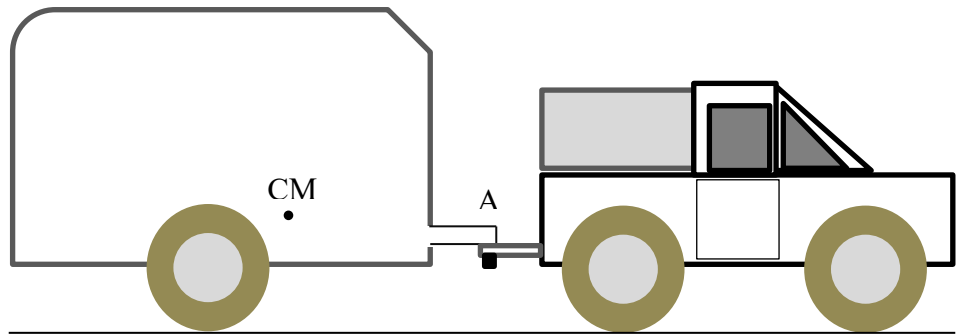
4.3. τα μέτρα των συνιστωσών δυνάμεων  $F_x, F_y$  που δέχεται η ράβδος από τον τοίχο,

4.4. το μέτρο και τη διεύθυνση της συνολικής δύναμης  $F$  που δέχεται από τον τοίχο η ράβδος.

Δίνονται:  $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ ,  $\eta\mu \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$  και  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

**SD10.** Αυτοκίνητο μεταφέρει ένα ρυμουλκούμενο

τροχόσπιτο, κινούμενο σε οριζόντιο δρόμο με σταθερή ταχύτητα. Το αυτοκίνητο και το τροχόσπιτο συνδέονται στο σημείο A, όπου η ρυμούλκα (το κομμάτι που εξέρχεται από το τροχόσπιτο προς τα



εμπρός) συνδέεται με τον κοτσαδόρο (το κομμάτι που εξέρχεται από το αυτοκίνητο προς τα πίσω). Το κέντρο μάζας του τροχόσπιτου (μαζί με το φορτίο του) είναι σημειωμένο στο σχήμα. Το σχήμα είναι **σχεδιασμένο υπό κλίμακα**. Με βάση τις προδιαγραφές, η κατακόρυφη δύναμη στο σημείο A πρέπει να είναι μεταξύ  $1500\text{ N}$  και  $12000\text{ N}$ . Η μάζα του τροχόσπιτου (μαζί με το φορτίο του) είναι  $3.500\text{ kg}$ .

**4.1.** Στο φύλλο απαντήσεων να σχεδιάσετε ένα απλό αντίγραφο του σχήματος και να σχεδιάσετε τις κατακόρυφες δυνάμεις που ασκούνται στο τροχόσπιτο.

**4.2.** Να γράψετε τις εξισώσεις που πρέπει να ικανοποιούν οι κατακόρυφες δυνάμεις του ερωτήματος 4.1 κατά την ευθύγραμμη, οριζόντια κίνηση του συστήματος αυτοκινήτου-τροχόσπιτου.

**4.3.** Να εξηγήσετε τι κίνδυνος υπάρχει αν το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης στο σημείο A ξεπερνάει το άνω όριο των προδιαγραφών, και να εξετάσετε αν η δύναμη που ασκείται στο σημείο A είναι ανάμεσα στα όρια που ορίζουν οι προδιαγραφές.

**4.4.** Θέλουμε το τροχόσπιτο να κουβαλήσει επιπλέον φορτίο  $700\text{ kg}$ . Εξηγήστε τι θα συμβεί στην κατακόρυφη δύναμη στο σημείο A αν το τοποθετήσουμε στο μπροστινό μέρος του τροχόσπιτου.

## ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

### ΘΕΜΑ Β

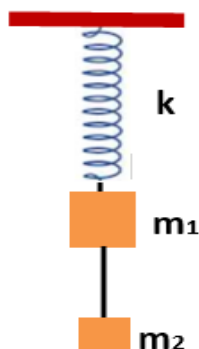
Στα παρακάτω θέματα να επιλέξετε την ορθή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**T1.** Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με κυκλική συχνότητα  $\omega$ , περίοδο  $T$  και πλάτος  $A$ . Κάθε οριζόντια τετράδα του πίνακα που ακολουθεί μας δίνει τη φάση ( $\varphi$ ) της ταλάντωσης, την τιμή της απομάκρυνσης ( $x$ ) από τη θέση ισορροπίας του και την τιμή της ταχύτητας ( $v$ ) του υλικού σημείου, σε μια χρονική στιγμή ( $t$ ), σε συνάρτηση με τις τιμές  $\omega$ ,  $A$ ,  $T$ , των δεδομένων μεγεθών.

$\varphi(\text{rad})$	$x$	$v$	$t$
	$+A$		$0$
			$\frac{T}{4}$
$\frac{3\pi}{2}$			

Να συμπληρώσετε τα κενά του πίνακα, αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.

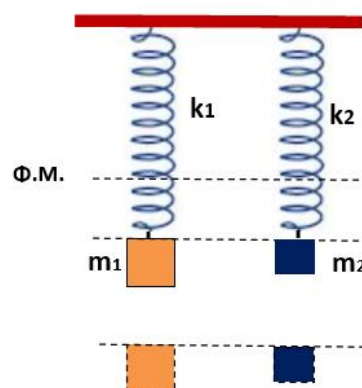
**T2.** Το σώμα  $\Sigma_1$  του σχήματος, μάζας  $m_1$ , κρέμεται δεμένο σε κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς  $k$ , ενώ το σώμα  $\Sigma_2$ , μάζας  $m_2$ , είναι δεμένο μέσω ιδανικού νήματος με το  $\Sigma_1$ .



Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα οπότε το  $\Sigma_1$  αρχίζει να κινείται. Η ταχύτητά του μηδενίζεται για πρώτη φορά ύστερα από χρόνο :

$$(\alpha) \pi \sqrt{\frac{m_2}{k}} \quad (\beta) \pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} \quad (\gamma) \pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}}$$

**T3.** Δύο ελατήρια με σταθερές  $k_1$  και  $k_2$  έχουν το ίδιο φυσικό μήκος (Φ.Μ.), και είναι τοποθετημένα κατακόρυφα με το επάνω άκρο τους ακλόνητα στερεωμένο. Στο κάτω άκρο κρεμάμε από μια μάζα  $m_1$  και  $m_2$  αντίστοιχα και τις αφήνουμε σταδιακά μέχρι τα δύο ελατήρια να ισορροπήσουν ξανά. Παρατηρούμε ότι και πάλι τα δύο ελατήρια έχουν το ίδιο μήκος.



Αν  $m_1 > m_2$  και τα δύο ελατήρια αρχίζουν να εκτελούν ταλαντώσεις του ίδιου πλάτους.

(α) Η ενέργεια ταλάντωσης  $E_1$  του πρώτου ταλαντωτή είναι μικρότερη από την ενέργεια ταλάντωσης  $E_2$  του δεύτερου ταλαντωτή.

(β) Η συχνότητα ταλάντωσης  $f_1$  του πρώτου ταλαντωτή είναι μεγαλύτερη από την συχνότητα ταλάντωσης  $f_2$  του δεύτερου ταλαντωτή.

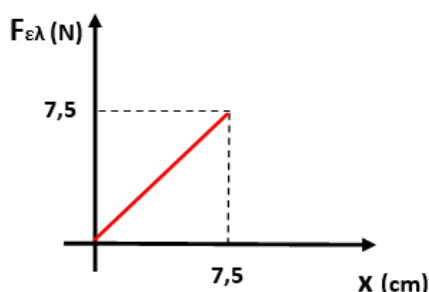
(γ) Η μέγιστη ταχύτητα  $v_{\max 1}$  του πρώτου ταλαντωτή είναι ίση με την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης  $v_{\max 2}$  του δεύτερου ταλαντωτή.

**T4.** Σε εργαστήριο Φ.Ε. διαθέτουμε δύο ελατήρια σταθεράς  $k_1$  και  $k_2$  και ένα σώμα μάζας  $m$ . Επίσης διαθέτουμε σειρά βαριδίων με μάζες των 20 g, 50 g, 80 g και 0,1 Kg. Κρεμάμε το ελατήριο

1 σε βαθμολογημένο στάτορα έτσι ώστε ο αβαρής δίσκος που τοποθετείται στο κάτω άκρο του ελατηρίου να είναι στο σημείο μηδέν της κλίμακας. Κάποιος μαθητής τοποθετεί ποικιλία βαριδίων στο δίσκο του ελατηρίου 1 και συμπληρώνει τον παρακάτω πίνακα τιμών:

Μάζα (g)	Απόσταση Δ/ (cm) Φ.Μ. – Θ.Ι.
50	1
130	2,6
180	3,6
250	5

Άλλος μαθητής δουλεύοντας με το ελατήριο 2, παραδίδει το παρακάτω διάγραμμα:



Τοποθετούμε διαδοχικά στο δίσκο των δύο ελατηρίων το σώμα μάζας  $m$  και θέτουμε σε ταλάντωση ίδιου πλάτους  $A$  τους δύο ταλαντωτές. Για τις δύο ταλαντώσεις ισχύει:

(α) Η μέγιστη επιτάχυνση της ταλάντωσης 1 είναι μεγαλύτερη από την μέγιστη επιτάχυνση της ταλάντωσης 2 και ο λόγος τους είναι:  $\frac{\alpha_{\max_1}}{\alpha_{\max_2}} = \sqrt{2}$ .

(β) Η μέγιστη επιτάχυνση της ταλάντωσης 1 είναι ίση με την μέγιστη επιτάχυνση της ταλάντωσης 2.

(γ) Η μέγιστη επιτάχυνση της ταλάντωσης 2 είναι μεγαλύτερη από την μέγιστη επιτάχυνση της ταλάντωσης 1 και ο λόγος τους είναι:  $\frac{\alpha_{\max_1}}{\alpha_{\max_2}} = \frac{1}{2}$ .

**T5.** Η εξίσωση απομάκρυνσης ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή δίνεται από την σχέση

$$x = 0,1\mu(4\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ (S.I.)}$$

Η μετατόπιση του ταλαντωτή από την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι την χρονική στιγμή  $t_1 = 0,25s$  είναι

$$\text{(α)} 0,2 \text{ m} \quad , \quad \text{(β)} -0,2 \text{ m} \quad , \quad \text{(γ)} 0 \text{ m}$$

**T6.** Σε μία φθίνουσα ταλάντωση της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο σύμφωνα με την σχέση  $A_v = A_0 e^{-\Delta t}$ , το αρχικό πλάτος του ταλαντωτή είναι  $A_0 = 10\text{cm}$ . Μετά από χρόνο μίας

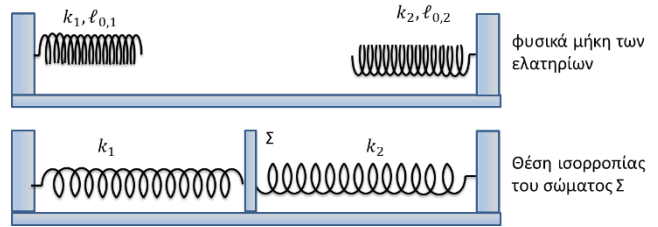
περιόδου το πλάτος είναι  $A_1 = 8\text{cm}$ . Αν περάσει χρονικό διάστημα μίας ακόμη περιόδου, τότε το πλάτος θα είναι

(α)  $A_2 = 6\text{cm}$ .

(β)  $A_2 = 6,4\text{cm}$ .

(γ)  $A_2 = 4\text{cm}$ .

**T7.** Ένα σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m$  βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και ισορροπεί δεμένο σε δύο οριζόντια ιδανικά ελατήρια με σταθερές  $k_1$  και  $k_2$  και φυσικά μήκη  $\ell_{0,1}$  και  $\ell_{0,2}$  αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



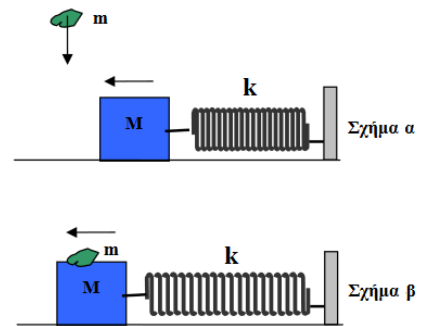
Στη θέση ισορροπίας του σώματος το ελατήριο  $k_1$  έχει επιμήκυνση  $\Delta\ell_1$  και το ελατήριο  $k_2$  έχει επιμήκυνση  $\Delta\ell_2$ . Εκτρέπουμε το σώμα  $\Sigma$  από τη θέση ισορροπίας του και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Στη συνέχεια το σώμα θα εκτελέσει

(α) απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}$

(β) απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο  $T = 2\pi \sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}$

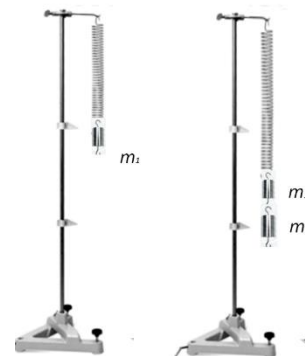
(γ) φθίνουσα ταλάντωση με περίοδο  $T = 2\pi \sqrt{\frac{(k_1+k_2) \cdot m}{k_1 \cdot k_2}}$

**T8.** Στο σχήμα α το σώμα μάζας  $M$  είναι δεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς  $k$  και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A$ , πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σώμα μάζας  $m$  πέφτει κατακόρυφα από μικρό ύψος. Όταν το σώμα μάζας  $M$  περνά από τη θέση όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος, το σώμα μάζας  $m$  συγκρούεται με αυτό δημιουργώντας ένα συσσωμάτωμα, όπως δείχνει το σχήμα β. Το πλάτος της νέας ταλάντωσης  $A'$  που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα



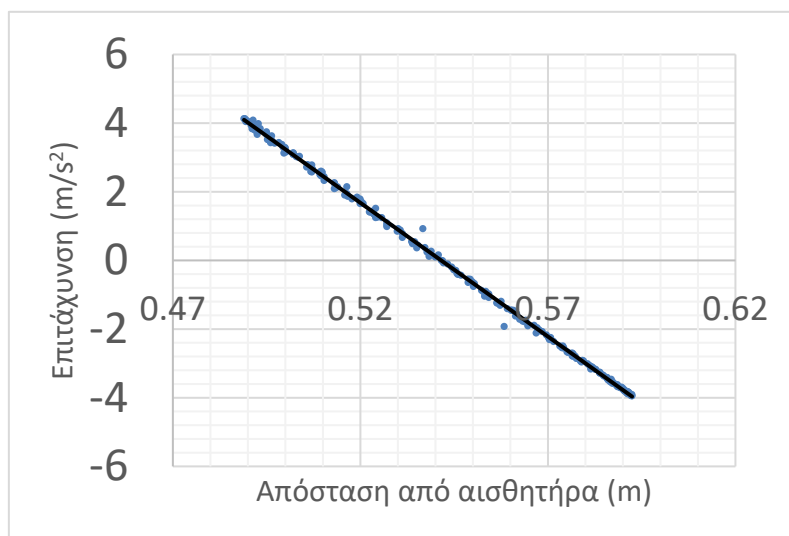
(α) είναι ίσο με το πλάτος  $A$ . (β) είναι μεγαλύτερο του πλάτους  $A$ . (γ) είναι μικρότερο του πλάτους  $A$ .

**T9.** Η Ραλλού και ο Γιώργος θέλουν να προσδιορίσουν τον λόγο των μαζών,  $m_1$  και  $m_2$ , δύο βαριδίων μικρών σχετικά διαστάσεων. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούν στο εργαστήριο ένα ελατήριο, σταθεράς  $k$ . Το ελατήριο το κρεμούν στο άκρο ενός ορθοστάτη και στην άκρη του, αρχικά προσδένουν το βαρίδιο μάζας  $m_1$ . Θέτουν το σύστημα σε κατακόρυφη ταλάντωση. Μετρώντας το χρόνο για ένα πλήθος ταλαντώσεων, κατάφεραν να προσδιορίσουν τη συχνότητα  $f$  αυτής της ταλάντωσης. Στη συνέχεια προσδένουν στο πρώτο βαρίδιο, το δεύτερο βαρίδιο μάζας  $m_2$  και εκτελούν το ίδιο πείραμα με το σύστημα των δύο σωμάτων στο άκρο του ελατηρίου. Τότε προσδιόρισαν ότι η νέα ταλάντωση είχε συχνότητα  $f'$  ίση με το μισό της αρχικής. Υπέθεσαν ότι οι ταλαντώσεις που κατέγραψαν είναι απλές αρμονικές από τη θεωρία που είχαν διαβάσει και έτσι προσδιόρισαν για τα δύο βαρίδια, λόγο μαζών  $\frac{m_2}{m_1}$  ίσο με:



- (α)  $\frac{1}{3}$ ,      (β) 1,      (γ)  $\frac{3}{1}$ .

**T10.** Με τη βοήθεια αισθητήρα απόστασης και επιτάχυνσης και αντίστοιχο λογισμικό, δημιουργήθηκε το παρακάτω διάγραμμα για την απλή αρμονική ταλάντωση μάζας αναρτημένης από κατακόρυφο ελατήριο.



Η συχνότητα της ταλάντωσης είναι πιο κοντά σε

- (α) 9 Hz ,    (β) 1,4 Hz ,    (γ) 0,2 Hz

**T11.** Η Δήμητρα και ο Γιάννης μελετούν στο εργαστήριο το κατά πόσο η περίοδος στην απλή αρμονική ταλάντωση εξαρτάται από το πλάτος της ταλάντωσης. Για το σκοπό, αυτό, θέτουν σε κατακόρυφη

ταλάντωση, πλάτους  $4\text{ cm}$ , ένα σύστημα ελατηρίου – μάζας και μετρούν το χρόνο που απαιτείται για να συμπληρωθούν 15 πλήρεις ταλαντώσεις.

Στη συνέχεια, θέτουν ξανά σε ταλάντωση το σύστημα ελατήριο – μάζα, με νέο πλάτος ταλάντωσης  $8\text{ cm}$  και μετρούν το χρόνο που απαιτείται για να συμπληρωθούν 10 πλήρεις ταλαντώσεις.

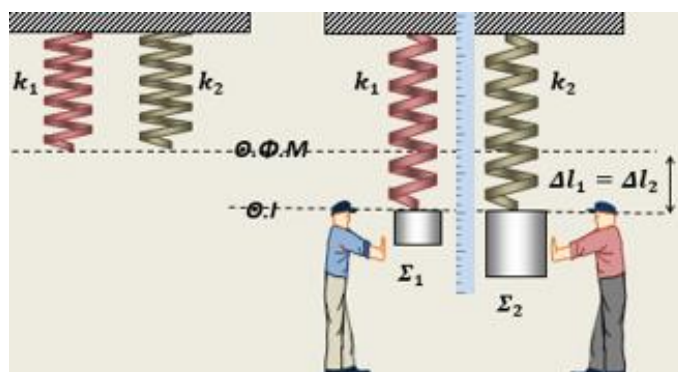
Τα αποτελέσματα των μετρήσεών τους φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

	Πλάτος ( $\text{cm}$ )	Αριθμός ταλαντώσεων	Χρόνος ( $s$ )
1 <sup>η</sup> διαδικασία	4	15	15,9
2 <sup>η</sup> διαδικασία	8	10	10,6

Από τα αποτελέσματα των μετρήσεων των μαθητών, συμπεραίνουμε ότι, όταν το πλάτος είναι διπλάσιο, η περίοδος:

(α) διπλασιάζεται, (β) υποδιπλασιάζεται, (γ) παραμένει σταθερή.

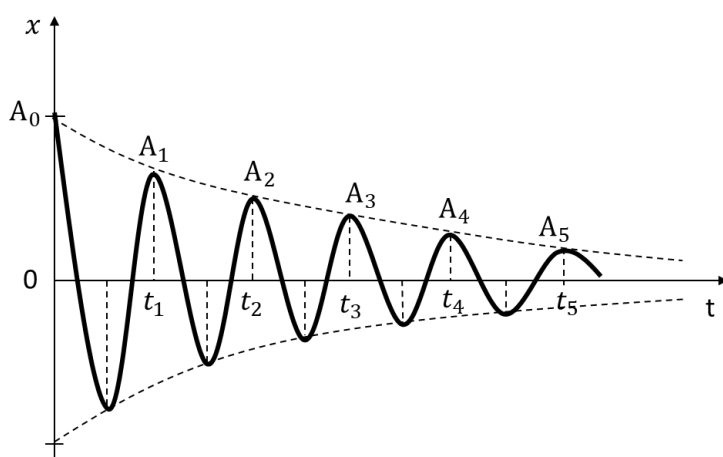
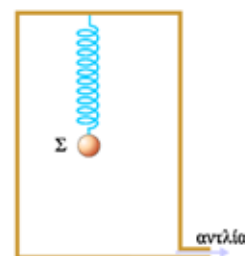
**T12.** Σε ένα υποθετικό πείραμα, κρεμάσαμε κατακόρυφα δύο διαφορετικά ιδανικά ελατήρια που έχουν το ίδιο φυσικό μήκος, στερεώνοντας το πάνω άκρο τους στο ίδιο οριζόντιο, ακλόνητο επίπεδο. Στο ένα ελατήριο σταθεράς  $k_1$ , κρεμάσαμε ένα σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1$  και φροντίσαμε να ισορροπεί ακίνητο. Στο άλλο ελατήριο σταθεράς  $k_2$ , κρεμάσαμε άλλο σώμα  $\Sigma_2$ , μάζας  $m_2$  και φροντίσαμε να ισορροπεί και αυτό ακίνητο. Μετρήσαμε ότι καθώς τα δύο σώματα ισορροπούν, έχουν προκαλέσει ίσες επιμηκύνσεις στα δύο ελατήρια ( $\Delta l_1 = \Delta l_2$ ), όπως στο σχήμα.



Εκτρέπουμε και τα δύο συστήματα από την κατάσταση ισορροπίας, τραβώντας κατακόρυφα προς τα κάτω το σώμα κάθε συστήματος και κάποια στιγμή το αφήνουμε ελεύθερο να ταλαντώνεται. Για το χρονικό διάστημα των παρατηρήσεων, μπορούμε να αγνοήσουμε τις αντιστάσεις του αέρα, με αποτέλεσμα κάθε σύστημα να εκτελεί κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση, με σταθερά επαναφοράς την σταθερά του ελατηρίου. Μετρώντας το χρόνο για ένα πλήθος ταλαντώσεων κάθε συστήματος, μπορούμε να υπολογίσουμε τη συχνότητα ταλάντωσης. Για τις συχνότητες  $f_1, f_2$  των συστημάτων (1) και (2) αντίστοιχα, θα προκύψει η σχέση:

$$(α) \frac{f_1}{f_2} = 1 \quad (β) \frac{f_1}{f_2} = 4 \quad (γ) \frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{4}$$

**T13.** Με τη χρήση μιας αεραντλίας μειώνουμε πολύ αργά την πίεση του αέρα στο δοχείο του παρακάτω σχήματος. Η σφαίρα  $\Sigma$  είναι αναρτημένη σε ιδανικό ελατήριο. Αφού σταματήσουμε τη λειτουργία της αεραντλίας και σταθεροποιηθεί η πίεση στο δοχείο καταγράφουμε την απομάκρυνση της φθίνουσας ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα. Το πλάτος της φθίνουσας ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση  $A = A_0 \cdot e^{-\Lambda t}$ . Τη χρονική στιγμή



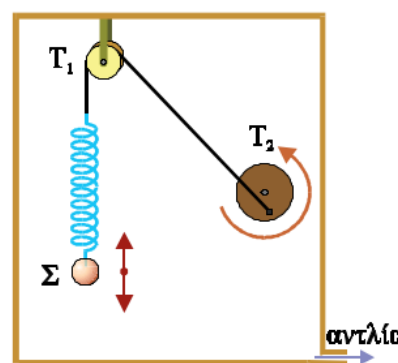
$t_1 = 2s$  το πλάτος της ταλάντωσης είναι  $A_1 = 4 \text{ cm}$  και τη χρονική στιγμή  $t_5$  είναι  $A_5 = 1 \text{ cm}$ . Η σταθερά  $\Lambda$  είναι ίση με:

(α)  $\Lambda = \frac{\ln 2}{2} \text{ s}^{-1}$

(β)  $\Lambda = \frac{\ln 2}{4} \text{ s}^{-1}$

(γ)  $\Lambda = \frac{\ln 2}{8} \text{ s}^{-1}$

**T14.** Με τη διάταξη του παρακάτω σχήματος μπορούμε να παρατηρήσουμε τις αλλαγές στο πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης του συστήματος ελατήριο - μάζα καθώς μεταβάλλουμε την περίοδο  $T_{\delta\iota\epsilon\gamma}$  του περιστρεφόμενου τροχού  $T_2$ . Αρχικά η περίοδος του τροχού είναι πολύ μεγάλη,  $T_{\delta\iota\epsilon\gamma} \rightarrow \infty$ . Μειώνουμε σταδιακά την περίοδο του τροχού μέχρι να πάρει πάρα πολύ μικρές τιμές,  $T_{\delta\iota\epsilon\gamma} \rightarrow 0$ . Κατά τη διαδικασία αυτή το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης του συστήματος:

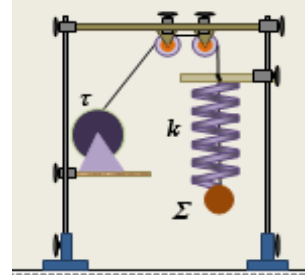


(α) αυξάνεται συνεχώς

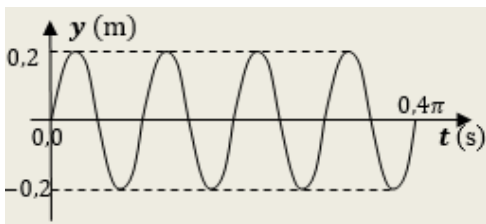
(β) μειώνεται συνεχώς

(γ) αρχικά αυξάνεται, παίρνει μια μέγιστη τιμή και στη συνέχεια μειώνεται

**T15.** Σφαίρα  $\Sigma$  μάζας  $m = 1 \text{ kg}$ , είναι δεμένη στο άκρο ιδανικού κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς  $k = 400 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι ακίνητο. Η σφαίρα  $\Sigma$  είναι επίσης δεμένη στο άκρο αβαρούς και μη ελαστικού νήματος, το οποίο κατακόρυφο περνάει μέσα από τις σπείρες του ελατηρίου και με κατάλληλη διάταξη που φαίνεται στην εικόνα καταλήγει να δεθεί σε σημείο ενός τροχού  $\tau$ , κοντά στην περιφέρειά του, έτσι ώστε περιστρέφοντας τον τροχό να θέτουμε τη σφαίρα σε εξαναγκασμένη ταλάντωση.

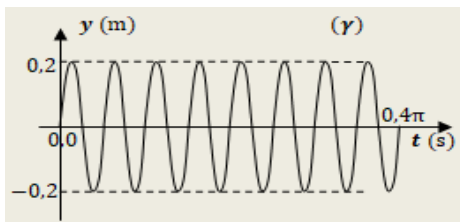
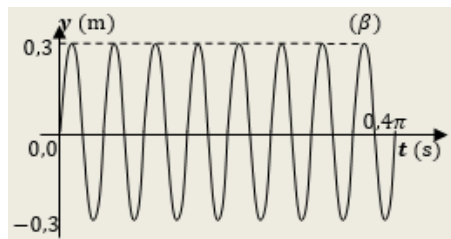
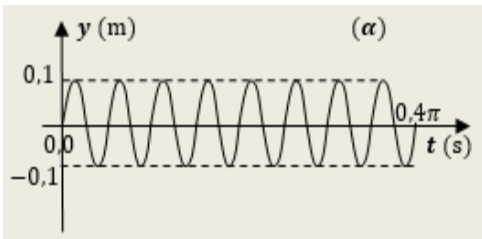


Στην κίνηση της σφαίρας εμφανίζονται αντιστάσεις αέρα του τύπου  $F_{αντ.} = -b \cdot v$  όπου  $b$ , μικρή σχετικά σταθερά απόσβεσης και  $v$  η ταχύτητά της.



Στο διπλανό διάγραμμα, φαίνεται η απομάκρυνση της σφαίρας από τη θέση ισορροπίας της σε συνάρτηση με το χρόνο, στην εξαναγκασμένη ταλάντωση που εκτελεί όταν περιστρέφουμε τον τροχό με μια σταθερή συχνότητα  $f_1$ . Αν αυξήσουμε τη συχνότητα περιστροφής του τροχού, η απομάκρυνση της σφαίρας από τη θέση ισορροπίας της σε

συνάρτηση με το χρόνο, θα μπορούσε να αποδίδεται :

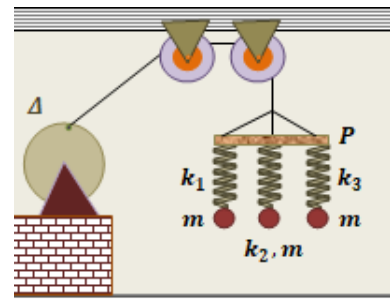


(α) από το διάγραμμα (α)

(β) από το διάγραμμα (β)

(γ) από το διάγραμμα (γ)

**T16.** Στη διάταξη του σχήματος, ο κυκλικός δίσκος  $\Delta$ , περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του, με συχνότητα  $f_{\Delta} = \frac{15}{\pi} \text{ Hz}$ . Η περιστροφή του δίσκου  $\Delta$ , εξαναγκάζει σε ταλάντωση τη ράβδο  $P$ , με τη βοήθεια αβαρούς και μη ελαστικού νήματος, το ένα άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σημείο κοντά στην περιφέρεια του δίσκου. Η ράβδος καθώς ταλαντώνεται, με κατάλληλη διάταξη παραμένει συνεχώς οριζόντια.



Από τη ράβδο  $P$ , κρέμονται τρία ιδανικά ελατήρια, που το καθένα στο κάτω μέρος του έχει κρεμασμένο ένα σφαιρίδιο. Και τα τρία σφαιρίδια είναι όμοια και έχουν μάζα  $m = 100 \text{ g}$  το καθένα.

Οι σταθερές των τριών ελατηρίων είναι  $k_1 = 30 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ,  $k_2 = 60 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ,  $k_3 = 90 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ .

Από τα δεδομένα του πειράματος, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι αν πράγματι το εκτελούσαμε:

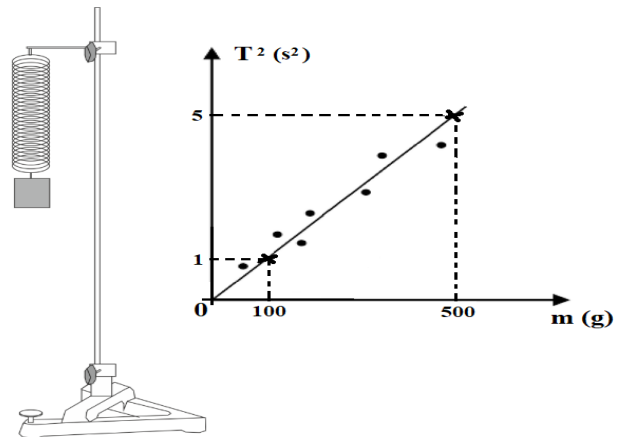
**(α)** Δεν θα υπήρχε σύστημα (ταλαντωτής) που θα εκτελούσε εξαναγκασμένες ταλαντώσεις σε κατάσταση συντονισμού.

**(β)** Θα υπήρχε σύστημα (ταλαντωτής) το οποίο θα εκτελούσε εξαναγκασμένες ταλαντώσεις σε κατάσταση συντονισμού, με αποτέλεσμα το σύστημα αυτό, να ταλαντώνεται οπωσδήποτε με μεγαλύτερο πλάτος από τα άλλα δύο συστήματα.

**(γ)** Θα υπήρχε σύστημα (ταλαντωτής) το οποίο θα εκτελούσε εξαναγκασμένες ταλαντώσεις σε κατάσταση συντονισμού, με αποτέλεσμα το σύστημα αυτό, να ταλαντώνεται οπωσδήποτε με μεγαλύτερο πλάτος, σε σχέση με τα πλάτη που θα είχαν οι ταλαντώσεις του, σε άλλες συχνότητες περιστροφής του δίσκου  $\Delta$  (διεγέρτη).

**T17.** Στο σχήμα βλέπουμε μια πειραματική διάταξη που αποτελείται από ένα ελατήριο με κατάλληλη βάση

ανάρτησης, μερικά βαρίδια των  $50\text{g}$  και ένα χρονόμετρο. Παίρνουμε ένα βαρίδι, το συνδέουμε στο κάτω άκρο του κατακόρυφου ελατηρίου, θέτουμε το σύστημα ελατήριο-μάζα βαριδίου σε ταλάντωση και με το χρονόμετρο μετρούμε την περίοδο της ταλάντωσης. Τη διαδικασία αυτή επαναλαμβάνουμε μερικές φορές συνδέοντας στο κάτω άκρο του ελατηρίου διαφορετικό αριθμό βαριδίων. Στο τέλος, σχεδιάζουμε τη γραφική παράσταση του τετραγώνου

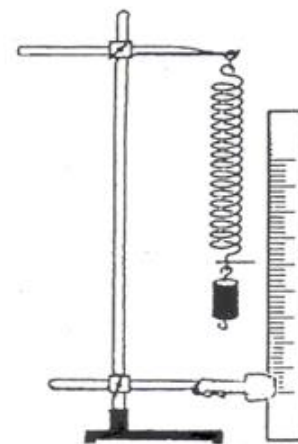


της περιόδου της ταλάντωσης  $T^2$  σε συνάρτηση με τη μάζα  $m$ , των βαριδίων. Η πειραματική αυτή διαδικασία στοχεύει στον προσδιορισμό της σταθεράς  $k$  του ελατηρίου, η οποία υπολογίζεται με τιμή

$$\text{(α)} \quad k = 2,5 \text{ N/m}, \quad \text{(β)} \quad k = 4 \text{ N/m}, \quad \text{(γ)} \quad k = 10 \text{ N/m}$$

Για τον υπολογισμό της σταθεράς  $k$  του ελατηρίου να λάβετε υπόψη ότι  $\pi^2 \cong 10$ .

**T18.** Δημιουργούμε στο εργαστήριο της Φυσικής την πειραματική διάταξη του σχήματος, όπου στην άκρη ενός ελατηρίου προσδένεται ένας μικρός κύλινδρος μάζας  $m$ . Ο κύλινδρος κρατιέται αρχικά σε κατάσταση ηρεμίας σε τέτοια θέση ώστε το ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος. Στη συνέχεια, αφήνεται ελεύθερος από τη θέση αυτή και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το χαμηλότερο σημείο της ταλάντωσης είναι 20cm κάτω από την θέση που αφέθηκε το σώμα. Αν ληφθεί υπόψη ότι η τιμή της επιτάχυνσης βαρύτητας είναι  $g = 10\text{m/s}^2$ , η συχνότητα της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα είναι



(α)  $f = \frac{\pi}{5} \text{Hz}$ ,

(β)  $f = \frac{5\sqrt{2}}{2\pi} \text{Hz}$ ,

(γ)  $f = \frac{5}{\pi} \text{Hz}$

**T19.** Ένα κομμάτι ξύλο σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου έχει ύψος  $L$ , επιπλέει σε νερό και ισορροπεί. Το σπρώχνουμε λίγο κατακόρυφα προς τα κάτω και το αφήνουμε ελεύθερο, οπότε αρχίζει να εκτελεί ΑΑΤ, κατά την οποία η επιτάχυνση του ξύλου συναρτήσει της απομάκρυνσης του κέντρου μάζας του από τη θέση ισορροπίας του δίνεται από την εξίσωση  $a = -\frac{40}{L}x$  (SI). Η περίοδος της ταλάντωσης είναι 0,5 s. Το ύψος  $L$  του ξύλου είναι περίπου ίσο με:

(α) 0,5 m , (β) 0,25 m , (γ) 2 m

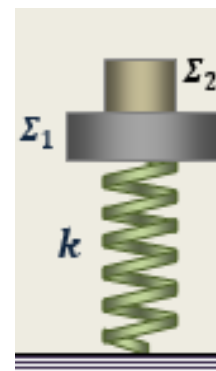
**T20.** Ένα μικρό σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση έχοντας ενέργεια ταλάντωσης 10J. Κάποια στιγμή, που το σώμα βρίσκεται σε ακραία θέση της ταλάντωσης, του ασκούμε στιγμιαία μία δύναμη με αποτέλεσμα το διπλασιασμό του πλάτους της ταλάντωσης. Το έργο  $W$ , που προσφέραμε στο ταλαντούμενο σύστημα μέσω αυτής της στιγμιαίας δύναμης, για το διπλασιασμό του πλάτους της ταλάντωσης, είναι ίσο με

(α)  $W = 20\text{J}$ ,

(β)  $W = 30\text{J}$ ,

(γ)  $W = 40\text{J}$

**T21.** Ένα σώμα  $\Sigma_1$ , μάζας  $m_1$ , είναι δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k$ , το κάτω άκρο του οποίου είναι σταθερά στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Πάνω στο σώμα  $\Sigma_1$  είναι τοποθετημένο άλλο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2$  και αρχικά το σύστημα ισορροπεί με τα σώματα ακίνητα και το ελατήριο κατακόρυφο και συσπειρωμένο σε σχέση με το φυσικό του μήκος. Για τις μάζες των δύο σωμάτων ισχύει η σχέση  $m_1 = 2 \cdot m_2$ .

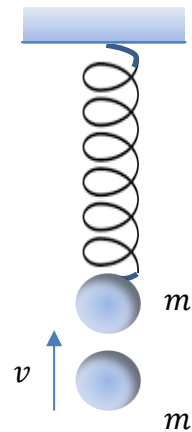


Κάποια στιγμή αφαιρέσαμε το σώμα  $\Sigma_2$ , με αποτέλεσμα το υπόλοιπο σύστημα να αρχίσει να ταλαντώνεται και οι αντιστάσεις του αέρα να είναι ασήμαντες. Τη στιγμή ακριβώς που αφαιρέθηκε το σώμα  $\Sigma_2$ , ο λόγος  $\frac{U_{ελ.}}{U_{ταλ.}}$ , της δυναμικής ενέργειας εξαιτίας του παραμορφωμένου ελατηρίου, προς τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι ίσος με:

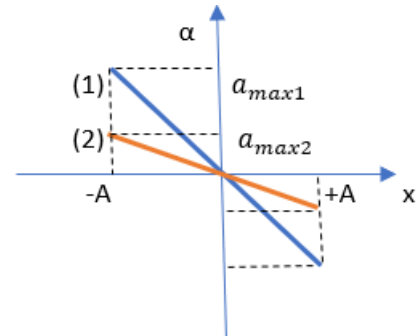
(α) 1 , (β) 4 , (γ) 9

**T22.** Σώμα μάζας  $m$  κινείται κατακόρυφα προς τα επάνω και, την στιγμή που έχει με ταχύτητα  $v$ , συγκρούεται πλαστικά με σώμα ίσης μάζας  $m$  που ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο αναρτημένου ελατηρίου σταθεράς  $k$ . Το συσσωμάτωμα κινείται κατακόρυφα προς τα επάνω, αλλά σταματά στιγμιαία στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Για το πλάτος  $A$  της ταλάντωσης θα ισχύει

(α)  $A = \frac{mg}{k}$     (β)  $A < \frac{mg}{k}$     (γ)  $A > \frac{mg}{k}$



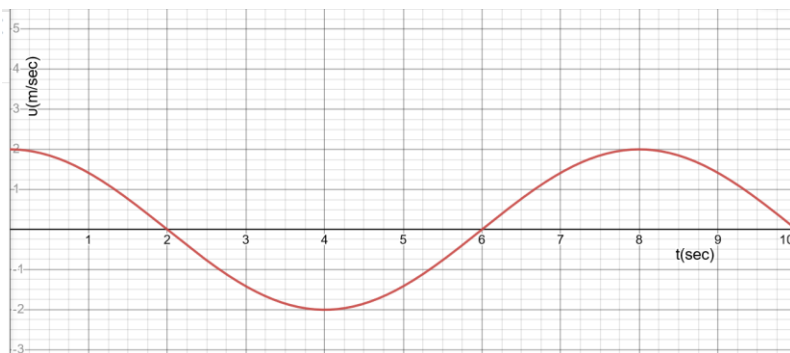
**T23.** Δίνεται στην παρακάτω εικόνα η γραφική παράσταση της τιμής της επιτάχυνσης  $a$  σε σχέση με την απομάκρυνση  $x$  για δύο διαφορετικές ταλαντώσεις. Και στις δύο περιπτώσεις η μάζα των σωμάτων που εκτελούν τις ταλαντώσεις έχει την ίδια τιμή.



Η περίοδος της κάθε ταλάντωσης είναι αντίστοιχα  $T_1$  και  $T_2$ . Εάν τις συγκρίνουμε θα έχουμε ότι:

(α)  $T_1 = T_2$     ,    (β)  $T_1 > T_2$     ,    (γ)  $T_1 < T_2$

**T24.** Η γραφική παράσταση της τιμής της στιγμιαίας ταχύτητας  $v$  σε σχέση με τον χρόνο για ένα σημειακό αντικείμενο που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε ευθεία γραμμή φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Στο χρονικό διάστημα από το 6ο μέχρι το 8ο δευτερόλεπτο τα διανύσματα της ταχύτητας  $\vec{v}$  και της συνισταμένης δύναμης  $\Sigma \vec{F}$ :



- (α) είναι ομόρροπα μεταξύ τους.
- (β) είναι αντίρροπα μεταξύ τους.
- (γ) είναι κάθετα μεταξύ τους.

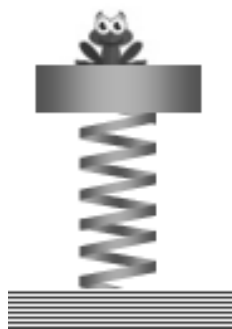
## ΘΕΜΑ Δ

**TD1.** Ένα σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m = 2\text{ kg}$  κρέμεται από το κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k$ . Το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα σε οροφή. Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  εκτοξεύουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του με ταχύτητα  $\vec{v}_0$  κατακόρυφα προς τα πάνω. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος  $A = 0,2\text{ m}$ . Την προς τα πάνω κατεύθυνση λαμβάνουμε ως θετική. Τη χρονική στιγμή  $t_1 = \frac{\pi}{10}\text{ s}$  το σώμα περνά για πρώτη φορά μετά την εκτόξευση από τη θέση ισορροπίας του.

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

- 4.1. Να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσης και να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σώματος.
- 4.2. Να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς  $D$  και το μέτρο της αρχικής ταχύτητας  $\vec{v}_0$ .
- 4.3. Να γράψετε τη συνάρτηση που περιγράφει τη δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα  $\Sigma$  σε σχέση με την απομάκρυνση και τη συνάρτηση που περιγράφει τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου σε σχέση με την απομάκρυνση. Να παραστήσετε γραφικά κάθε σχέση σε αριθμημένους άξονες.

**TD2.** Ένας δίσκος μάζας  $M = 1\text{ kg}$ , είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Πάνω στο δίσκο κάθεται ένας βάτραχος μάζας  $m = 0,2\text{ kg}$  και αρχικά το σύστημα ισορροπεί. Κάποια στιγμή ο βάτραχος εκτινάσσεται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , με αποτέλεσμα το σύστημα δίσκος-ελατήριο να αρχίσει να ταλαντώνεται και ο δίσκος να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



Να υπολογίσετε:

- 4.1. το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά ο δίσκος αμέσως μετά την εκτίναξη του βάτραχου,
- 4.2. το πλάτος της ταλάντωσης του δίσκου,
- 4.3. τη μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του δίσκου,

4.4. τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του συστήματος, εξαιτίας της παραμόρφωσης του ελατηρίου σε σχέση με το φυσικό του μήκος.

Αντιστάσεις αέρα αγνοούνται και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας δίνεται  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

**TD3.** Σώμα μάζας  $m_1 = 0,2 \text{ kg}$  κινείται με οριζόντια ταχύτητα  $v_1$  προς ακίνητο σώμα τετραπλάσιας μάζας  $m_2$  το οποίο είναι ακλόνητα στερεωμένο σε οριζόντιο ελατήριο. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά. Η χρονική εξίσωση της επιτάχυνσης για το συσσωμάτωμα μάζας  $M_{\text{συσ}}$  το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, είναι:

$$a = -\alpha_{\text{max}} \eta \mu 10t \quad (\text{S.I.})$$

Η μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι  $U_{T_{\text{max}}} = 50 \text{ J}$ . Να υπολογίσετε:

4.1. Τη μέγιστη ταχύτητα  $v_{\text{max}}$  του συσσωματώματος και το πλάτος της ταλάντωσης αυτού.

4.2. Την ταχύτητα του σώματος  $m_1$  πριν την κρούση.

**TD4.** Η εξίσωση της ταχύτητας ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή δίνεται από την σχέση

$$v = 4\pi \sin(10\pi t) \quad \text{στο S.I.}$$

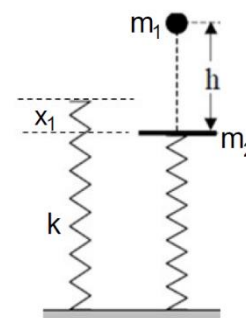
4.1. Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης και την περίοδο ταλάντωσης του ταλαντωτή.

4.2. Να γράψετε την εξίσωση επιτάχυνσης για τον απλό αρμονικό ταλαντωτή.

4.3. Αν ο ταλαντωτής έχει μάζα  $m = 200\text{g}$ , να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της δύναμης επαναφοράς σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας.

4.4. Μετά από αρκετό χρόνο επεμβαίνει στο σύστημα ένα εξωτερικό αίτιο, το οποίο ασκεί δύναμη της μορφής  $F = F_0 \sin(20\pi t)$  στο S.I. Να βρείτε την περίοδο ταλάντωσης του συστήματος και να εξετάσετε αν το σύστημα θα βρεθεί σε συντονισμό. Δίνεται  $\pi^2 \approx 10$ .

**TD5.** Σώμα μάζας  $m_1 = 1\text{kg}$  αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος  $h = 5\text{m}$  πάνω σε δίσκο μάζας  $m_2 = 4\text{kg}$ , ο οποίος ισορροπεί σε κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ . Η κρούση θεωρείται μετωπική και ελαστική και η διάταξη απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα. Αν είναι γνωστό ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα, να βρείτε:



- 4.1. το μέτρο της ταχύτητας  $v_1$  με την οποία το σώμα προσκρούει στον δίσκο.
- 4.2. τις ταχύτητες του σώματος και του δίσκου αμέσως μετά την κρούση.
- 4.3. την μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.
- 4.4. την εξίσωση απομάκρυνσης για την απλή αρμονική ταλάντωση του δίσκου και να την αποδώσετε γραφικά στο χρονικό διάστημα  $0 \leq t \leq T$ , όπου  $T$  είναι η περίοδος ταλάντωσης του δίσκου. (Να θεωρήσετε θετική φορά προς τα κάτω και ότι αμέσως μετά την κρούση το σώμα απομακρύνεται και δεν συγκρούεται ξανά με τον δίσκο).

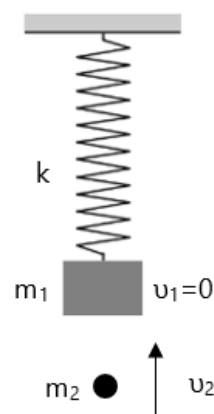
**TD6.** Κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $k = 100 \frac{N}{m}$ , έχει το πάνω άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο και στο κάτω άκρο του είναι δεμένο ένα σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 1Kg$ . Το σώμα  $\Sigma_1$  ισορροπεί ακίνητο.

- 4.1. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου από τη θέση φυσικού του μήκους.

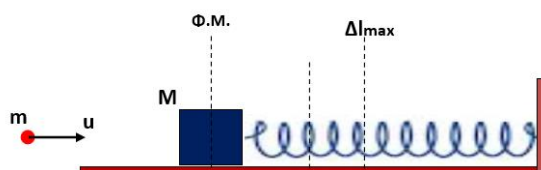
Δεύτερο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 1Kg$ , κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω κατά την διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και συγκρούεται πλαστικά με το σώμα  $\Sigma_1$  τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  με ταχύτητα μέτρου  $v_2 = 2 \frac{m}{s}$ . Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς  $D = k$ .

- 4.2. Να προσδιορίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά τη δημιουργία του.
- 4.3. Να προσδιορίσετε τη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος σε σχέση με τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.
- 4.4. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης.

Για τα δεδομένα της άσκησης να θεωρήσετε προσεγγιστικά ότι :  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ .



**TD7.** Ένα βλήμα μάζας  $m = 50 g$  κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $v = 200 \cdot \sqrt{15} \frac{m}{s}$  και σφηνώνεται στο κέντρο μάζας ενός ξύλου μάζας  $M = 4950 g$ , το οποίο είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Το ξύλο εφάπτεται στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου που έχει το φυσικό του μήκος, σταθεράς  $k = 10 \frac{N}{m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο.



Στο συσσωμάτωμα ασκείται, επίσης, δύναμη αντίστασης στην κίνησή του της μορφής

$F_{αν} = -0,1m_{\text{συσ}}g$ . Να υπολογίσετε:

**4.1.** Την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

**4.2.** Την μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου.

Μόλις το συσσωμάτωμα βρεθεί στη θέση μέγιστης συσπίρωσης του ελατηρίου, καταργείται η δύναμη αντίστασης και το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, με θετική φορά προς τα δεξιά.

**4.3.** Να γράψετε τις εξισώσεις:

- i. της μετατόπισης ως προς τον χρόνο.
- ii. της δύναμης επαναφοράς ως προς την μετατόπιση.

**TD8.** Το πάνω άκρο του κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου  $k_1 = 40 \frac{N}{m}$  είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο ενώ το άλλο άκρο του είναι δεμένο στο σώμα  $\Sigma_1$ , μάζας  $m_1 = 1Kg$ . Το κάτω άκρο του κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου  $k_2 = 60 \frac{N}{m}$  είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο ενώ το άλλο άκρο του είναι δεμένο στο σώμα  $\Sigma_1$ . Τα σημεία στερέωσης των δύο ελατηρίων ανήκουν στην ίδια κατακόρυφο. Στη θέση ισορροπίας του σώματος  $\Sigma_1$  το ελατήριο  $k_1$  έχει επιμήκυνση  $\Delta\ell_1$  ενώ το  $k_2$  βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Απομακρύνουμε το σώμα  $\Sigma_1$  προς τα πάνω κατά  $\Delta\ell_1$  και τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  το αφήνουμε ελεύθερο.

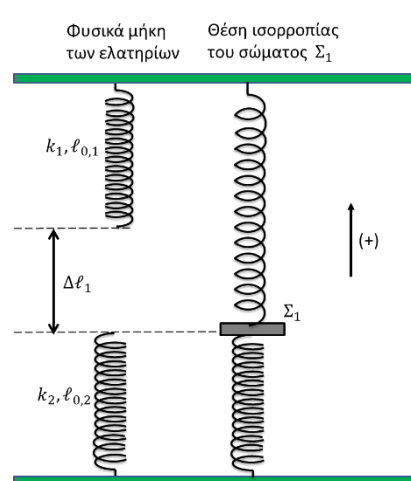
Δίνεται  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ .

**4.1.** Να αποδείξετε ότι μετά τη χρονική στιγμή  $t_0$  το σώμα  $\Sigma_1$  θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο της.

**4.2.** Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του  $\Sigma_1$  συναρτήσει του χρόνου και να την παραστήσετε γραφικά μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = \frac{6\pi}{20} s$ .

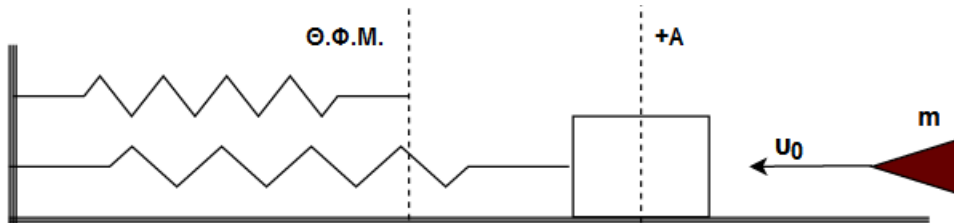
Ένα σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 3Kg$  βρίσκεται σε ύψος  $h = 0,3 m$ , πάνω από τη θέση που αφήσαμε το σώμα  $\Sigma_1$  τη χρονική στιγμή  $t_0$ . Την κατάλληλη χρονική στιγμή αφήνουμε ελεύθερο το σώμα  $\Sigma_2$  να κινηθεί κατακόρυφα οπότε τη χρονική στιγμή  $t_1$  συγκρούεται πλαστικά με το  $\Sigma_1$ .

**4.3.** Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος. Δίνεται ότι:  $\sqrt{0,3625} = 0,602$



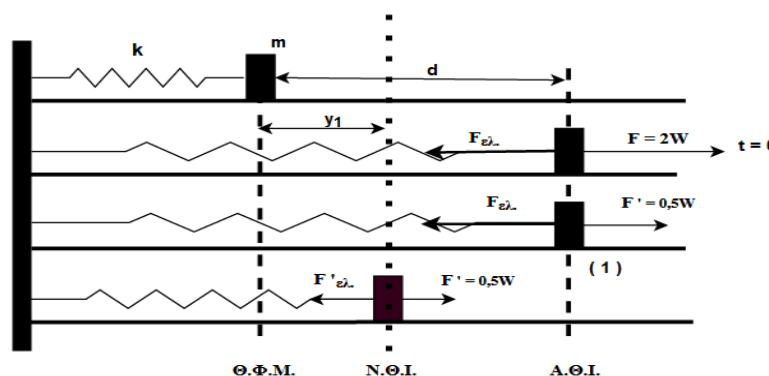
**TD10.** Ένα σώμα μάζας  $M = 3,6 kg$  είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σκληρότητας  $k$  και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος  $A = 0,1 m$  και μέγιστη ταχύτητα

$v_{max} = \frac{2\sqrt{10}}{3} \frac{m}{s}$  σε οριζόντια λεία επιφάνεια. Το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Όταν το σώμα βρίσκεται σε μία από τις ακραίες θέσεις του την  $+A$ , ένα βλήμα μάζας  $m = 0,4 \text{ kg}$ , που κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $v_0$  κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, συγκρούεται με το σώμα. Η κρούση είναι πλαστική και αμελητέας διάρκειας. Το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Αν η ολική ενέργεια του ταλαντωτή αμέσως μετά την κρούση τετραπλασιάζεται, να υπολογίσετε:



- 4.1. το νέο πλάτος της ταλάντωσης,
- 4.2. την νέα περίοδο της ταλάντωσης,
- 4.3. τη νέα μέγιστη ταχύτητα,
- 4.4. την ταχύτητα του βλήματος  $v_0$  πριν από την κρούση.

**TD11.** Στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σκληρότητας  $k$  είναι δεμένο ένα σώμα  $m = 1 \text{ kg}$ . Αρχικά βρίσκεται σε ισορροπία σε λείο οριζόντιο επίπεδο στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Επιμηκύνουμε το ελατήριο κατά  $d = 0,2 \text{ m}$ , ασκώντας δύναμη  $F$  διπλάσια του βάρους του σώματος και το σώμα ισορροπεί στη θέση αυτή. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  η τιμή της δύναμης  $F$  μειώνεται στο  $\frac{1}{4}$  της αρχικής τιμής, δηλαδή  $F' = \frac{1}{4} F = \frac{W}{2}$  και το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς  $D = k$ . Θεωρώντας θετική την φορά επιμήκυνσης του ελατηρίου, να υπολογίσετε:



- 4.1. τη γωνιακή συχνότητα  $\omega$  της ταλάντωσης,
- 4.2. το πλάτος της ταλάντωσης,
- 4.3. τη μέγιστη ταχύτητα και τη μέγιστη επιτάχυνση.
- 4.4. Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις που περιγράφουν την απομάκρυνση, την ταχύτητα και την επιτάχυνση του ταλαντούμενου σώματος.

Δίνεται  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ .

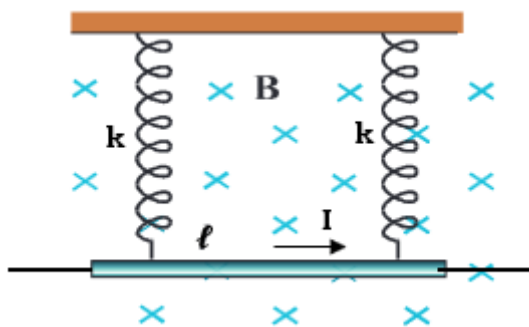
**TD12.** Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A = 2\sqrt{3} \text{ cm}$  και η στιγμιαία ορμή του περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$p = 4 \cdot 10^{-2} \cdot \sin 2t \text{ (S.I.)}$$

Δίνεται:  $\eta\mu \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$  και  $\eta\mu 2\theta = 2\eta\mu\theta \sin\theta$

- 4.1. Να υπολογιστεί η μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης  $v_{max}$  του σώματος.
- 4.2. Να βρεθεί η μάζα  $m$  του ταλαντούμενου σώματος.
- 4.3. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ολικής ενέργειας της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή  $t_1 = \frac{\pi}{12} \text{ s}$ .
- 4.4. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας  $K$  της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

**TD13.** Η ομογενής ευθύγραμμη μεταλλική ράβδος του παρακάτω σχήματος έχει μήκος  $\ell = 3 \text{ m}$  και κρέμεται κατακόρυφα από δύο όμοια ιδανικά ελατήρια σταθεράς  $k = 100 \frac{N}{m}$ . Όλο το σύστημα βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B = 0,2 \text{ T}$  με κατεύθυνση προς τα μέσα. Όταν η ράβδος διαρρέεται από ρεύμα  $I = 5 \text{ A}$ , τα ελατήρια επιμηκύνονται κατά  $x_1 = 1 \text{ cm}$  από το φυσικό τους μήκος και το σύστημα ισορροπεί. Οι συνδέσεις μεταξύ ράβδου και ελατηρίων δεν είναι αγώγιμες και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει την τιμή  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ .



- 4.1. Να υπολογιστεί η μάζα της ράβδου.

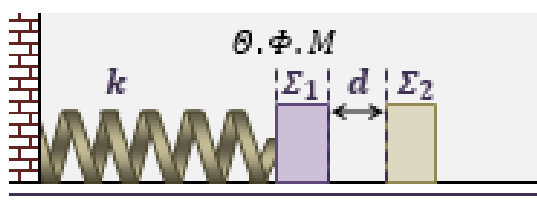
4.2. Αν κάποια χρονική στιγμή διακόψουμε το ρεύμα I να αποδείξετε ότι η ράβδος θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς  $D = 2k$ . Να θεωρήσετε ότι η ράβδος εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση και κατά την διάρκεια της κίνησης η μαγνητική δύναμη που δέχεται λόγω της μετακίνησης φορτίου στο εσωτερικό της είναι αμελητέα.

4.3. Να υπολογίσετε το πλάτος και την κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης.

4.4. Ποια είναι η επαγωγική ΗΕΔ (τιμή και πολικότητα) που εμφανίζεται στα άκρα της ράβδου όταν διέρχεται για πρώτη φορά από την θέση ισορροπίας του συστήματος ταλάντωσης;

**TD14.** Ένα σώμα  $\Sigma_1$ , αμελητέων διαστάσεων και μάζας  $m_1 = 500 \text{ g}$ , είναι στερεωμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ . Το άλλο άκρο του ελατηρίου στηρίζεται σε ακλόνητο σημείο. Το σύστημα βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο λείο δάπεδο και αρχικά ισορροπεί με το ελατήριο στο φυσικό του μήκος.

Πάνω στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και σε απόσταση  $d = 0,1 \cdot \sqrt{3} \text{ m}$  από το  $\Sigma_1$ , βρίσκεται ακίνητο δεύτερο σώμα  $\Sigma_2$  επίσης αμελητέων διαστάσεων και μάζας  $m_2 = 4 \text{ kg}$ .



Εκτρέπουμε το σύστημα ελατηρίου-σώματος  $\Sigma_1$  από τη θέση ισορροπίας του, μετατοπίζοντας το  $\Sigma_1$  οριζόντια κατά  $A = 0,2 \cdot \sqrt{3} \text{ m}$  πάνω στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, έτσι ώστε το ελατήριο να συσπειρώνεται και από τη θέση αυτή το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  θα συγκρουστούν με πλαστική κρούση ασήμαντης χρονικής διάρκειας.

Να υπολογίσετε:

- 4.1. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος  $\Sigma_1$  ελάχιστα πριν την κρούση.
- 4.2. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος  $\Sigma_1$ , ελάχιστα πριν την κρούση.
- 4.3. Το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση.
- 4.4. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος, αμέσως μετά την πλαστική κρούση.

## ΚΥΜΑΤΑ

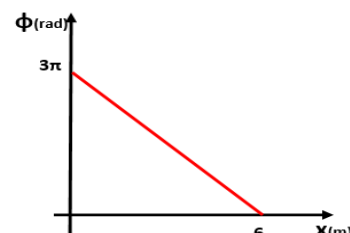
## ΘΕΜΑ Β

Στα παρακάτω θέματα να επιλέξετε την ορθή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**W1.** Η εξίσωση ενός κύματος είναι της μορφής :

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \quad \text{S.I.}$$

Για το κύμα αυτό δίνεται η γραφική παράσταση  $\varphi = f(x)$ , της μεταβολής της φάσης  $\varphi$  του κύματος συναρτήσει της απόστασης  $x$  από την πηγή του την χρονική στιγμή  $t_1 = 0,15 \text{ s}$  :

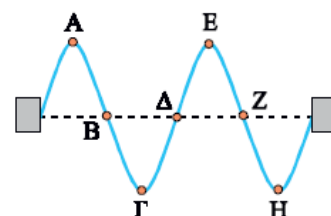


(α) το κύμα έχει μήκος κύματος  $\lambda = 6 \text{ m}$ .

(β) την  $t=0,025 \text{ s}$  η αρχή των συντεταγμένων  $x = 0$  είχε μέγιστη απομάκρυνση.

(γ) η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι  $v = 0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

**W2.** Το σχήμα που ακολουθεί παριστάνει ένα στιγμιότυπο ενός στάσιμου κύματος που έχει δημιουργηθεί σε μια χορδή μήκους  $d$ .



Τα αρμονικά κύματα που δημιουργούν το στάσιμο κύμα έχουν ταχύτητα μέτρου  $v = 6 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ . Αν το χρονικό διάστημα που διαρκεί η

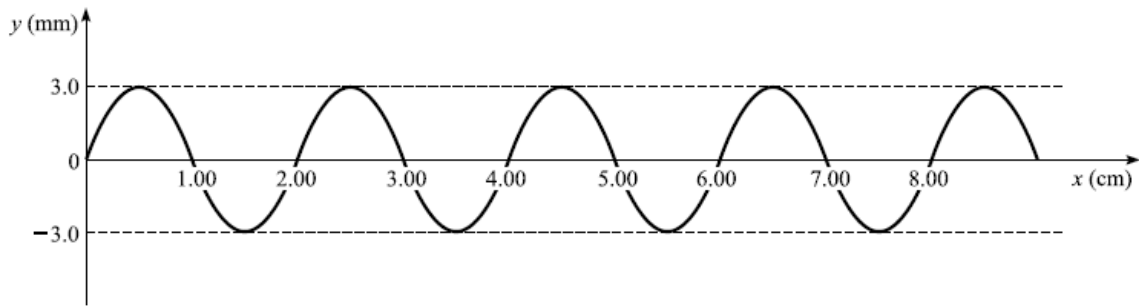
κίνηση του σημείου A από την θέση ισορροπίας μέχρι την θέση που ακινητοποιείται στιγμιαία για πρώτη φορά είναι  $\Delta t = 0,5 \text{ s}$ , τότε:

(α) το ευθύγραμμο τμήμα BZ έχει μήκος  $\Delta x_{BZ} = 6 \text{ cm}$ .

(β) η οριζόντια απόσταση των σημείων Γ και Ε είναι  $\Delta x_{\Gamma E} = 12 \text{ cm}$ .

(γ) το μήκος της χορδής είναι  $d = 24 \text{ cm}$ .

**W3.** Μία πηγή αρμονικών κυμάτων βρίσκεται στην θέση  $x_0 = 0$  και την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  τίθεται σε ταλάντωση κάθετη στον οριζόντιο άξονα, κινούμενη αρχικά προς την θετική κατεύθυνση του άξονα  $y$ . Την χρονική στιγμή  $t_1 = 4,5 \text{ s}$  το στιγμιότυπο του εγκάρσιου αρμονικού κύματος που προκαλεί η πηγή φαίνεται στο επόμενο σχήμα.



Η εξίσωση του αρμονικού κύματος που δημιουργεί η πηγή είναι

(α)  $y = 0,003\eta\mu 2\pi(t - 50x)$  (S.I.)      (β)  $y = 0,003\eta\mu 2\pi(2t - 50x)$  (S.I.)

(γ)  $y = 0,003\eta\mu 2\pi(t - 100x)$  (S.I.)

**W4.** Σε μια συσκευή κυματισμών του εργαστηρίου Φυσικής που αποτελείται από μια λεκάνη κυκλικής οριζόντιας διατομής, που περιέχει νερό που ηρεμεί, αφήνουμε να πέσει στο κέντρο της από μικρό ύψος μια σταγόνα νερό. Παρατηρούμε ότι στην επιφάνεια του νερού δημιουργείται κύμα με κυκλικά μέτωπα που διαδίδονται ως το τοίχωμα της λεκάνης. Με το χρονόμετρο μετράμε το χρόνο  $t_1$  από τη στιγμή που έπεσε η σταγόνα νερού στη λεκάνη μέχρι να φτάσει το κύμα στο τοίχωμά της. Μετράμε επίσης τον αριθμό  $N$  των κορυφών που καταφθάνουν στο τοίχωμα σε συγκεκριμένο χρόνο  $t_2$ . Με ένα χάρακα μετράμε την απόσταση από το κέντρο της λεκάνης μέχρι το τοίχωμα και τη βρίσκουμε ίση με  $L$ . Το μήκος κύματος  $\lambda$ , των κυμάτων είναι:

(α)  $\lambda = \frac{L}{N} \cdot \frac{t_1}{t_2}$ ,      (β)  $\lambda = \frac{N}{L} \cdot \frac{t_2}{t_1}$ ,      (γ)  $\lambda = \frac{L}{N} \cdot \frac{t_2}{t_1}$

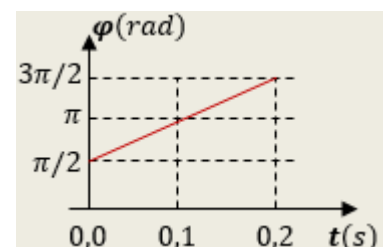
**W5.** Τρεις θεμελιακές σταθερές της φυσικής είναι η διηλεκτρική σταθερά του κενού  $\epsilon_0$ , η μαγνητική διαπερατότητα του κενού  $\mu_0$  και η ταχύτητα του φωτός στο κενό  $c$ . Να χρησιμοποιήσετε τις τιμές των μεγεθών  $\epsilon_0$ ,  $\mu_0$  και  $c$  από το τυπολόγιο που σας έχει δοθεί. Η σχέση που συνδέει τα τρία μεγέθη είναι:

(α)  $\mu_0 \cdot \epsilon_0 = c$

(β)  $\mu_0 \cdot \epsilon_0 = c^2$

(γ)  $\mu_0 \cdot \epsilon_0 = \frac{1}{c^2}$

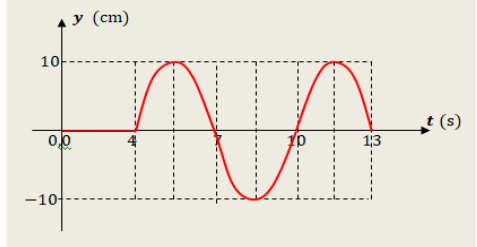
**W6.** Στο διάγραμμα αποδίδεται η γραφική παράσταση φάσης – χρόνου σε βαθμολογημένους άξονες, για τη φάση της απλής αρμονικής ταλάντωσης πλάτους  $A$ , που εκτελεί ένα υλικό σημείο, σε συνάρτηση με το χρόνο και με σημείο αναφοράς ( $x = 0$ ) τη θέση ισορροπίας του.



Με τη βοήθεια του διαγράμματος αυτού, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 0,3 \text{ s}$ , η απομάκρυνση του υλικού σημείου από τη θέση ισορροπίας του είναι:

(α)  $x_1 = +A$       (β)  $x_1 = 0$       (γ)  $x_1 = -A$

**W7.** Αρμονικό κύμα διαδίδεται σε γραμμικό ελαστικό μέσο, το οποίο εκτείνεται κατά μήκος θετικού ημιάξονα  $Ox$ . Η πηγή του κύματος βρίσκεται στη θέση  $x_0 = 0$ , στο άκρο του ελαστικού μέσου και αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ .



Το διάγραμμα του σχήματος, αποδίδει την απομάκρυνση  $y$  από τη θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με το χρόνο, ενός υλικού σημείου  $A$  του μέσου, του οποίου η θέση ισορροπίας βρίσκεται στη θέση  $x_A$  του ημιάξονα που ορίσαμε.

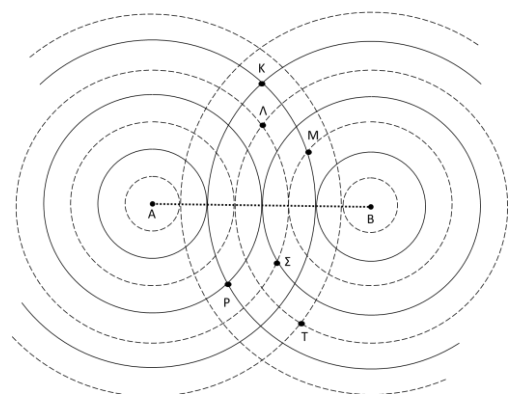
Αν το μήκος κύματος δίνεται  $\lambda = 18 \text{ m}$ , τότε είναι :

(α)  $x_A = 18 \text{ m}$       ,      (β)  $x_A = 12 \text{ m}$       ,      (γ)  $x_A = 4 \text{ m}$

**W8.** Κύματα τσουνάμι που δημιουργούνται από υποθαλάσσιους σεισμούς διαδίδονται στην επιφάνεια της θάλασσας με πολύ μεγάλη ταχύτητα, που εξαρτάται από το βάθος της θάλασσας, έχουν πολύ μεγάλα μήκη κύματος και πολύ μικρό πλάτος, όσο διαδίδονται σε περιοχές με μεγάλα βάθη. Σε ένα κύμα τσουνάμι μετρήθηκε το μήκος κύματος  $\lambda = 100 \text{ Km}$  και υπολογίστηκε η ταχύτητα διάδοσης του  $v_\delta = 720 \frac{\text{Km}}{\text{h}}$  σε περιοχή της θάλασσας βάθους  $h$ . Όταν το κύμα αυτό έφτασε σε περιοχή με βάθος  $h' < h$  η ταχύτητα διάδοσής του υπολογίστηκε  $v'_\delta = 252 \frac{\text{Km}}{\text{h}}$ . Θεωρώντας το κύμα αυτό αρμονικό, το μήκος κύματός του στην περιοχή με βάθος  $h'$  είναι:

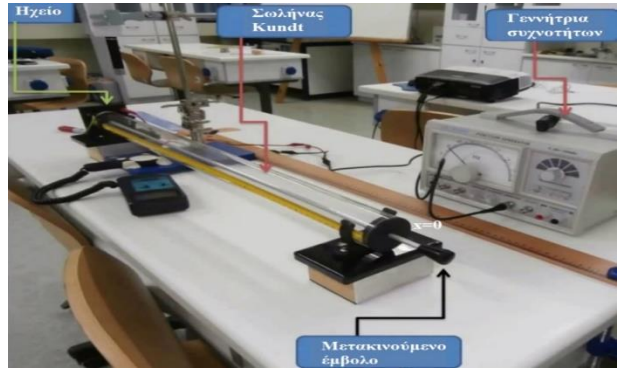
(α)  $285,7 \text{ Km}$       (β)  $35 \text{ Km}$       (γ)  $12,25 \text{ Km}$

**W9.** Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται δύο σημειακές πηγές  $A$  και  $B$  που δημιουργούν αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους και ίδιας συχνότητας στην ελεύθερη επιφάνεια υγρού που ηρεμεί. Κατά τη διάδοση των δύο κυμάτων δημιουργούνται «όρη» και «κοιλιάδες». Οι συνεχόμενοι κύκλοι αντιστοιχούν σε σημεία που τη δεδομένη χρονική στιγμή είναι «όρη» και οι διακεκομμένοι κύκλοι αντιστοιχούν σε σημεία που την ίδια χρονική στιγμή είναι «κοιλιάδες». Τα δύο κύματα συμβάλουν στην επιφάνεια του υγρού. Αποσβεστική συμβολή έχουμε στα σημεία:



(α)  $K$  και  $P$       (β)  $\Lambda$  και  $T$       (γ)  $M$  και  $\Sigma$

**W10.** Στον ηχητικό σωλήνα του Kundt της παραπάνω εικόνας δημιουργούμε στάσιμα κύματα με τη βοήθεια γεννήτριας συχνότητων που παράγει ήχο συχνότητας  $1\text{KHz}$ . Μετακινώντας αργά τη θέση του εμβόλου ακούμε σταδιακή αύξηση της έντασης του ήχου. Σε μια συγκεκριμένη θέση του εμβόλου  $x_1 = 5,2\text{cm}$ , εντοπίζουμε το πρώτο μέγιστο της έντασης του ήχου και αντίστοιχα το δεύτερο μέγιστο της έντασης του ήχου στην θέση  $x_2 = 22,3\text{cm}$ . Η τιμή της ταχύτητας του ήχου  $v_{\eta\chi}$  στον αέρα υπολογίζεται



(α)  $v_{\eta\chi} = 171\text{ m/s}$ ,

(β)  $v_{\eta\chi} = 325\text{ m/s}$ ,

(γ)  $v_{\eta\chi} = 342\text{ m/s}$

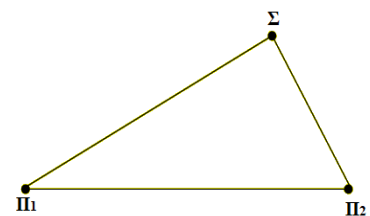
**W11.** Δύο σύγχρονες πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  απέχουν  $4\text{cm}$  και δημιουργούν κύματα στην ήρεμη επιφάνεια νερού. Τα κύματα αυτά έχουν μήκος κύματος  $2\text{cm}$ . Όλα τα σημεία της ευθείας που ορίζουν οι πηγές εκτός από αυτά που ανήκουν στο ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τις πηγές

(α) είναι σημεία στα οποία έχουμε ενισχυτική συμβολή.

(β) είναι σημεία στα οποία έχουμε αποσβεστική συμβολή.

(γ) είναι σημεία που εκτελούν ταλάντωση με ενδιάμεσο πλάτος.

**W12.** Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  ταλαντώνονται με βάση την εξίσωση απομάκρυνσης – χρόνου  $y = A\eta\mu\omega t$  και παράγουν στην επιφάνεια υγρού αρμονικά εγκάρσια κύματα, τα οποία διαδίδονται χωρίς απώλειες ενέργειας. Η κυματική διαταραχή που προέρχεται από την πηγή  $\Pi_2$  φτάνει στο σημείο  $\Sigma$  της επιφάνειας του υγρού τη χρονική στιγμή  $t_1$  και



ενώ η πηγή  $\Pi_2$  έχει εκτελέσει  $N_2 = 4$  ταλαντώσεις, ενώ η κυματική διαταραχή που προέρχεται από την πηγή  $\Pi_1$  φτάνει στο ίδιο σημείο, τη χρονική στιγμή  $t_2 = t_1 + \frac{3T}{2}$  όπου  $T$ , η περίοδος του κύματος. Μετά τη συμβολή των κυμάτων το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου  $\Sigma$  θα είναι

(α) ίσο με  $A$ .

(β) μεγαλύτερο του  $A$ .

(γ) μικρότερο του  $A$ .

**W13.** Μια χορδή βιολιού με τα δύο άκρα της στερεωμένα, ταλαντώνεται με συχνότητα  $f = 12\text{ Hz}$ . Στο σχήμα φαίνονται δύο στιγμιότυπα του στάσιμου κύματος. Η θεμελιώδης συχνότητα της χορδής  $f_0$ , δηλαδή η μικρότερη συχνότητα για την οποία σχηματίζεται στάσιμο κύμα είναι

(α) μικρότερη των  $4\text{ Hz}$ .

(β) ίση με  $4\text{ Hz}$ .

(γ) μεγαλύτερη των  $4\text{ Hz}$ .

**W14.** Σε μια συσκευή κυματισμών του εργαστηρίου Φυσικής που αποτελείται από μια λεκάνη κυκλικής οριζόντιας διατομής, που περιέχει νερό που ηρεμεί, αφήνουμε να πέσει στο κέντρο της από μικρό ύψος μια σταγόνα νερό. Παρατηρούμε ότι στην επιφάνεια του νερού δημιουργείται κύμα με κυκλικά μέτωπα που διαδίδονται ως το τοίχωμα της λεκάνης. Με το χρονόμετρο μετράμε το χρόνο  $t_1$  από τη στιγμή που έπεσε η σταγόνα νερού στη λεκάνη μέχρι να φτάσει το κύμα στο τοίχωμά της. Μετράμε επίσης τον αριθμό  $N$  των κορυφών που καταφθάνουν στο τοίχωμα σε συγκεκριμένο χρόνο  $t_2$ . Με ένα χάρακα μετράμε την απόσταση από το κέντρο της λεκάνης μέχρι το τοίχωμα και τη βρίσκουμε ίση με  $L$ . Το μήκος κύματος  $\lambda$ , των κυμάτων είναι:

$$(\alpha) \lambda = \frac{L}{N} \cdot \frac{t_1}{t_2},$$

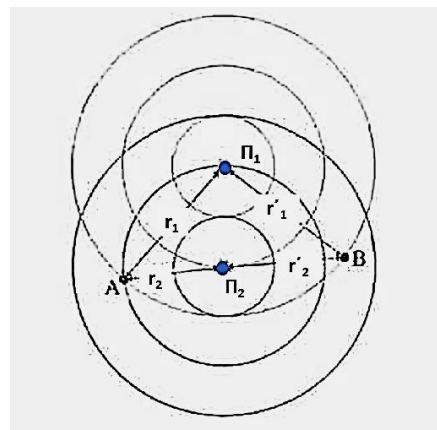
$$(\beta) \lambda = \frac{N}{L} \cdot \frac{t_2}{t_1},$$

$$(\gamma) \lambda = \frac{L}{N} \cdot \frac{t_2}{t_1}$$

**W15.** Στο σχήμα φαίνονται δύο επικαλυπτόμενα μοτίβα κυκλικών ή σφαιρικών κυματισμών από δύο σύγχρονες (και σύμφωνες) πηγές.

Ο πίνακας που ακολουθεί, παρέχει πληροφορίες για τις αποστάσεις των σημείων A και B από τις πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$ , αντίστοιχα.

Απόσταση από την πηγή	Απόσταση από την πηγή σε σχέση με το μήκος κύματος
$\Pi_1 A (r_1)$	$3 \cdot \lambda$
$\Pi_1 B (r'_1)$	$3 \cdot \lambda$
$\Pi_2 A (r_2)$	$2 \cdot \lambda$
$\Pi_2 B (r'_2)$	$2,5 \cdot \lambda$



Από τις πληροφορίες του πίνακα προκύπτει ότι:

(α) η συμβολή στο A είναι ενισχυτική και στο B καταστροφική,

(β) η συμβολή στο A είναι καταστροφική και στο B ενισχυτική,

(γ) τόσο στο A όσο και στο B η συμβολή είναι ενισχυτική.

**W16.** Κύματα τσουνάμι που δημιουργούνται από υποθαλάσσιους σεισμούς διαδίδονται στην επιφάνεια της θάλασσας με πολύ μεγάλη ταχύτητα, που εξαρτάται από το βάθος της θάλασσας, έχουν πολύ μεγάλα μήκη κύματος και πολύ μικρό πλάτος όσο διαδίδονται σε περιοχές με μεγάλα βάθη. Σε ένα κύμα τσουνάμι μετρήθηκε το μήκος κύματος  $\lambda = 100 \text{ Km}$  και υπολογίστηκε η ταχύτητα διάδοσης του  $v_\delta = 720 \frac{\text{Km}}{\text{h}}$ . Θεωρώντας το κύμα αυτό αρμονικό, η περίοδος του είναι:

(α)  $7,2 h$

(β)  $500 \text{ min}$

(γ)  $500 s$

**W18.** Αρμονικό κύμα συχνότητας  $f = 200 \text{ Hz}$  διαδίδεται σε ομογενές ελαστικό μέσο με ταχύτητα διάδοσης  $v = 300 \text{ m/s}$ . Δύο σημεία A και B του μέσου, συνευθειακά με την πηγή, βρίσκονται σε αποστάσεις από

αυτήν  $x_A$  και  $x_B$  αντίστοιχα, με  $x_B > x_A$  και  $\Delta x = x_B - x_A = 0,75 \text{ m}$ . Η διαφορά φάσης μεταξύ τους, την ίδια χρονική στιγμή, είναι:

(α)  $\frac{\pi}{2} \text{ rad}$  , (β)  $\pi \text{ rad}$  , (γ)  $\frac{3\pi}{2} \text{ rad}$

**W19.** Η εικόνα (Πηγή: Wikimedia) δείχνει κεραία που εκπέμπει ηλεκτρομαγνητικά κύματα μεσαίου μήκους κύματος (κεραία AM στο Chapel Hill της North Carolina, ΗΠΑ). Μία συνηθισμένη συχνότητα είναι τα  $700 \text{ kHz}$ . Τέτοιου είδους κεραίες είναι πιο αποδοτικές όταν το ύψος τους είναι ίσο με το  $1/4$  του μήκους κύματος των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων που εκπέμπουν. Μία κεραία με αυτά τα χαρακτηριστικά

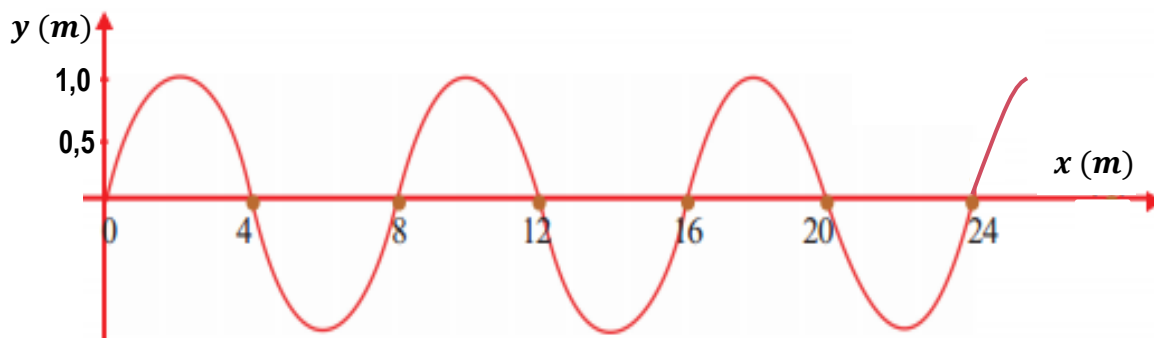
(α) εκπέμπει στα μικροκύματα και το ύψος της θα είναι περίπου  $0,01 \text{ m}$ .

(β) εκπέμπει στα ραδιοκύματα και το ύψος της θα είναι περίπου  $400 \text{ m}$ .

(γ) εκπέμπει στα ραδιοκύματα και το ύψος της θα είναι περίπου  $100 \text{ m}$ .



**W20.** Η περίοδος εγκάρσιου κύματος που διαδίδεται σε ελαστικό μέσο είναι  $2 \text{ s}$  ενώ ένα στιγμιότυπο του κύματος φαίνεται παρακάτω:



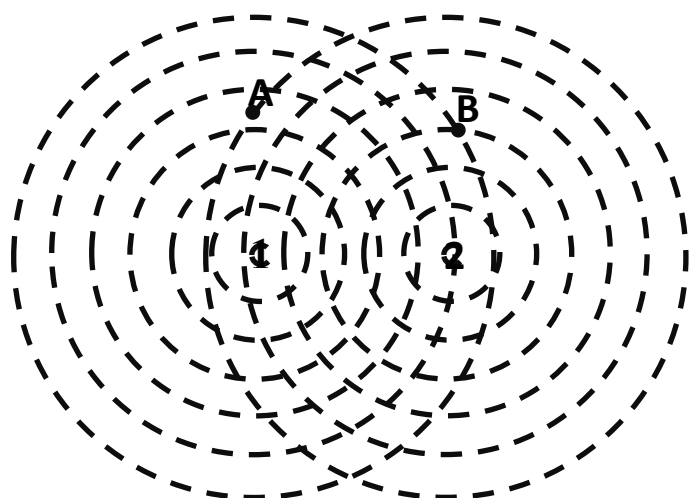
Η μέση ταχύτητα κίνησης ενός σωματιδίου του ελαστικού μέσου κατά την κίνησή του στη διάρκεια μίας περιόδου είναι

(α)  $2 \text{ m/s}$  , (β)  $4 \text{ m/s}$  , (γ)  $8 \text{ m/s}$

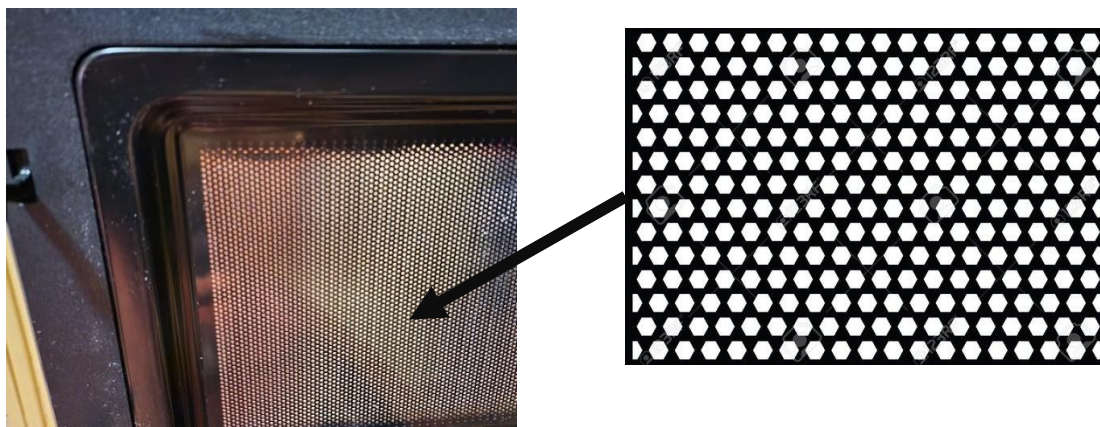
**W21.** Στην επιφάνεια νερού υπάρχουν δύο σύμφωνες πηγές 1 και 2 οι οποίες δημιουργούν επιφανειακά κύματα. Το σημείο Α βρίσκεται στο μέσο της απόστασης ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς κύκλους με κέντρο την πηγή 1 (όπως φαίνεται στο σχήμα).

Στα σημεία Α και Β, το πλάτος του κύματος που είναι αποτέλεσμα της συμβολής θα είναι αντίστοιχα

(α) μέγιστο και ελάχιστο , (β) μέγιστο και μέγιστο , (γ) ελάχιστο και μέγιστο



**W23.** Ένα οποιοδήποτε ηλεκτρομαγνητικό κύμα δεν μπορεί να περάσει από κάποιο άνοιγμα (όπως μία

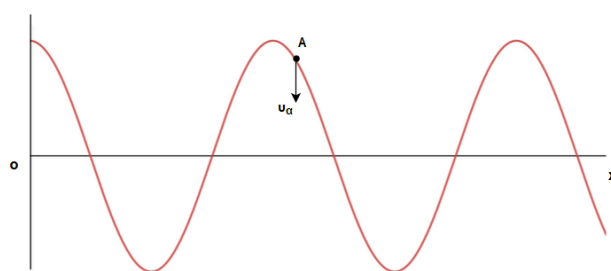


τρύπα) αν το τελευταίο είναι αισθητά μικρότερο από το μήκος κύματος της ακτινοβολίας. Ένας τυπικός φούρνος μικροκυμάτων χρησιμοποιεί ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία συχνότητας  $2,45 \text{ GHz}$ .

Ποιο από τα παρακάτω μεγέθη ανοιγμάτων στην πόρτα του φούρνου μικροκυμάτων επιτρέπει να δούμε στο εσωτερικό του φούρνου, αλλά δεν επιτρέπει σε μικροκύματα να περάσουν από τον φούρνο προς τα έξω (στην πραγματικότητα, πρόκειται για απαίτηση ασφαλείας από τους κατασκευαστές των φούρνων μικροκυμάτων);

(α)  $200 \text{ nm}$  , (β)  $2 \text{ mm}$  , (γ)  $20 \text{ cm}$

**W24.** Κατά μήκος του άξονα  $Ox$  εκτείνεται ομογενής ελαστική χορδή μεγάλου μήκους. Στη χορδή διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Στο σχήμα που ακολουθεί, απεικονίζεται ένα στιγμιότυπο κύματος για συγκεκριμένη χρονική στιγμή  $t_1$ . Εκείνη τη στιγμή η φορά της ταχύτητας



$\vec{v}_\alpha$  του σημείου A είναι, όπως έχει σχεδιαστεί στο σχήμα, προς τα κάτω.

Ποια είναι η φορά διάδοσης του κύματος;

(α) Προς τα αριστερά.

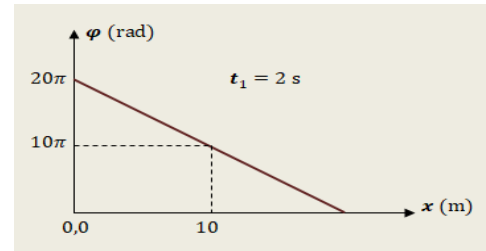
(β) Προς τα δεξιά.

(γ) Δεν επαρκούν τα δεδομένα για να δοθεί απάντηση.

**W25.** Με κατάλληλη μηχανική διαδικασία δύο κύματα διαδίδονται προς αντίθετες κατευθύνσεις σε τεντωμένη χορδή, η οποία συμπίπτει με τον άξονα  $x'$ . Προκύπτει στάσιμο κύμα με περισσότερους από 200 δεσμούς. Στο σημείο  $x = 0$  εμφανίζεται κοιλία. Το συγκεκριμένο σημείο απέχει κατά  $0,01 \text{ m}$  από τον πλησιέστερο δεσμό. Η απόσταση του σημείου αυτού από τον  $200^\circ$  δεσμό είναι:

(α)  $3,99 \text{ m}$  , (β)  $3,10 \text{ m}$  , (γ)  $4 \text{ m}$

**W26.** Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται χωρίς απώλειες ενέργειας, σε γραμμικό ελαστικό μέσο μεγάλου μήκους (τεντωμένη χορδή), που η αρχική του διεύθυνση ταυτίζεται με ημιάξονα  $Ox$ . Η πηγή του κύματος βρίσκεται στο άκρο  $O$  της χορδής και εξαναγκάζει το σημείο αυτό σε ταλάντωση κάθετα στη διεύθυνσή  $Ox$ . Η απομάκρυνση του άκρου  $O$  της χορδής από τη θέση ισορροπίας του αποδίδεται από τη σχέση  $y = A \cdot \eta\mu\omega t$ . Στο διάγραμμα παριστάνεται η φάση ταλάντωσης των υλικών σημείων του ελαστικού μέσου, σε συνάρτηση με την απόσταση  $x$  της θέσης ισορροπίας τους από την πηγή, τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2$  s.



Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με:

$$(\alpha) v = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad , \quad (\beta) v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad , \quad (\gamma) v = 12,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

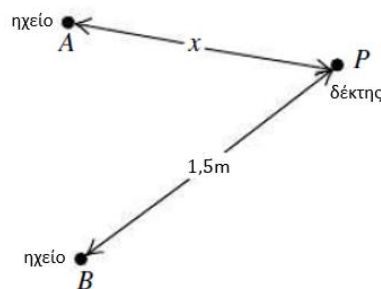
**W27.** Ημιτονοειδές κύμα με μήκος κύματος  $\lambda = 24$  cm διαδίδεται σε γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσο κατά τη θετική φορά του άξονα  $xx'$ . Η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής είναι της μορφής:  $y = A\eta\mu\left(\frac{\pi}{2}\right)t$ . Κάποια χρονική στιγμή  $t$ , δύο υλικά σημεία  $M, N$  του μέσου τα οποία βρίσκονται στην διεύθυνση διάδοσης του κύματος, έχουν φάσεις  $\varphi_M = \frac{10\pi}{6}$  rad και  $\varphi_N = \frac{20\pi}{3}$  rad αντίστοιχα. Τότε το μέτωπο κύματος:

(α) θα περάσει πρώτα από το σημείο  $N$  και θα φθάσει στο  $M$  σε 10 s.

(β) θα περάσει πρώτα από το σημείο  $N$  και θα φθάσει στο  $M$  σε 30 s.

(γ) θα περάσει πρώτα από το σημείο  $M$  και θα φθάσει στο  $N$  σε 20 s.

**W28.** Δύο μικρά στερεοφωνικά ηχεία  $A$  και  $B$  που απέχουν μεταξύ τους κατά  $(AB) < 1,5$  m εκπέμπουν ηχητικά κύματα με μήκος κύματος  $\lambda = 0,4$  m προς όλες τις κατευθύνσεις. Τα ηχητικά κύματα που εκπέμπουν τα ηχεία βρίσκονται σε φάση. Ένας μικρός δέκτης βρίσκεται στο σημείο  $P$  και απέχει απόσταση  $x$  από το ηχείο  $A$  και απόσταση 1,5 m από το ηχείο  $B$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Αρχίζει να κινείται με ειδικό μηχανισμό με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε να βρίσκεται πάντα σε απόσταση  $BP = 1,5$  m από το ηχείο  $B$ .



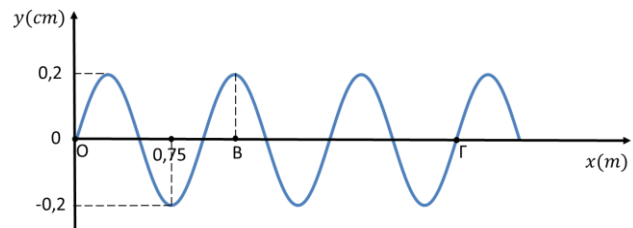
Για ποια από τις επόμενες τιμές της απόστασης  $x < 1,5$  m ο δέκτης δεν ανιχνεύει ήχο;

$$(\alpha) \quad x = 1,1 \text{ m} \quad (\beta) \quad x = 0,9 \text{ m} \quad (\gamma) \quad x = 0,3 \text{ m}$$

## ΘΕΜΑ Δ

**WD1.** Το σημείο Ο ενός γραμμικού ελαστικού μέσου αποτελεί πηγή αρμονικής διαταραχής και αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  σύμφωνα με την εξίσωση:

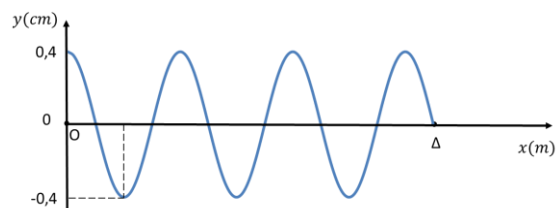
$$y = A \cdot \eta\mu 10\pi t \text{ (SI)}$$



Το στιγμιότυπο του κύματος που διαδίδεται στο γραμμικό ελαστικό μέσο, τη χρονική στιγμή  $t_1$  φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.

- 4.1. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος και το μέτρο της ταχύτητας διάδοσης του κύματος.
- 4.2. Να υπολογίσετε τη διαφορά φάσης των σημείων Β και Γ τη χρονική στιγμή  $t_1$ . Να εξηγήσετε αν η διαφορά φάσης των σημείων Β και Γ εξαρτάται από τη χρονική στιγμή υπολογισμού της.
- 4.3. Να παραστήσετε γραφικά σε σύστημα ορθογώνιων βαθμολογημένων αξόνων την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του σημείου Β συναρτήσει του χρόνου μέχρι τη χρονική στιγμή  $t = \frac{10}{20} \text{ s}$ .

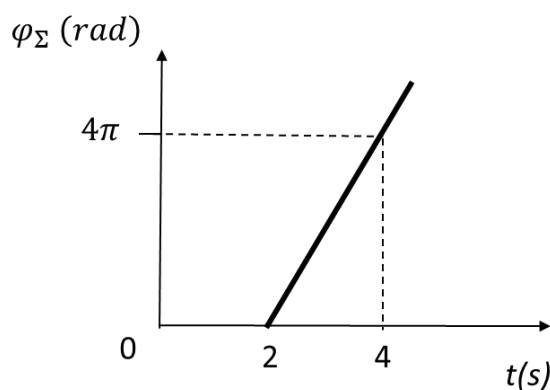
Σε ένα όμοιο γραμμικό ελαστικό μέσο μήκους  $L$ , ένα αρμονικό κύμα πλάτους  $A$  και συχνότητας  $f = 5 \text{ Hz}$  που διαδίδεται κατά τη θετική φορά, συμβάλει με ένα αρμονικό κύμα ίδιου πλάτους και συχνότητας που διαδίδεται κατά την αντίθετη φορά. Τη χρονική στιγμή



$t_0 = 0$  αποκαθίσταται στάσιμο κύμα στο γραμμικό ελαστικό μέσο. Το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος τη χρονική στιγμή  $t_2 = 0,85 \text{ s}$ , κατά την οποία όλα τα σημεία του γραμμικού ελαστικού μέσου έχουν μηδενική ταχύτητα φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.

- 4.4. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος και να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του σε σύστημα ορθογώνιων βαθμολογημένων αξόνων τη χρονική στιγμή  $t_3 = 0,95 \text{ s}$ .

**WD3.** Κατά μήκος ενός γραμμικού, ομογενούς, ελαστικού μέσου διαδίδεται στη θετική κατεύθυνση του άξονα  $x'Ox$  ένα αρμονικό κύμα. Το σημείο  $O$  της θέσης  $x_0 = 0$  εκτελεί αρμονική ταλάντωση που περιγράφεται από την εξίσωση  $y = 0,5\eta\mu\omega t$  (SI). Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της φάσης  $\varphi_\Sigma$  του σημείου  $\Sigma$  του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση  $x_\Sigma = 8m$ , συναρτήσει του χρόνου.



- 4.1. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος, την περίοδο και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.
- 4.2. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος και να παραστήσετε γραφικά σε βαθμολογημένους άξονες το στιγμιότυπό του τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2,5s$ .
- 4.3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου  $\Sigma$  τη χρονική στιγμή  $t_1$ .
- 4.4. Να γράψετε την εξίσωση ενός άλλου αρμονικού κύματος που πρέπει να συμβάλει με αυτό το αρμονικό κύμα για να δημιουργηθεί στάσιμο κύμα στο γραμμικό ελαστικό μέσο.

**WD4.** Κατά μήκος μιας χορδής μεγάλου μήκους, η οποία ταυτίζεται με τον άξονα  $x'Ox$ , διαδίδονται ταυτόχρονα δύο αρμονικά κύματα που έχουν εξισώσεις

$$y_1 = 0,2\eta\mu 2\pi(10t - 5x) \text{ (S.I.) και } y_2 = 0,2\eta\mu 2\pi(10t + 5x) \text{ (S.I.)}$$

Τα δύο κύματα συμβάλλουν δημιουργώντας στο ελαστικό μέσο στάσιμο κύμα.

- 4.1. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που δημιουργείται στη χορδή.
- 4.2. Να αποδείξετε ότι στην αρχή  $O(x = 0)$  του άξονα δημιουργείται κοιλία.
- 4.3. Να διερευνήσετε αν στο σημείο  $B(x_B = 0,25 m)$  σχηματίζεται δεσμός ή κοιλία.
- 4.4. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης καθώς και τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του υλικού σημείου  $M$  της χορδής που έχει τετμημένη  $x_M = 0,025 m$ .

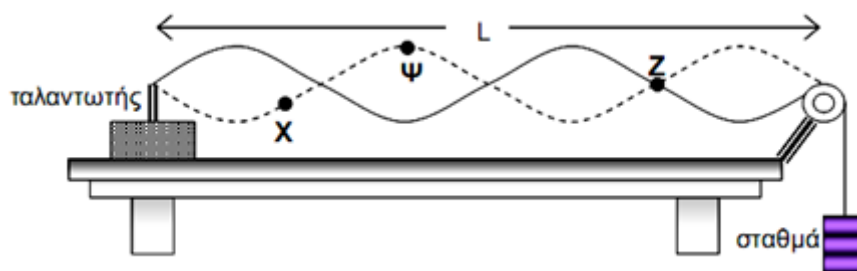
**WD5.** Πηγή παραγωγής αρμονικών κυμάτων αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή  $t = 0$  στη θέση  $x = 0$ , με ταχύτητα προς τη θετική φορά του ημιάξονα  $Oy$ . Η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής δίνεται από την σχέση  $y = 10\eta\mu 2\pi t$  ( $t$  σε  $s$  και  $y$  σε  $cm$ ). Το παραγόμενο κύμα διαδίδεται προς τη θετική φορά του ημιάξονα  $Ox$  με ταχύτητα  $v_1 = 0,5 \frac{m}{s}$ .

- 4.1. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που θα αρχίσει να ταλαντώνεται ένα σημείο  $\Sigma$  του ελαστικού μέσου το οποίο βρίσκεται στη θέση  $x_\Sigma = 2,3 m$ .
- 4.2. Ποια είναι η φάση της πηγής όταν το σημείο  $\Sigma$  φτάσει για πρώτη φορά σε ακραία θέση ταλάντωσης;

4.3. Να γράψετε την χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Σ από την θέση ισορροπίας στο χρονικό διάστημα  $t \geq 0$ .

4.4. Να απεικονίσετε γραφικά την φάση του σημείου Σ σε συνάρτηση με τον χρόνο t.

**WD6.** Για τη μελέτη των στάσιμων κυμάτων κατά μήκος τεντωμένης χορδής δημιουργήθηκε στο εργαστήριο η πειραματική διάταξη του παρακάτω σχήματος. Αποτελείται από έναν ταλαντωτή, μία τροχαλία, μία αβαρή ελαστική χορδή και διάφορα σταθμά. Ο ταλαντωτής συνδέεται με μία γεννήτρια συχνοτήτων. Όταν η χορδή ηρεμεί έχει μήκος  $L = 1,6$  m. Η γεννήτρια τίθεται σε λειτουργία και ρυθμίζουμε την συχνότητά της ώστε να σχηματιστεί το στάσιμο κύμα του παρακάτω σχήματος.



Τα σημεία που συνδέεται η χορδή με τον ταλαντωτή και την τροχαλία, μετά τον σχηματισμό του στάσιμου κύματος θεωρούνται ακίνητα, δηλαδή συμπεριφέρονται όπως το σημείο Z. Η μέγιστη απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας των σημείων που βρίσκονται στις κοιλίες π.χ. το Ψ, είναι 4cm. Το ελάχιστο χρονικό διάστημα που χρειάζεται το σημείο X για να κινηθεί από την μία ακραία θέση ταλάντωσης στην άλλη είναι  $\Delta t = 0,1$ s.

4.1. Να βρεθεί το μήκος κύματος των αρμονικών κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα στην χορδή καθώς και η ταχύτητα διάδοσης του αρμονικού κύματος στην χορδή.

4.2. Να υπολογίσετε πόσο πρέπει να μεταβληθεί η συχνότητα της γεννήτριας ώστε να σχηματιστεί στην χορδή ένα ακόμη σημείο δεσμού.

4.3. Για την αρχική συχνότητα του ταλαντωτή να γραφεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος του παραπάνω σχήματος, καθώς και η εξίσωση που δίνει την επιτάχυνση ταλάντωσης των μορίων της χορδής σε συνάρτηση με τον χρόνο. Θεωρούμε ως  $t = 0$  τη στιγμή που όλα τα μόρια της χορδής διέρχονται από την θέση ισορροπίας τους και η ταχύτητα του σημείου στην θέση Ψ είναι  $v > 0$ . Ορίζουμε την θέση του σημείου Ψ ως την αρχή του οριζόντιου άξονα με  $x = 0$ . Να θεωρήσετε ότι  $\pi^2 = 10$ .

4.4. Για την αρχική συχνότητα του ταλαντωτή να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης των μορίων της χορδής του παραπάνω σχήματος τα οποία βρίσκονται στις θέσεις των κοιλιών, όταν βρεθούν σε απομάκρυνση  $y = \sqrt{7}$  cm από την θέση ισορροπίας.

**WD7.** Γλυκό σημείο O ομογενούς ελαστικής χορδής, που έχει επιλεγεί ως αρχή των αξόνων ( $x = 0$ ), αρχίζει τη χρονική στιγμή  $t = 0$  να ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση  $y = A\eta\mu(\omega t)$  και κάθετα στη διεύθυνση της χορδής. Η κινητική ενέργεια της ταλάντωσης του υλικού σημείου O μηδενίζεται 20 φορές σε κάθε χρονικό διάστημα  $\Delta t = 5$  s. Το κύμα που παράγεται διαδίδεται κατά την αρνητική φορά του άξονα  $x'Ox$  κατά μήκος της χορδής που διέρχεται από το σημείο O με ταχύτητα  $v = 2$  m/s. Στη διάρκεια μιας περιόδου της ταλάντωσής του το υλικό σημείο O διανύει διάστημα  $s = 0,2$  m.

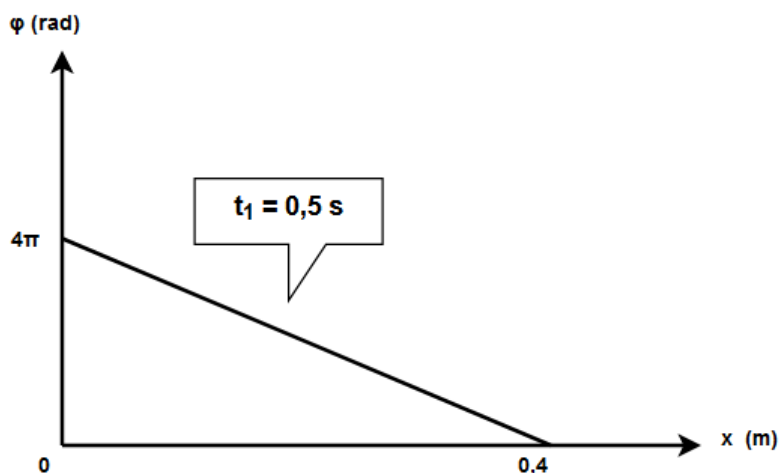
4.1. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος που παράγεται.

4.2. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που αρχίζει να κινείται ένα σημείο M, που βρίσκεται στη θέση  $x_M = -1$  m της χορδής όπως επίσης και την απομάκρυνση  $y_M$ , από τη θέση ισορροπίας του σημείου M, τη χρονική στιγμή  $t = \frac{13}{24}$  s.

4.3. Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της φάσης του κύματος σε συνάρτηση με τη συντεταγμένη της θέσης ( $\varphi - x$ ), τη χρονική στιγμή  $t = 2$  s.

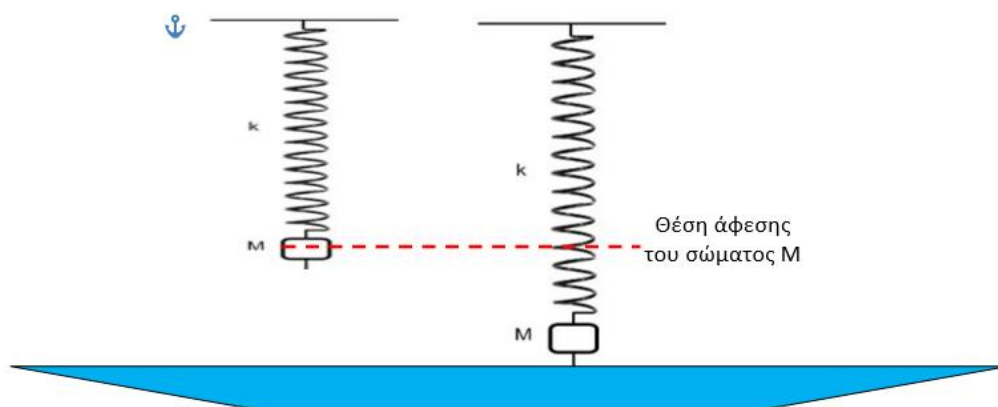
4.4. Να βρείτε τις συντεταγμένες θέσης των σημείων της χορδής, τα οποία βρίσκονται στον αρνητικό ημιάξονα, σε απόσταση μικρότερη από 2 m από την αρχή των αξόνων O και τη χρονική στιγμή  $t = 1$  s, έχουν απομάκρυνση  $y = -5$  cm.

**WD8.** Η πηγή κύματος O αρχίζει τη χρονική στιγμή  $t = 0$  να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, που περιγράφεται από την εξίσωση  $\psi = A\eta\mu\omega t$ . Το εγκάρσιο αρμονικό κύμα πλάτους  $A = 0,05$  m διαδίδεται κατά τη θετική φορά σε οριζόντια ελαστική χορδή που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα  $x'x$ . Θεωρούμε ότι το σημείο της χορδής στη θέση  $x = 0$  τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έχει μηδενική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του και θετική ταχύτητα. Η γραφική παράσταση της φάσης του κύματος  $\varphi$ , την χρονική στιγμή  $t_1 = 0,5$  s, σε σχέση με την απόσταση  $x$  από την αρχή του άξονα ( $x = 0$ ) παριστάνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



- 4.1. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος ( $S.I$ ) που δημιουργείται.
- 4.2. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του ενός σημείου του ελαστικού μέσου, που βρίσκεται στη θέση  $x = 0,4 \text{ m}$  τη χρονική στιγμή  $0,5625 \text{ s}$ .
- 4.3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης και την επιτάχυνση ενός υλικού σημείου της χορδής που βρίσκεται στη θέση  $x = 0,2 \text{ m}$  τη χρονική στιγμή  $0,5 \text{ s}$ .
- 4.4. Να απεικονίσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή  $T + \frac{T}{4} = 0,3125 \text{ s}$

**WD9.** Ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$  και φυσικού μήκους (Φ.Μ.)  $l_0 = 1,2 \text{ m}$ , κρέμεται από οροφή. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου που βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, κρεμάμε σώμα αμελητέων διαστάσεων, μάζας  $M = 2,5 \text{ kg}$  και την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Θεωρούμε θετική φορά προς τα πάνω.



- 4.1. Να προσδιορίσετε την χρονική εξίσωση της ταχύτητας του ταλαντωτή και την εξίσωση της συνισταμένης δύναμης που δέχεται ο ταλαντωτής σε συνάρτηση με την απομάκρυνσή του.
- 4.2. Στο κάτω μέρος του σώματος που ταλαντώνεται, υπάρχει πολύ μικρή ακίδα, αμελητέας μάζας, ενώ χαμηλότερα υπάρχει δοχείο με υγρό που ηρεμεί. Πόση πρέπει να είναι η απόσταση της ελεύθερης

επιφάνειας του υγρού από την οροφή, ώστε η ακίδα μόλις να την αγγίζει και να δημιουργεί κύματα στην επιφάνεια του υγρού.

**4.3.** Να υπολογίσετε το μήκος κύματος  $\lambda$  του κύματος που διαδίδεται στην επιφάνεια του υγρού, αν γνωρίζουμε ότι από την στιγμή που αφήσαμε ελεύθερο το σύστημα να ταλαντωθεί, το κύμα έφτασε σε ένα σημείο  $\Lambda$  στην επιφάνεια του υγρού που απέχει από την πηγή του  $x_\Lambda = 1,5\text{m}$  σε χρόνο  $t_\Lambda = 5,5\text{s}$ .

**4.4.** Να υπολογίσετε την απόλυτη τιμή της διαφοράς φάσης δύο σημείων της επιφάνειας του υγρού που απέχουν απόσταση  $|\Delta x_{AB}| = 1,2\text{m}$  και είναι συνευθειακά με την πηγή του κύματος.

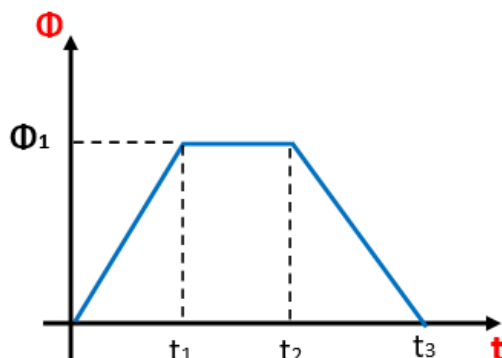
Δίνονται  $\pi^2 \simeq 10 \rightarrow \sqrt{10} \simeq \pi$  και  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

## ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

## ΘΕΜΑ Β

Στα παρακάτω θέματα να επιλέξετε την ορθή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**H1.** Η μαγνητική ροή που διέρχεται από ένα κυκλικό πλαίσιο αντίστασης  $R$ , μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα:



Το επαγωγικό ρεύμα που διαρρέει το πλαίσιο έχει:

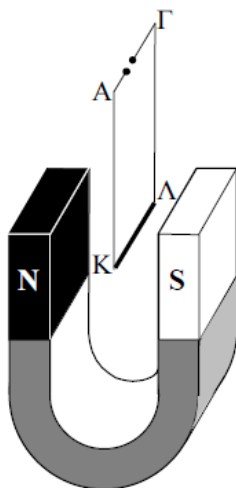
- (α) σταθερή ένταση και ίδια φορά σε όλη τη χρονική διάρκεια  $0 \rightarrow t_3$ .
- (β) σταθερή ένταση και ίδια φορά στις χρονικές διάρκειες  $0 \rightarrow t_1$  και  $t_2 \rightarrow t_3$
- (γ) σταθερή ένταση και αντίθετη φορά στις χρονικές διάρκειες  $0 \rightarrow t_1$  και  $t_2 \rightarrow t_3$ .

**H2.** Φορτισμένο σωματίο φορτίου  $q = +12 \text{ mC}$  και μάζας  $m = 100 \text{ g}$  εκτοξεύεται με ταχύτητα  $v_0 = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  σε χώρο ανάμεσα στους οπλισμούς οριζόντιου πυκνωτή με φορά προς τα δεξιά. Η ένταση του Ομογενούς Ηλεκτρικού Πεδίου (Ο.Η.Π.) δίνεται  $E = 100 \frac{\text{N}}{\text{C}}$  με φορά των δυναμικών ηλεκτρικών γραμμών προς τα κάτω. Συγχρόνως, στον ίδιο χώρο επικρατεί Ομογενούς Μαγνητικού Πεδίου (Ο.Μ.Π.), έντασης  $B = 2 \text{ T}$  με φορά μαγνητικών γραμμών κάθετα στην σελίδα και προς τα μέσα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Η κίνηση του σωματίου που παρατηρεί ένας εξωτερικός παρατηρητής θα είναι:

- (α) ευθύγραμμη ομαλή
- (β) παραβολική με φορά προς τα κάτω
- (γ) ομαλή κυκλική

**H3.** Στο εργαστήριο φυσικών επιστημών έχουμε δημιουργήσει την παρακάτω διάταξη με στόχο να υπολογίσουμε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται μεταξύ των πόλων ενός πεταλοειδή μαγνήτη. Το πεδίο αυτό θεωρείται ομογενές. Ευθύγραμμος μεταλλικός αγωγός ΚΛ

με μήκος  $L = 5\text{cm}$ , μάζα  $m = 1\text{g}$  και αντίσταση  $R = 3\Omega$  κρέμεται από δύο αγώγιμα σύρματα ΑΚ και ΛΓ αμελητέας μάζας. Οι δυνάμεις που ασκούν τα σύρματα ΑΚ και ΛΓ στον μεταλλικό αγωγό θεωρούνται αμελητέες. Τα σημεία Α και Γ συνδέονται με γεννήτρια του εργαστηρίου, στην οθόνη της οποίας μπορούμε να δούμε την τάση εξόδου.



Ο αγωγός ΚΛ τοποθετείται εξ ολοκλήρου στο εσωτερικό του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από τον πεταλοειδή μαγνήτη. Ρυθμίζουμε την τάση (τιμή και πολικότητα) ώστε ο αγωγός να ισορροπήσει σε οριζόντια θέση, κάθετα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου και παρατηρούμε ότι η ένδειξη στην οθόνη της γεννήτριας είναι  $V = 20\text{V}$ . Αν η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  και το μαγνητικό πεδίο της Γης θεωρείται αμελητέο, τότε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι:

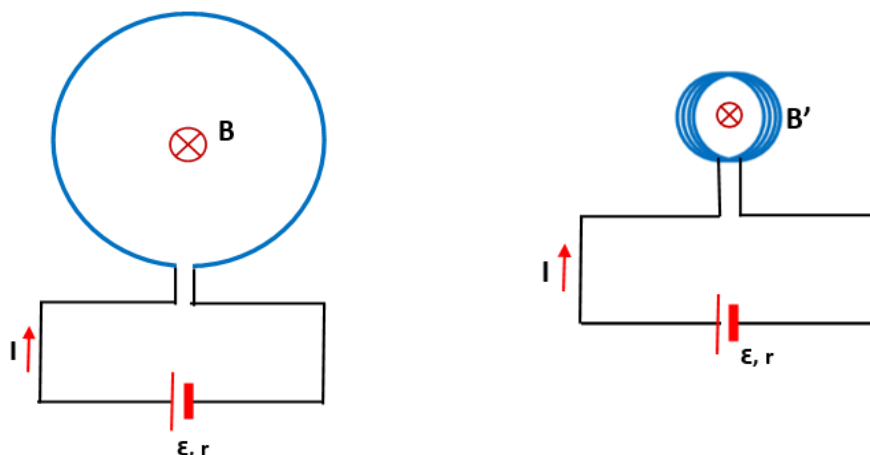
$$(\alpha) \quad B = 0,02\text{T} \quad , \quad (\beta) \quad B = 0,03\text{T} \quad , \quad (\gamma) \quad B = 0,04\text{T}$$

**H4.** Ένα κλειστό τετράγωνο πλαίσιο πλευράς  $a$ , είναι κατασκευασμένο από χάλκινο σύρμα σταθερής διατομής και αποτελείται από  $N$  σπείρες. Το πλαίσιο έχει ωμική αντίσταση  $R$  και βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου  $B$ , με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου να είναι παράλληλες στο επίπεδο του πλαισίου. Αν περιστρέψουμε το πλαίσιο κατά  $90^\circ$  ως προς μια διάμεσό του κάθετη στις μαγνητικές γραμμές του πεδίου, τότε το ηλεκτρικό φορτίο  $\Delta q$ , που διέρχεται από μια τομή του χάλκινου σύρματος στη χρονική διάρκεια περιστροφής του πλαισίου είναι ίσο με

$$(\alpha) \quad \Delta q = \frac{2Ba^2N}{R} \quad , \quad (\beta) \quad \Delta q = \frac{Ba^2N}{R} \quad , \quad (\gamma) \quad \Delta q = 0$$

**H5.** Στο εργαστήριο Φυσικών Επιστημών του σχολείου εκτελούμε το ακόλουθο πείραμα: Έχουμε έναν κυκλικό αγωγό με περιφέρεια μήκους  $L$ . Σε κάποιο σημείο κόβουμε τον αγωγό και στα σημεία τομής εφαρμόζουμε σταθερή τάση  $V$ , με την βοήθεια γεννήτριας συνεχούς ρεύματος ηλεκτρεγερτικής δύναμης  $\mathcal{E}$

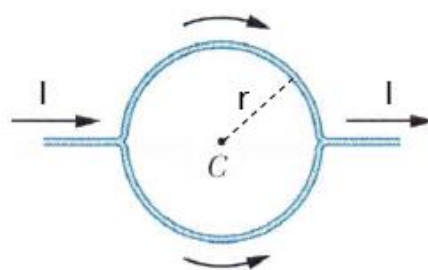
και εσωτερικής αντίστασης  $r$ . Μετράμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού και την βρίσκουμε να έχει τιμή  $B$ .



Στη συνέχεια, το ίδιο σύρμα το τυλίγουμε έτσι ώστε να φτιάξουμε ένα κυκλικό πλαίσιο (όχι σωληνοειδές) με  $N$  όμοιες σπείρες και στα άκρα του συνδέουμε την ίδια πηγή ( $\epsilon, r$ ) όπως πριν και κάνουμε και πάλι μέτρηση της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του νέου πλαισίου. Η μετρούμενη νέα ένταση θα είναι  $B'$ :

$$(\alpha) \frac{N}{B} \quad , \quad (\beta) N^2 B \quad , \quad (\gamma) \frac{B}{N^2}$$

**H6.** Ένας ευθύγραμμος αγωγός διαρρέεται από συνεχές ρεύμα έντασης  $I$  και διαχωρίζεται σε δύο ημικύκλια ίδιας ακτίνας  $r$  και ίδιου εμβαδού διατομής  $S$ , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το υλικό κατασκευής των αγωγών είναι το ίδιο στα δύο ημικύκλια. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι δύο ημικυκλικό αγωγοί ακτίνας  $r$  στο κέντρο  $C$  του κυκλικού βρόχου που σχηματίζεται, έχει μέτρο



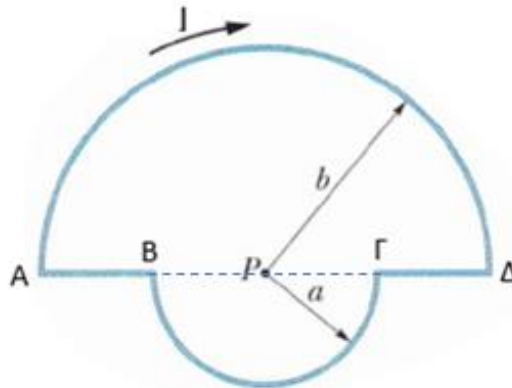
$$(\alpha) B_C = \frac{\mu_0 I}{2r} \quad (\beta) B_C = \frac{\mu_0 I}{4r} \quad (\gamma) B_C = 0$$

**H7.** Στο σπίτι μας, στον πίνακα (διανομής του ηλεκτρικού ρεύματος) με τις ασφάλειες, υπάρχει μία με διπλό διακόπτη που αντιστοιχεί στον ηλεκτρικό θερμοσίφωνα. Αρκετές φορές, όταν κατεβάζουμε τον διακόπτη για να κλείσουμε τον θερμοσίφωνα, παρατηρούμε μία στιγμιαία λάμψη (σπίθα), ενώ αντίθετα όταν ανεβάζουμε τον διακόπτη για να ανοίξουμε τον θερμοσίφωνα (συνήθως) δεν παρατηρείται. Η εμφάνιση της σπίθας αυτής οφείλεται στο φαινόμενο αυτεπαγωγής:

- (α) όταν κατεβάζουμε πολύ γρήγορα τον διακόπτη.
- (β) όταν κατεβάζουμε πολύ αργά τον διακόπτη.

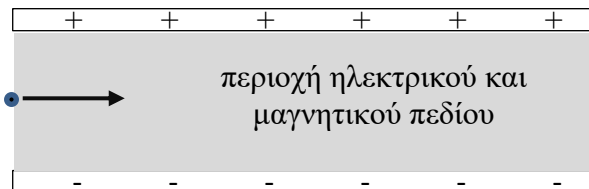
(γ) μόνο στις περιπτώσεις που δημιουργείται αυτεπαγωγή.

**H8.** Ο κλειστός βρόχος του παρακάτω σχήματος αποτελείται από 2 ευθύγραμμους αγωγούς AB και ΓΔ που ανήκουν στην ίδια ευθεία που διέρχεται από το σημείο P και δύο ημικύκλια με ακτίνες α και b, τα οποία έχουν κοινό κέντρο το σημείο P. Ο βρόχος διαρρέεται από ρεύμα έντασης I και οι ακτίνες των ημικυκλίων συνδέονται με την σχέση  $b = 2α$ . Το μαγνητικό πεδίο που δημιουργούν τα δύο ημικύκλια στο σημείο P έχει μέτρο



(α)  $B_P = \frac{\mu_0 I}{8α}$       (β)  $B_P = \frac{3\mu_0 I}{8α}$       (γ)  $B_P = \frac{\mu_0 I}{2b}$

**H9.** Ένα σωματίδιο φορτίου q κινείται προς τα δεξιά, όπως φαίνεται στο σχήμα. Εισέρχεται σε περιοχή όπου συνυπάρχουν ομογενές ηλεκτρικό και ομογενές μαγνητικό πεδίο. Το ηλεκτρικό πεδίο δημιουργείται από παράλληλες, αντίθετα φορτισμένες μεταλλικές πλάκες. Για να μπορέσει το σωματίδιο να περάσει μέσα από την περιοχή των δύο πεδίων χωρίς απόκλιση, θα πρέπει το μαγνητικό πεδίο να έχει κατεύθυνση



- (α) προς το επάνω μέρος της σελίδας.
- (β) προς τα έξω (φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη).
- (γ) προς τα μέσα (φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα).

**H10.** Η εικόνα δεξιά<sup>1</sup> δείχνει μία φωτογραφία του ίχνους της σπειροειδούς κίνησης ηλεκτρονίου σε θάλαμο φυσαλίδων. Ο θάλαμος φυσαλίδων είναι μία μορφή ανιχνευτή σωματιδίων που περιέχει κάποιο πολύ αραιό υγρό. Μέσα σε αυτόν, τα σωματίδια εκτρέπονται από την ευθύγραμμη κίνηση με την βοήθεια μαγνητικού πεδίου. Στην περίπτωση της φωτογραφίας το μαγνητικό πεδίο έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο της σελίδας. Καθώς τα σωματίδια κινούνται στον θάλαμο φυσαλίδων, τους ασκείται τριβή, η οποία προκαλεί μείωση της ταχύτητάς τους. Στη συγκεκριμένη περίπτωση:



<sup>1</sup> <https://media.cheggcdn.com/media%2F8e2%2F8e235a2a-2d3a-4380-9bda-e619cf6f2a4b%2Fimage>

(α) Το μαγνητικό πεδίο έχει φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα και η πορεία του ηλεκτρονίου είναι από το κέντρο της σπείρας προς τα έξω.

(β) Το μαγνητικό πεδίο έχει φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη και η πορεία του ηλεκτρονίου είναι από το κέντρο της σπείρας προς τα έξω.

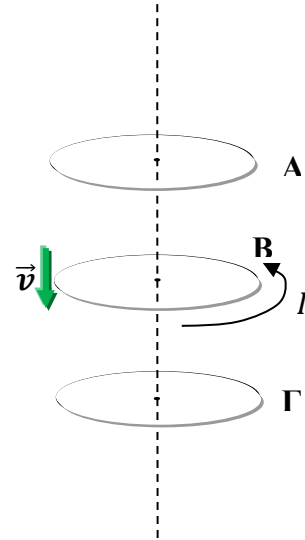
(γ) Το μαγνητικό πεδίο έχει φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη και η πορεία του ηλεκτρονίου είναι από τα έξω προς το κέντρο της σπείρας.

**H11.** Τρία κυκλικά σύρματα βρίσκονται σε παράλληλα επίπεδά και με τα κέντρα τους στον ίδιο κατακόρυφο άξονα. Τα σύρματα Α και Γ διατηρούνται ακίνητα, ενώ το σύρμα Β κινείται προς τα κάτω με ταχύτητα  $v$  και είναι συνδεδεμένο σε ηλεκτρική πηγή, ώστε να διαρρέεται από ρεύμα  $I$ . Τι ισχύει για τα άλλα σύρματα;

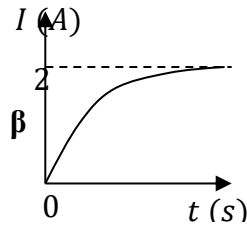
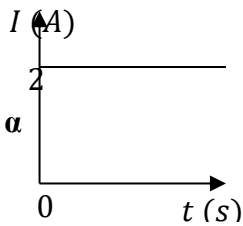
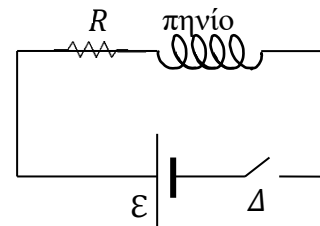
(α) Στο σύρμα Α θα εμφανιστεί ρεύμα ίδιας φοράς με το Β και στο σύρμα Γ ρεύμα αντίθετης φοράς από το Β.

(β) Στο σύρμα Α θα εμφανιστεί ρεύμα αντίθετης φοράς από το Β και στο σύρμα Γ ρεύμα αντίθετης φοράς από το Β.

(γ) Στο σύρμα Α θα εμφανιστεί ρεύμα αντίθετης φοράς από το Β και στο σύρμα Γ ρεύμα ίδιας φοράς με το Β.

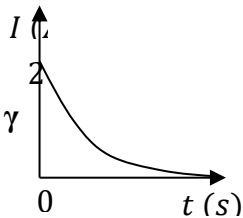


**H12.** Στο κύκλωμα δεξιά ισχύει  $R = 10 \Omega$  και  $\mathcal{E} = 20 V$  (η πηγή είναι ιδανική και το πηνίο δεν έχει αντίσταση). Αρχικά ο διακόπτης  $\Delta$  είναι ανοιχτός. Δίνονται τα ακόλουθα διαγράμματα.

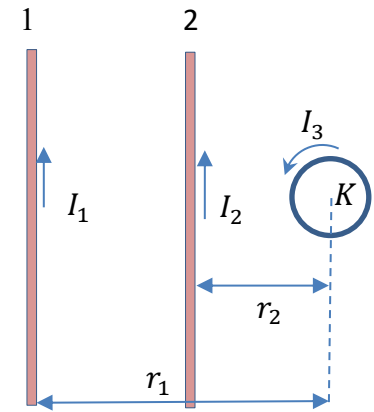


Κλείνοντας τον διακόπτη, η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα θα ακολουθήσει το διάγραμμα:

(α) α , (β) β , (γ) γ

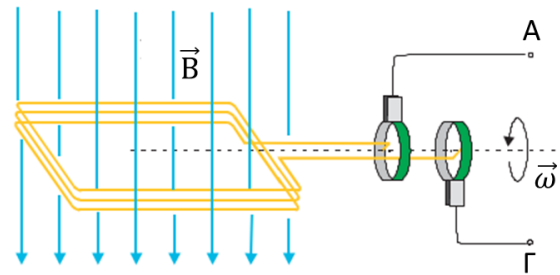


**H13.** Δύο κατακόρυφοι ευθύγραμμοι αγωγοί μεγάλου μήκους διαρρέονται από ηλεκτρικά ρεύματα με εντάσεις  $I_1$  και  $I_2 = 2I_1$ . Απέχουν αποστάσεις  $r_1 = 6r$  και  $r_2 = 3r$  αντίστοιχα από το κέντρο κατακόρυφου κυκλικού ομοεπίπεδου αγωγού ακτίνας  $r$  που διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα έντασης  $I_3 = I_1/\pi$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Το μέτρο της συνισταμένης έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού είναι



(α)  $\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$  , (β)  $\frac{4\mu_0 I_1}{6\pi r}$  , (γ)  $\frac{\mu_0 I_1}{12\pi r}$

**H14.** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η αρχή παραγωγής εναλλασσόμενης τάσης. Όταν το συρμάτινο πλαίσιο περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\vec{\omega}$  με τον άξονά του κάθετο στις δυναμικές γραμμές του ομογενούς μαγνητικού πεδίου  $\vec{B}$ , στους ακροδέκτες Α και Γ εμφανίζεται εναλλασσόμενη τάση πλάτους  $V$ . Όταν το ίδιο συρμάτινο πλαίσιο περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\vec{\omega}' = \vec{\omega}/2$  με τον άξονά του κάθετο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου  $\vec{B}' = 2\vec{B}$ , στους ακροδέκτες Α και Γ εμφανίζεται εναλλασσόμενη τάση πλάτους  $V'$  ίση με:

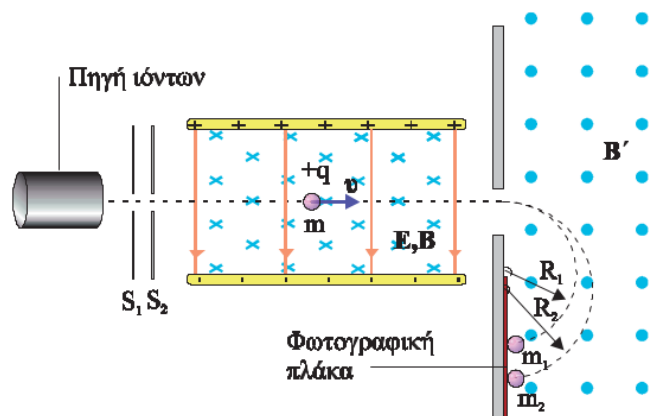


(α)  $V/2$

(β)  $2V$

(γ)  $V$

**H15.** Ο φασματογράφος μάζας του Bainbridge χρησιμοποιεί ένα φίλτρο ταχυτήτων για την παραγωγή δέσμης ιόντων με την ίδια ταχύτητα. Μονοσθενή ιόντα Νέον εκπέμπονται από την πηγή και περνούν μέσα από τις σχισμές  $S_1$  και  $S_2$  σχηματίζοντας μια λεπτή δέσμη. Στη συνέχεια τα ιόντα περνούν μέσα από ένα φίλτρο ταχυτήτων με πεδία  $\vec{E}$  και  $\vec{B}$ . Τα ιόντα που έχουν κατάλληλη ταχύτητα  $\vec{v}$  δεν εκτρέπονται από την ευθύγραμμη



πορεία τους και εισέρχονται στο ομογενές μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}'$ , κάθετα στις δυναμικές του γραμμές. Το μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}'$  αναγκάζει τα ιόντα να κινηθούν σε ημικυκλική τροχιά, ακτίνας  $R$ , μέχρι να πέσουν πάνω σε μια φωτογραφική πλάκα. Από το ίχνος που αφήνουν στη φωτογραφική πλάκα μας είναι γνωστή η ακτίνα

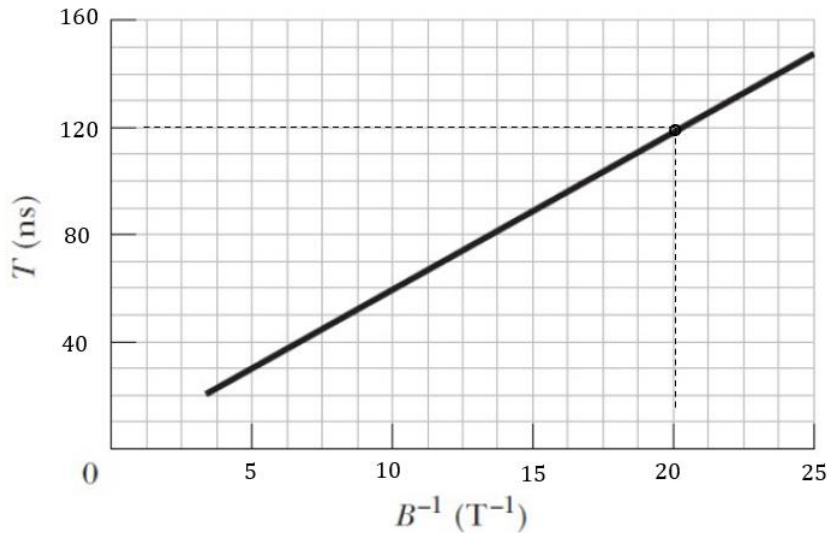
της τροχιάς που διέγραψαν. Το χημικό στοιχείο Νέον έχει δύο είδη ατόμων με γραμμοατομικές μάζες  $M_1 = 20 \frac{g}{mol}$  και  $M_2 = 22 \frac{g}{mol}$  αντίστοιχα. Θεωρούμε ότι η μάζα του ατόμου Νέον είναι ίση με τη μάζα του αντίστοιχου ιόντος του. Τα δύο είδη ιόντων Νέον διαγράφουν στο μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}'$  ημικυκλικές τροχιές ακτίνων  $R_1$  και  $R_2$  αντίστοιχα. Ο λόγος  $\frac{R_2}{R_1}$  είναι ίσος με:

(α) 1,1

(β) 2,2

(γ) 3,3

**H16.** Ένα σωματίδιο εκτοξεύεται σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο μαγνητικής επαγωγής  $\vec{B}$  με ταχύτητα κάθετη στις μαγνητικές δυναμικές γραμμές του πεδίου. Το επόμενο σχήμα δείχνει την μεταβολή της περιόδου  $T$  της κυκλικής κίνησης που εκτελεί το σωματίδιο σε συνάρτηση με το αντίστροφο του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου  $B^{-1}$ . Το πηλίκο  $\frac{m}{q}$  της μάζας του σωματιδίου προς το φορτίο του είναι:



(α)  $\frac{m}{q} = \frac{2}{\pi} \cdot 10^{-9} \frac{kg}{C}$

(β)  $\frac{m}{q} = \frac{1,2}{\pi} \cdot 10^{-9} \frac{kg}{C}$

(γ)  $\frac{m}{q} = \frac{3}{\pi} \cdot 10^{-9} \frac{kg}{C}$

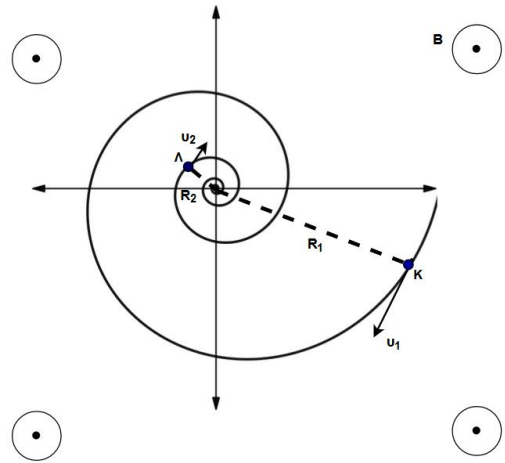
**H17.** Σωματίδιο Α μάζας  $m_A$  και φορτίου  $5q$  και σωματίδιο Β μάζας  $m_B$  και φορτίου  $q$ , επιταχύνονται από την κατάσταση της ηρεμίας με τη βοήθεια διαφοράς δυναμικού  $\Delta V$ , και κατόπιν αποκλίνουν με τη βοήθεια ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου διαγράφοντας ημικυκλικές τροχιές. Οι ακτίνες των ημικυκλικών αυτών τροχιών είναι  $R$  και  $3R$  αντίστοιχα. Η διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετη στην ταχύτητα των σωματιδίων. Ο λόγος των μαζών των δύο σωματιδίων Α και Β είναι:

(α)  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{9}{5}$ ,

(β)  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{5}{9}$ ,

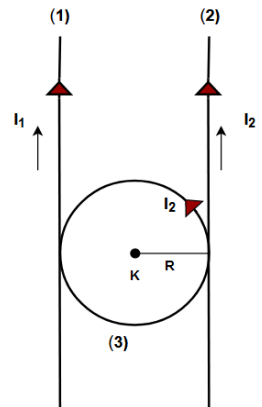
(γ)  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{5}{3}$

**H18.** Ένα πρωτόνιο, μάζας  $m$  και φορτίου  $q$ , κινείται διαμέσου ενός αερίου εντός μαγνητικού πεδίου. Η ένταση  $\vec{B}$  του μαγνητικού πεδίου έχει το μέτρο της σταθερό και είναι κάθετη στο επίπεδο της κίνησης του πρωτονίου. Η ακτίνα καμπυλότητας της τροχιάς του μειώνεται, όπως απεικονίζεται στο σχήμα. Στη φωτογραφία της τροχιάς που ακολουθεί το κινούμενο σωματίδιο έχουν σημειωθεί τα σημεία Κ και Λ, με ακτίνες  $R_1$  και  $R_2$  αντίστοιχα. Αυτό συμβαίνει γιατί εκτός από τη δύναμη Lorentz ασκείται πάνω στο πρωτόνιο και μια δύναμη αντίστασης, αναγκάζοντάς το να χάνει ενέργεια (και ταχύτητα). Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του πρωτονίου καθώς αυτό κινείται από το σημείο Κ προς το σημείο Λ είναι:



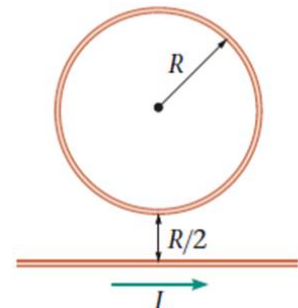
(α)  $\frac{B^2 q^2 (R_2^2 - R_1^2)}{2m}$  , (β)  $\frac{B^2 q^2 (R_2^2 - R_1^2)}{m}$  , (γ)  $\frac{B q^2 (R_2^2 - R_1^2)}{2m}$

**H19.** Δύο παράλληλοι και ευθύγραμμοι αγωγοί (1) και (2) πολύ μεγάλου μήκους διαρρέονται από ρεύματα εντάσεως  $I_1$  και  $I_2$  αντίστοιχα. Ένας ανεξάρτητος κυκλικός αγωγός (3) ακτίνας  $R$  που βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα εντάσεως  $I_2$  και τοποθετείται εφαπτόμενος στους δύο αγωγούς όπως φαίνεται στο σχήμα. Ποιος πρέπει να είναι ο λόγος  $\frac{I_1}{I_2}$  των τιμών της έντασης των ηλεκτρικών ρευμάτων έτσι ώστε η συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού να είναι μηδέν.



(α)  $\frac{I_1}{I_2} = 1$  , (β)  $\frac{I_1}{I_2} = 1 + \pi$  , (γ)  $\frac{I_1}{I_2} = 2 - \pi$

**H20.** Ένας ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός μεγάλου μήκους τοποθετείται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με κυκλικό ρευματοφόρο αγωγό ακτίνας  $R$ , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Ο ευθύγραμμος αγωγός διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I$  με φορά προς τα δεξιά. Για να είναι το συνολικό μαγνητικό πεδίο στο κέντρο του κυκλικού αγωγού ίσο με μηδέν, θα πρέπει το ρεύμα που τον διαρρέει να έχει φορά

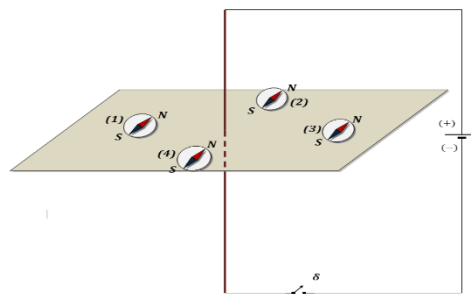


(α) δεξιόστροφη και μέτρο  $I_1 = \frac{2I}{3\pi}$ .

(β) αριστερόστροφη και μέτρο  $I_1 = \frac{I}{2\pi}$ .

(γ) δεξιόστροφη και μέτρο  $I_1 = \frac{2I}{\pi}$ .

**H21.** Πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, βρίσκονται τέσσερις πυξίδες, με τις μαγνητικές τους βελόνες προσανατολισμένες από το μαγνητικό πεδίο της Γης. Τα κέντρα των πυξίδων σχηματίζουν τετράγωνο. Ένας κατακόρυφος μεταλλικός αγωγός, τρυπάει το οριζόντιο επίπεδο, στο σημείο τομής των διαγωνίων του τετραγώνου.



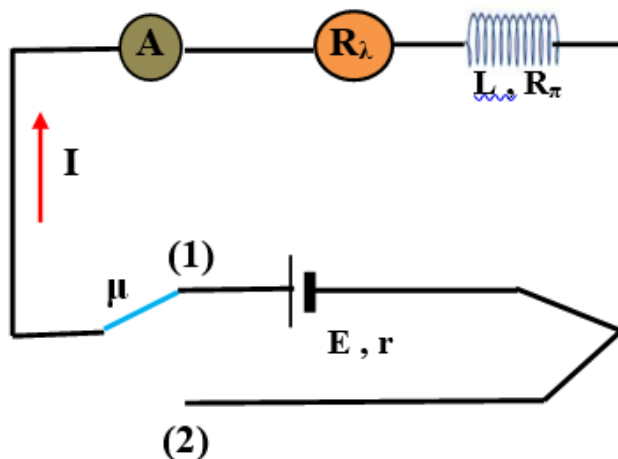
Τα άκρα του αγωγού συνδέονται με την ηλεκτρική πηγή που φαίνεται στο σχήμα, μέσω διακόπτη  $\delta$ , που είναι αρχικά ανοικτός. Γνωρίζουμε πως όταν κλείνουμε τον διακόπτη  $\delta$ , οι μαγνητικές βελόνες των πυξίδων επηρεάζονται κυρίως από το μαγνητικό πεδίο του ρευματοφόρου αγωγού, που είναι στην περιοχή πολύ ισχυρότερο από το μαγνητικό πεδίο της Γης. Έτσι, περιμένουμε ότι σε σχέση με την αρχική τους θέση, θα περιστραφούν γύρω από τον άξονά τους, οι μαγνητικές βελόνες, των πυξίδων:

(α) (1) και (3).

(β) (2) και (4).

(γ) (2), (3) και (4).

**H22.** Σε κύκλωμα περιέχεται πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης  $\mathcal{E}$  και εσωτερικής αντίστασης  $r$ . Συνδέουμε σε σειρά ένα ιδανικό αμπερόμετρο, ένα λαμπτήρα αντίστασης  $R_\lambda$ , ένα πηνίο με αντίσταση  $R_\pi$  και συντελεστή αυτεπαγωγής  $L$  και έναν μεταγωγό  $\mu$ , όπως φαίνεται στο σχήμα:



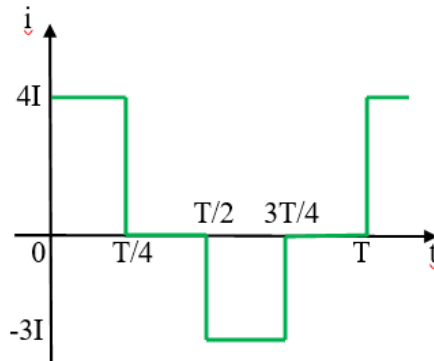
Ο μεταγωγός αρχικά βρίσκεται στην θέση (1) και τότε η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον λαμπτήρα είναι  $I$ . Με γρήγορη κίνηση μετακινούμε τον μεταγωγό στη θέση (2). Κατά την μετακίνηση αυτή θα παρατηρήσουμε ότι ο λαμπτήρας:

(α) θα σβήσει ακαριαία και το ρεύμα στο αμπερόμετρο θα μηδενιστεί αμέσως.

(β) θα αργήσει να σβήσει και το ρεύμα στο αμπερόμετρο θα μειώνεται συνεχώς μέχρι τελικά να μηδενιστεί.

(γ) πρώτα θα φωτοβολήσει περισσότερο και ύστερα θα σβήσει, ενώ το ρεύμα στο αμπερόμετρο θα παρουσιάσει στιγμιαία άνοδο και μετά θα μειώνεται μέχρι να μηδενιστεί.

**H23.** Αντιστάτης διαρρέεται από περιοδικά μεταβαλλόμενο ρεύμα περιόδου  $T$ , του οποίου η ένταση μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως στο διάγραμμα:



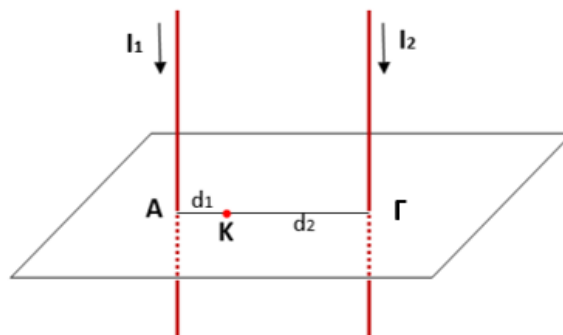
Η ενεργός ένταση του ρεύματος ισούται με:

(α)  $\frac{5}{2} I$

(β)  $\frac{\sqrt{2}}{2} I$

(γ)  $\frac{5\sqrt{2}}{2} I$

**H24.** Δύο ευθύγραμμοι αγωγοί (1) και (2) απείρου μήκους διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα έντασης  $I_1$  και  $I_2$  όπως φαίνονται στο σχήμα, με λόγο  $\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{3}$ . Οι αγωγοί είναι κάθετοι σε οριζόντιο επίπεδο και διέρχονται από τα σημεία Α και Γ αντίστοιχα, τα οποία απέχουν απόσταση  $d$ :



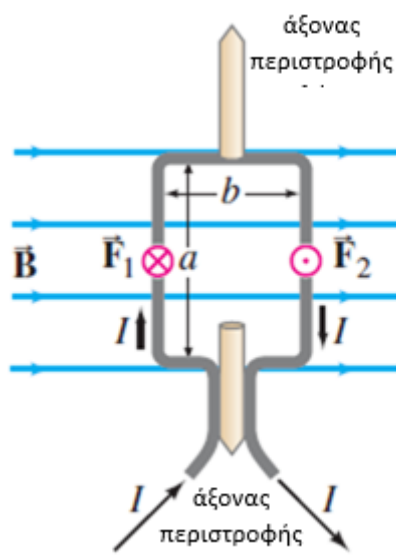
Η ένταση του μαγνητικού πεδίου των δύο αγωγών σε ένα σημείο Κ του ευθύγραμμου τμήματος ΑΓ, είναι ίση με μηδέν. Τα μήκη (ΑΚ) και (ΓΚ) αντίστοιχα είναι ίσα με:

(α)  $(AK) = \frac{d}{4}$  &  $(ΓΚ) = \frac{3d}{4}$ ,    (β)  $(AK) = \frac{d}{3}$  &  $(ΓΚ) = \frac{2d}{3}$ ,    (γ)  $(AK) = \frac{3d}{4}$  &  $(ΓΚ) = \frac{d}{4}$

**H25.** Δέσμη σωματιδίων που περιέχει τρία είδη φορτισμένων σωματιδίων εισέρχεται σε έναν φασματογράφο μάζας όπως απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα. Τα σωματίδια έχουν την ίδια ταχύτητα (στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται η τροχιά ενός από τα τρία είδη σωματιδίων). Η ταινία που υπάρχει στο δεξιό μέρος του σχήματος αποτελεί τμήμα της φωτογραφικής πλάκας του φασματογράφου και δείχνει τα σημεία



μια σειρά από σημαντικές συσκευές μετρήσεων, συμπεριλαμβανομένων των αναλογικών βολτόμετρων και αμπερομέτρων. Το ορθογώνιο πλαίσιο του παρακάτω σχήματος αποτελείται από  $N$  σπείρες και διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I$ . Κάθε σπείρα έχει διαστάσεις  $a$ ,  $b$ . Το πλαίσιο βρίσκεται στο εσωτερικό ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης  $\vec{B}$ , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα. Το μέτρο της ροπής που δέχεται το ορθογώνιο πλαίσιο όταν το επίπεδό του είναι παράλληλο με τις μαγνητικές δυναμικές γραμμές είναι



(α)  $\tau = NBI\alpha b$

(β)  $\tau = NBI\alpha^2$

(γ)  $\tau = NBIb^2$

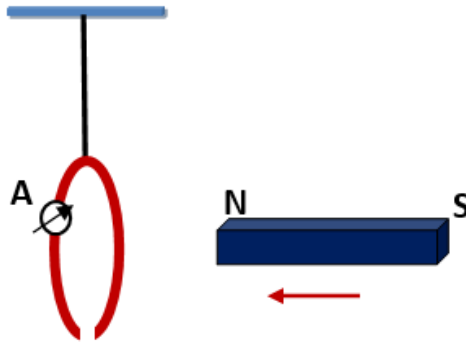
**H28.** Κυκλικός αγωγός διαρρέεται από ρεύμα  $I_1$  και δημιουργεί μαγνητικό πεδίο έντασης  $B_1$  στο κέντρο του Κ. Θετικό φορτίο  $q$  περιστρέφεται στο ίδιο επίπεδο με τον κυκλικό αγωγό, γύρω από το ίδιο κέντρο Κ, σε κυκλική τροχιά διπλάσιας ακτίνας από εκείνη του κυκλικού αγωγού με συχνότητα περιστροφής  $f = 50\text{Hz}$ . Μετράμε την συνολική ένταση των μαγνητικών πεδίων στο Κ και την βρίσκουμε μηδενική.

(α) Η φορά κίνησης του φορτίου είναι ίδια με την φορά κίνησης του ρεύματος  $I_1$  και το φορτίο έχει τιμή  $q = 4 \cdot 10^{-3} \text{C}$ .

(β) Η φορά κίνησης του φορτίου είναι αντίθετη με την φορά κίνησης του ρεύματος  $I_1$  και το φορτίο έχει τιμή  $q = 2 \cdot 10^{-3} \text{C}$ .

(γ) Η φορά κίνησης του φορτίου είναι αντίθετη με την φορά κίνησης του ρεύματος  $I_1$  και το φορτίο έχει τιμή  $q = 4 \cdot 10^{-3} \text{C}$ .

**H29.** Ένας λεπτός χάλκινος δακτύλιος με εγκοπή στο κατώτερο σημείο του, κρέμεται από μονωτικό νήμα και ισορροπεί ακίνητος με το επίπεδό του κατακόρυφο. Πλησιάζουμε απότομα ένα μαγνήτη προς το δακτύλιο έχοντας τον άξονά του οριζόντιο και κάθετο στο επίπεδο του δακτυλίου. Η κατεύθυνση κίνησης του μαγνήτη διέρχεται από το κέντρο του δακτυλίου, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Κατά την προσέγγιση του μαγνήτη ο δακτύλιος:

- (α) θα κινηθεί έτσι ώστε να απομακρυνθεί από τον μαγνήτη και το αμπερόμετρο θα δείξει ρεύμα I
- (β) θα παραμείνει ακίνητος και το αμπερόμετρο δεν θα δείξει κανένα ρεύμα
- (γ) θα κινηθεί έτσι ώστε να πλησιάσει τον μαγνήτη και το αμπερόμετρο θα δείξει ρεύμα I

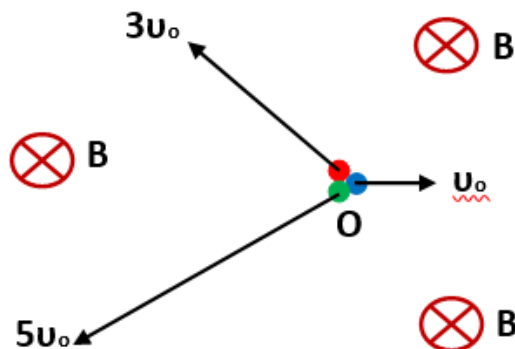
**H30.** Ο νόμος των Biot – Savart υπολογίζει το μέτρο  $\Delta B$  της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ένα πολύ μικρό τμήμα αγωγού, μήκους  $\Delta l$ , που διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα έντασης I σε κάποιο σημείο Σ που απέχει απόσταση r:

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot \Delta l}{r^2} \eta\mu\theta$$

Άρα το μέτρο  $\Delta B$  της έντασης του μαγνητικού πεδίου

- (α) είναι διαφορετικό σε σημεία που ισαπέχουν από το τμήμα  $\Delta l$ .
- (β) είναι ανάλογο του ημιτόνου της γωνίας που σχηματίζουν τα διανύσματα της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό και της απόστασης r.
- (γ) είναι αντιστρόφως ανάλογο της απόστασης r.

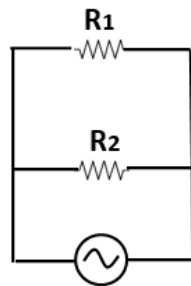
**H31.** Τρεις πυρήνες Ηλίου ( ${}^4_2\text{He}$ ) Α, Β και Γ, εκτοξεύονται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, ταυτόχρονα από το ίδιο σημείο Ο, προς διαφορετικές κατευθύνσεις.



Οι ταχύτητές τους είναι κάθετες στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Ο πρώτος πυρήνας εκτοξεύεται με ταχύτητα μέτρου  $v_1 = v_0$ , ο δεύτερος με ταχύτητα μέτρου  $v_2 = 3 \cdot v_0$  και ο τρίτος με ταχύτητα μέτρου  $v_3 = 5 \cdot v_0$ . Και οι 3 πυρήνες εκτελούν κυκλικές τροχιές ακτινών  $R_A$ ,  $R_B$  και  $R_\Gamma$ . Για τους τρεις πυρήνες ισχύει:

- (α) Ο πυρήνας Α περνά πρώτος από το σημείο εκτόξευσης Ο ενώ ο Γ τελευταίος και είναι  $R_A > R_B > R_\Gamma$ .  
 (β) Ο πυρήνας Γ περνά πρώτος από το σημείο εκτόξευσης Ο ενώ ο Α τελευταίος και είναι  $R_A = R_B = R_\Gamma$ .  
 (γ) Και οι τρεις πυρήνες περνούν ταυτόχρονα από το Ο και είναι  $R_A < R_B < R_\Gamma$ .

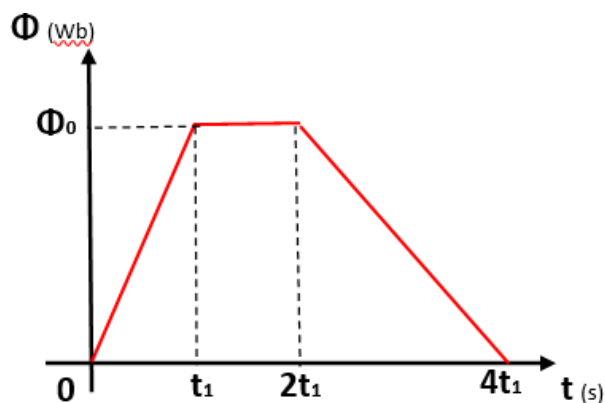
**H32.** Δύο αντιστάτες με αντίσταση  $R_1 = R$  και  $R_2 = 3 \cdot R$  συνδέονται παράλληλα και στα κοινά άκρα του συστήματος εφαρμόζεται αρμονικά εναλλασσόμενη τάση της μορφής  $u = V \eta \mu \omega t$ .



Η ενέργεια που μεταφέρει το εναλλασσόμενο ρεύμα στο σύστημα των δύο αντιστάσεων  $R_1$  και  $R_2$  σε μια περίοδο είναι:

(α)  $\frac{8\pi V^2}{3\omega R}$  , (β)  $\frac{4\pi V^2}{3\omega R}$  , (γ)  $\frac{\pi V^2}{8\omega R}$

**H33.** Η μαγνητική ροή που διέρχεται από αγωγό τετραγωνικού σχήματος σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνεται από το διάγραμμα:



Το πλαίσιο έχει πλευρά μήκους  $\alpha$  και αντίστασης ανά μονάδα μήκους  $R^*$ . Το συνολικό επαγωγικό φορτίο που διέρχεται από μια διατομή του αγωγού είναι:

(α)  $\frac{\Phi_0}{2 \cdot R^* \cdot \alpha}$  , (β)  $\frac{3\Phi_0}{2 \cdot R^* \cdot \alpha}$  , (γ) 0

## ΘΕΜΑ Δ

**HD1.** Ένα νετρόνιο που κινείται με ταχύτητα μέτρου  $v_n = 4 \cdot 10^7 \frac{m}{s}$  κατευθύνεται προς αρχικά ακίνητο πυρήνα πρώτιου (πυρήνας  ${}^1_1H$ ). Η κρούση των δύο σωματιών είναι κεντρική ελαστική. Αμέσως μετά την κρούση ο πυρήνας πρώτιου εισέρχεται κάθετα στις δυναμικές ομογενούς μαγνητικού πεδίου με την ταχύτητα  $\vec{v}_1$  που απέκτησε. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο  $B = 1T$ . Για τις μάζες του πρωτονίου και του νετρονίου να συμβουλευτείτε το τυπολόγιο που σας δίνεται μαζί με τις εκφωνήσεις.

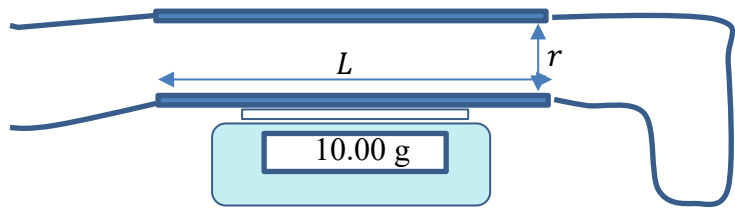
Να υπολογίσετε:

- 4.1. Το μέτρο  $v_1$  της ταχύτητας του πυρήνα πρώτιου μετά την κρούση και το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας,  $\alpha_1\%$ , του νετρονίου κατά την κρούση.
- 4.2. Την ακτίνα  $R$  και την περίοδο  $T$  της κυκλικής κίνησης του πυρήνα πρώτιου μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο.
- 4.3. Το μέτρο της στροφορμής του πυρήνα πρώτιου κατά την κίνησή του μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο, ως προς τον άξονα που περνά από το κέντρο  $O$  της κυκλικής του τροχιάς και είναι κάθετος σε αυτήν.

Αν το νετρόνιο που κινείται με ταχύτητα  $\vec{v}_n$  κατευθύνεται προς αρχικά ακίνητο πυρήνα τρίτιου (πυρήνας  ${}^3_1H$ ) και η κρούση των δύο σωματιών είναι κεντρική ελαστική να υπολογίσετε:

- 4.4. Το μέτρο  $v_n''$  της ταχύτητας του νετρονίου αμέσως μετά την κρούση και το ποσοστό απώλειας,  $\alpha_2\%$ , της κινητικής ενέργειας του νετρονίου κατά την κρούση.

**HD2.** Μεταλλική ράβδος μήκους  $L = 0,5 m$  τοποθετείται πάνω σε ψηφιακό ζυγό σχολικού εργαστηρίου, ώστε η ένδειξη του ζυγού να είναι ίση με τη μάζα της ράβδου  $m = 10,00 g$ . Η ράβδος είναι συνδεδεμένη με πολύ ελαφριά καλώδια με άλλη ράβδο, στερεωμένη όπως φαίνεται στο σχήμα ώστε η απόσταση των δύο ράβδων είναι  $r = 1 cm$ . Στη συγκεκριμένη άσκηση θεωρούμε  $g = 10 m/s^2$

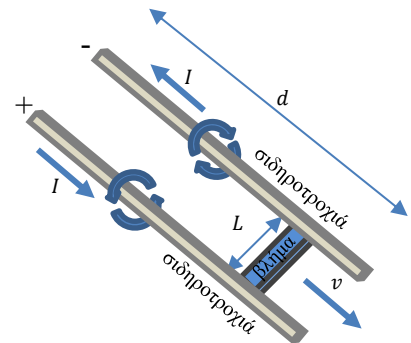


Κάποια στιγμή ρεύμα αρχίζει να διαρρέει το σύστημα.

- 4.1. Εξηγήστε αν η ένδειξη του ζυγού θα αυξηθεί ή θα μειωθεί.
- 4.2. Γράψτε την εξίσωση που συνδέει την ένδειξη του ζυγού με τη μάζα και τη δύναμη Laplace ανάμεσα στους αγωγούς.
- 4.3. Η ένταση του ρεύματος δεν είναι σταθερή, αλλά δίνεται από την εξίσωση  $I = 0,1 + 0,1t$  όπου το  $t$  είναι σε  $s$  και το  $I$  σε ampere. Γράψτε την εξίσωση που δίνει την ένδειξη του ζυγού σε συνάρτηση με τον χρόνο.

4.4. Υπολογίστε σε πόσο χρόνο θα περιμέναμε η ένδειξη του ζυγού να αυξηθεί κατά 10 % σε σχέση με την αρχική της τιμή. Σχολιάστε αν αυτό είναι ένα ρεαλιστικό ενδεχόμενο.

**HD3.** Τα ηλεκτρομαγνητικά όπλα σταθερής τροχιάς (railgun) μπορούν να εκτοξεύσουν βλήματα με υπερβολικά μεγάλη ταχύτητα, επιταχύνοντάς τα με τη βοήθεια μαγνητικής δύναμης Laplace. Σε ένα τυπικό τέτοιο όπλο το μήκος των σιδηροτροχιών κατά μήκος των οποίων το βλήμα επιταχύνεται είναι  $d = 6,0 \text{ m}$ . Το κύκλωμα κλείνει μέσω του ίδιου του βλήματος. Όταν το βλήμα φτάσει στην άκρη των σιδηροτροχιών, εκτοξεύεται με την ταχύτητα που έχει εκείνη τη στιγμή. Ας υποθέσουμε πως η ταχύτητα με την οποία θα εκτοξευτεί το βλήμα είναι  $3000 \text{ m/s}$  και πως το βλήμα έχει μάζα  $100 \text{ kg}$ , ενώ το μήκος του είναι  $L = 0,50 \text{ m}$ . Υποθέτουμε πως οι σιδηροτροχιές έχουν αμελητέο πάχος.



4.1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση που έχει κατά μέσο όρο το βλήμα και τη συνισταμένη δύναμη η οποία του ασκείται για όσο βρίσκεται ανάμεσα στις σιδηροτροχιές.

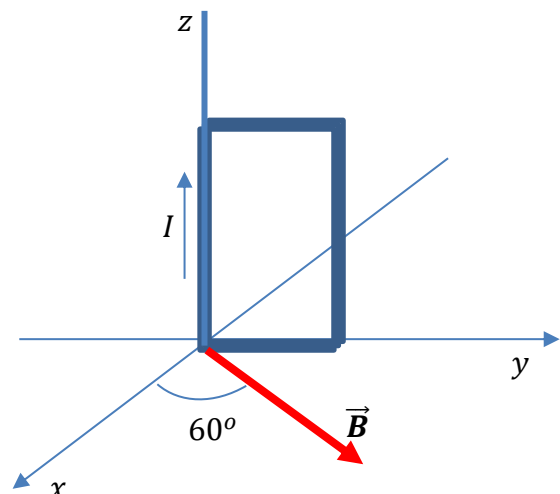
4.2. Αγνοώντας φαινόμενα που σχετίζονται με την ηλεκτρομαγνητική επαγωγή και υποθέτοντας πως η μόνη δύναμη που επιταχύνει το βλήμα είναι η μαγνητική δύναμη Laplace, να υπολογίσετε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου ανάμεσα στις δύο σιδηροτροχιές είναι περίπου σταθερή και ίση με την ένταση στο μέσο της απόστασης ανάμεσα στις δύο σιδηροτροχιές.

4.3. Αν οι σιδηροτροχιές έχουν αμελητέα αντίσταση, ενώ η αντίσταση του υπόλοιπου κυκλώματος είναι  $10 \Omega$ , να υπολογίσετε, αγνοώντας φαινόμενα που σχετίζονται με την ηλεκτρομαγνητική επαγωγή, την απαιτούμενη ΗΕΔ του κυκλώματος και τη συνολική ισχύ που καταναλώνεται λόγω του φαινομένου Joule στους αγωγούς.

4.4. Να συγκρίνετε την συνολική ενέργεια που καταναλώθηκε λόγω του φαινομένου Joule στους αγωγούς, με την κινητική ενέργεια που απέκτησε το βλήμα και να σχολιάσετε το αποτέλεσμα της σύγκρισης.

Για τις τιμές των φυσικών σταθερών να συμβουλευτείτε το τυπολόγιο.

**HD4.** Στο σχήμα φαίνεται ένα ορθογώνιο πλαίσιο το οποίο έχει 10 σπείρες, διαστάσεις  $10 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$  διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I = 0,2 \text{ A}$ , ενώ βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου  $B = 0,5 \text{ T}$ . Το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου σχηματίζει γωνία  $60^\circ$  με τον άξονα  $x$  όπως στο σχήμα. Το πλαίσιο μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που συμπίπτει με τον άξονα  $z$  (αριστερή κατακόρυφη πλευρά του πλαισίου). Στην άσκηση αυτή θα υπολογίσετε τη ροπή που ασκείται στο πλαίσιο γύρω από τον άξονα περιστροφής.



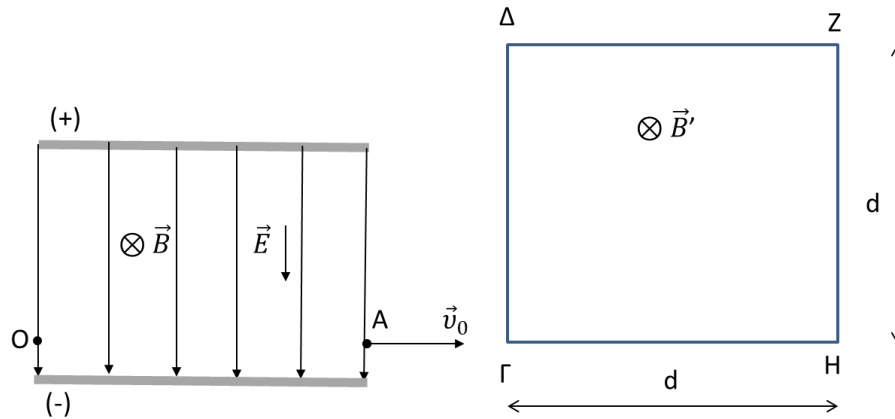
4.1. Να προσδιορίσετε τη μαγνητική δύναμη Laplace σε μία από τις οριζόντιες πλευρές του πλαισίου.

4.2. Να προσδιορίσετε τη μαγνητική δύναμη Laplace σε μία από τις κατακόρυφες πλευρές του πλαισίου.

4.3. Να προσδιορίσετε τη συνισταμένη ροπή στο πλαίσιο.

4.4. Να περιγράψετε το είδος της κίνησης του πλαισίου και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**HD5.** Στο φίλτρο ταχυτήτων του παρακάτω σχήματος η ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου έχει μέτρο  $E = 200 \frac{V}{m}$  και η ένταση του ομογενούς μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο  $B = 10^{-2} T$ . Από το σημείο O του φίλτρου ταχυτήτων εκτοξεύονται μονοσθενή θετικά ιόντα. Τα ιόντα που εξέρχονται από το σημείο A έχουν ταχύτητα  $\vec{v}_0$  κάθετη στις δυναμικές γραμμές των δύο πεδίων και δεν έχουν



εκτραπεί από την ευθύγραμμη πορεία τους.

Μετά το φίλτρο ταχυτήτων υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}'$ , μέτρου  $B' = 2 \cdot 10^{-2} T$  και τετραγωνικής διατομής με πλευρά  $d = 20 mm$ . Τα ιόντα που βγαίνουν από το φίλτρο ταχυτήτων με ταχύτητα  $\vec{v}_0$  μπαίνουν κάθετα στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου  $\vec{B}'$ . Η είσοδός τους γίνεται από το σημείο Γ, εφαπτομενικά στη ΓΔ και η έξοδος τους από το σημείο Δ, εφαπτομενικά στη ΔΖ. Να θεωρήσετε ότι η κίνηση των ιόντων δεν επηρεάζεται από αντιστάσεις, ούτε από το βαρυτικό πεδίο και να υπολογίσετε:

**4.1.** Την ταχύτητα με την οποία εκτοξεύεται από το σημείο O κάθε ιόν που φτάνει στο σημείο A έχοντας ταχύτητα  $\vec{v}_0$ .

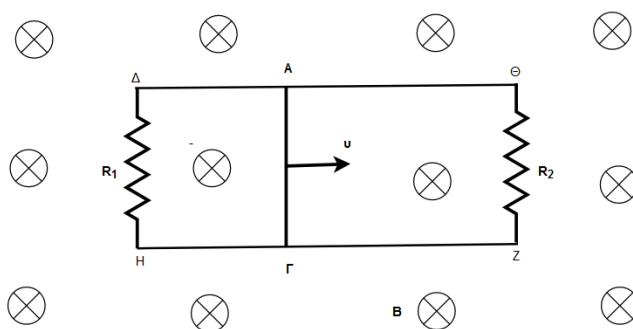
**4.2.** Τη μάζα κάθε ιόντος και το χρονικό διάστημα της κίνησής του μέσα στο μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}'$ .

**4.3.** Τη μεταβολή της ορμής και τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας κάθε ιόντος κατά την κίνησή του μέσα στο μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}'$ .

Χωρίς να αλλάξουμε το εύρος του πεδίου και την κατεύθυνση της έντασης μεταβάλλουμε το μέτρο της από  $B'$  σε  $B''$ . Παρατηρούμε ότι τα ιόντα που βγαίνουν από το φίλτρο ταχυτήτων με ταχύτητα  $\vec{v}_0$  και μπαίνουν κάθετα στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου  $\vec{B}''$  από το σημείο Γ, εφαπτομενικά στη ΓΔ, εξέρχονται από το σημείο Z, εφαπτομενικά στη ΖΗ.

**4.4.** Να υπολογίσετε το μέτρο  $B''$  της έντασης του μαγνητικού πεδίου, το χρονικό διάστημα της κίνησης κάθε ιόντος μέσα στο μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}''$  και τη στροφορμή κάθε ιόντος κατά την κίνησή του μέσα στο μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}''$  ως προς τον άξονα περιστροφής του.

**HD6.** Δύο παράλληλοι οριζόντιοι αγωγοί  $\Delta\theta$  και  $HZ$  μεγάλου μήκους και μηδενικής αντίστασης απέχουν μεταξύ τους απόσταση  $L = 1\text{ m}$ . Τα άκρα  $\Delta, H$  συνδέονται με αγωγό αντίστασης  $R_1 = 3\ \Omega$  και τα άκρα  $\theta, Z$  με αγωγό αντίστασης  $R_2 = 6\ \Omega$ , οπότε σχηματίζεται ένα ορθογώνιο πλαίσιο. Ο αγωγός  $AG$ , αντίστασης  $R = 2\ \Omega$ , μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , η οποία είναι συνέχεια παράλληλη με τους αγωγούς  $\Delta\theta$  και  $HZ$ , μένοντας συνεχώς κάθετος σε αυτούς και σε επαφή στα σημεία  $A, \Gamma$ . Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B = 2\ \text{T}$ , του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι κάθετες στο επίπεδο του πλαισίου με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.



**4.1.** Να βρεθούν οι τιμές της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τις αντιστάσεις  $R_1, R_2$  (μονάδες 4) και να υπολογιστεί το επαγωγικό ηλεκτρικό φορτίο που θα έχει περάσει από μια διατομή του αγωγού  $AG$  σε χρονικό διάστημα  $\Delta t_1 = 2\ \text{s}$  (μονάδες 3).

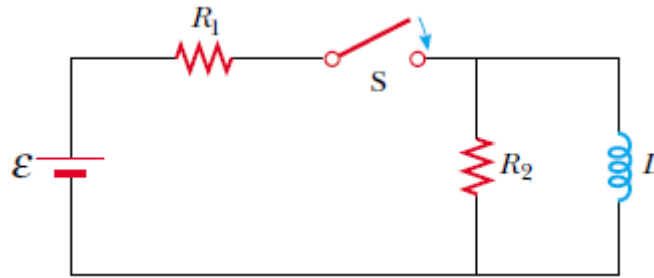
**4.2.** Να υπολογίσετε το μέτρο και να προσδιορίσετε τη φορά της εξωτερικής δύναμης  $\vec{F}_{E\xi\omega\tau}$ , που πρέπει να ασκούμε διαρκώς στο μέσον του αγωγού  $AG$ , κάθετα σε αυτόν και της οποίας η διεύθυνση ανήκει στο επίπεδο των αγωγών, ώστε ο αγωγός να συνεχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

**4.3.** Να εξηγήσετε πώς δημιουργείται επαγωγικό ρεύμα στον αγωγό  $AG$  (μονάδες 3). Πόση είναι η προσφερόμενη μηχανική ισχύς που χρησιμοποιείται τότε για την συγκεκριμένη κίνηση του αγωγού  $AG$  (μονάδες 3);

**4.4.** Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης  $\vec{F}_{E\xi\omega\tau}$  για το χρονικό διάστημα  $\Delta t_2 = 10\ \text{s}$ , και να συγκριθεί με το ποσό θερμότητας που απέβαλε το κύκλωμα στο περιβάλλον σε αυτό το χρονικό διάστημα.

**HD7.** Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος η πηγή έχει Η.Ε.Δ.  $\mathcal{E} = 12\ \text{V}$  και αμελητέα εσωτερική αντίσταση, ενώ οι αντιστάτες έχουν αντίσταση  $R_1 = 5\ \Omega$  και  $R_2 = 1\ \Omega$ . Το πηνίο είναι ιδανικό και έχει

συντελεστή αυτεπαγωγής  $L$ , ενώ οι αγωγοί σύνδεσης έχουν αμελητέα αντίσταση. Αρχικά ο διακόπτης  $S$  είναι ανοιχτός και το κύκλωμα δεν διαρρέεται από ρεύμα. Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  κλείνουμε το διακόπτη.



- 4.1.** Να υπολογίσετε την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος στο κύκλωμα αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη και μετά από αρκετό χρόνο, όταν θα έχουν αποκατασταθεί οι τελικές τιμές των ρευμάτων.
- 4.2.** Αφού αποκατασταθούν οι τελικές τιμές των ρευμάτων, ανοίγουμε το διακόπτη. Να καθορίσετε ποιους κλάδους του κυκλώματος εξακολουθούν να διαρρέονται από ρεύμα και να σχεδιάσετε τη φορά του ρεύματος.
- 4.3.** Κάποια χρονική στιγμή  $t_1$  μετά το άνοιγμα του διακόπτη, διαπιστώθηκε ότι το ρεύμα στον αντιστάτη  $R_2$  είναι  $i_1 = 0,3A$  και το ρεύμα στο πηνίο μειώνεται με ρυθμό  $\frac{di}{dt} = -10 \frac{A}{s}$ . Να υπολογιστεί ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου και ο ρυθμός απώλειας ενέργειας του πηνίου την χρονική στιγμή  $t_1$ .
- 4.4.** Αν το χρονικό διάστημα από τη στιγμή που ανοίγουμε το διακόπτη μέχρι να μηδενιστεί το ρεύμα στο πηνίο είναι  $\Delta t = 0,2s$  να υπολογίσετε τη μέση θερμική ισχύ που θα παραχθεί στους ωμικούς αντιστάτες σε αυτό το χρονικό διάστημα.

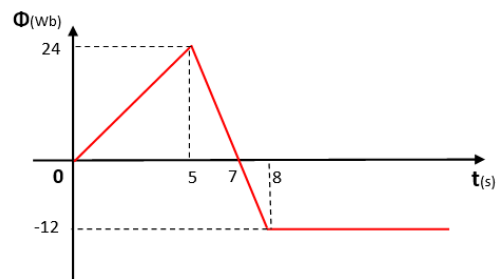
**HD8.** Το διάγραμμα περιγράφει την μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται μέσα από ένα κλειστό τετραγωνικό πλαίσιο:

Το πλαίσιο πλευράς  $a = 0,1m$  παρουσιάζει αντίσταση ανά μονάδα μήκους  $R^* = 200 \Omega/m$ .

- 4.1.** Να αποδώσετε γραφικά την μεταβολή της έντασης του επαγωγικού ρεύματος και της ηλεκτρικής ισχύος που καταναλώνεται στο πλαίσιο σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Μετά την χρονική στιγμή  $t = 8s$  καταργείται κάθε άλλο μαγνητικό πεδίο και το πλαίσιο κινούμενο με σταθερή ταχύτητα  $v = 10m/s$  κάθετη σε μια πλευρά του και παράλληλη στην επιφάνειά του, αρχίζει να εισέρχεται σε μαγνητικό πεδίο έντασης  $B = 2T$  που είναι κάθετο στην επιφάνεια του πλαισίου.

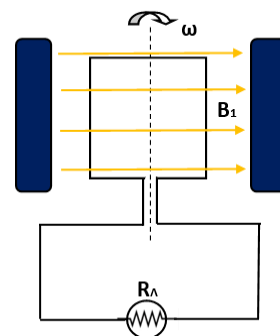
- 4.2.** Να υπολογίσετε την χρονική διάρκεια εισόδου του πλαισίου στο νέο μαγνητικό πεδίο και την εξωτερική δύναμη που το κινεί.



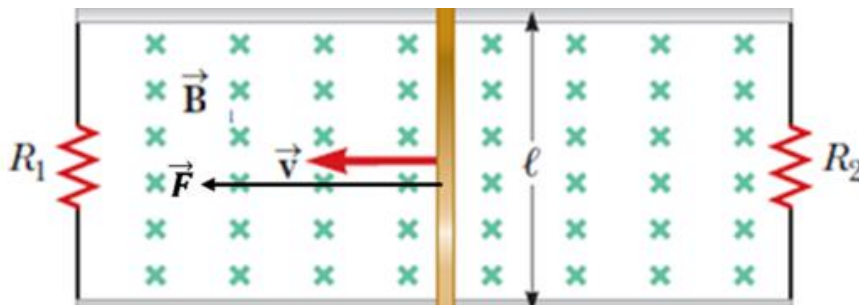
Αφού ολοκληρωθεί η είσοδος του πλαισίου στο μαγνητικό πεδίο, το ακινητοποιούμε. Συνδέουμε το πλαίσιο με λαμπτήρα που έχει ενδείξεις κανονικής λειτουργίας (100V, 50W). Εφαρμόζουμε νέο μαγνητικό πεδίο έντασης  $B_1 = 10\sqrt{2}$  T, όπως φαίνεται στο σχήμα:

Αμέσως μετά περιστρέφουμε το πλαίσιο με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ .

**4.3.** Θεωρώντας αμελητέα την αντίσταση των αγωγών σύνδεσης του λαμπτήρα στο πλαίσιο, να προσδιορίσετε την γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ , ώστε ο λαμπτήρας να λειτουργεί κανονικά.



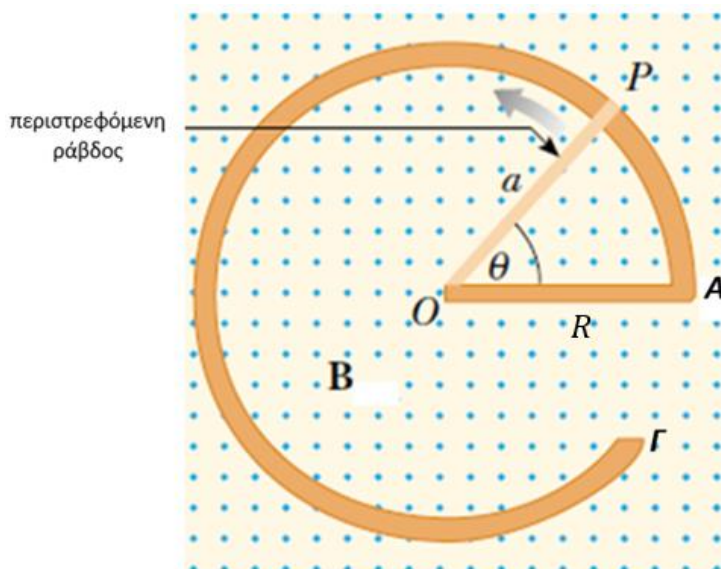
**HD9.** Μια αγώγιμη ράβδος μήκους  $\ell = 40$  cm μπορεί να ολισθαίνει ελεύθερα σε δύο παράλληλες αγώγιμες ράβδους. Οι παράλληλες ράβδοι και η ράβδος μήκους  $\ell$  έχουν αμελητέα αντίσταση. Δύο αντιστάτες με αντίσταση  $R_1 = 2 \Omega$  και  $R_2 = 4 \Omega$  συνδέονται στα άκρα των παράλληλων ράβδων όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το σύστημα βρίσκεται στο εσωτερικό ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης  $B = 2,5$  T, του οποίου οι δυναμικές γραμμές κατευθύνεται κάθετα προς τη σελίδα. Μία οριζόντια εξωτερική δύναμη  $F$  ασκείται κάθετα στην ράβδο και στο μαγνητικό πεδίο προς τα αριστερά με αποτέλεσμα η ράβδος να κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .



Να απαντήσετε στα επόμενα ερωτήματα, τα οποία αναφέρονται στο χρονικό διάστημα της κίνησης της ράβδου με σταθερή ταχύτητα πριν φτάσει στην αντίσταση  $R_1$ .

- 4.1. Να υπολογίσετε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αντιστάτη.
- 4.2. Να βρείτε την ενέργεια που καταναλώνει καθεμιά από τις αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$  όταν η ράβδος μετατοπιστεί κατά  $d = 2$  m.
- 4.3. Να υπολογίσετε την εξωτερική δύναμη  $F$  που δέχεται η ράβδος.
- 4.4. Ποιο ποσοστό του προσφερόμενου ρυθμού ενέργειας από την δύναμη  $F$  στην ράβδο, καταναλώνεται στον αντιστάτη  $R_2$ ;

**HD10.** Το παρακάτω σχήμα δείχνει έναν ακίνητο αγωγό του οποίου το σχήμα είναι παρόμοιο με το αγγλικό γράμμα e. Η ακτίνα του κυκλικού τμήματος με κέντρο το O είναι  $R = 50 \text{ cm}$ . Τοποθετείται σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B = 0,5 \text{ T}$  κάθετο στο επίπεδο του αγωγού και με κατεύθυνση προς τον αναγνώστη. Μια ευθύγραμμη αγώγιμη ράβδος, μήκους  $a = 0,5 \text{ m}$  μπορεί να περιστρέφεται γύρω από το άκρο της O. Την χρονική στιγμή  $t = 0$  το άκρο P της ράβδου βρίσκεται στο σημείο A και η ράβδος κινείται αριστερόστροφα με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\omega = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ . Σε όλη την διάρκεια της κίνησης η ράβδος είναι σε επαφή με τον ακίνητο αγωγό. Το μήκος του μη κυρτού τόξου ΑΓ είναι  $s_{ΑΓ} = 2,8 \text{ m}$ .



- 4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του άκρου P και την επαγωγική τάση στα άκρα της ράβδου OP.
- 4.2. Εάν όλο το αγώγιμο υλικό (ράβδος και ακίνητος αγωγός) έχει αντίσταση ανά μονάδα μήκους  $R^* = 5 \frac{\Omega}{\text{m}}$  ποιο είναι το επαγωγικό ρεύμα στον βρόχο POAP τη χρονική στιγμή  $t_1 = 0,25 \text{ s}$ ;
- 4.3. Να απεικονίσετε γραφικά την επίκεντρη γωνία που διαγράφει η ράβδος OP ως συνάρτηση του χρόνου μέχρι το άκρο της P να φτάσει στο σημείο Γ.
- 4.4. Να εκφράσετε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον βρόχο POAP ως συνάρτηση του χρόνου μέχρι το άκρο P να φτάσει στο σημείο Γ και να υπολογίσετε την ελάχιστη τιμή του.

**HD11.** Φορτισμένο σωματίο μάζας  $m = 150 \text{ g}$  και φορτίου  $q = +1,2 \text{ mC}$  κινείται αριστερόστροφα σε κατακόρυφη κυκλική τροχιά ακτίνας  $R = \frac{0,1}{\pi} \text{ m}$  με ταχύτητα σταθερού μέτρου  $v = 100 \text{ m/s}$ . Να υπολογίσετε:

- 4.1. Την ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται στο κέντρο της κυκλικής του τροχιάς.

Κάποια στιγμή καταργούνται οι δυνάμεις που ανάγκαζαν το σωματίο να κινείται κυκλικά και ενώ αυτό βρισκόταν στην κατώτερη θέση της τροχιάς του. Το σωματίο αφού διάνυσε απόσταση  $x = 82,5 \text{ cm}$  δεχόμενο μόνο μια σταθερή δύναμη αντίστασης  $F = 0,9 \text{ kN}$  οριζόντια και αντίθετη στη φορά της ταχύτητάς του, εισέρχεται σε μαγνητικό πεδίο κάθετα στις δυναμικές του γραμμές. Την στιγμή εκείνη καταργείται η δύναμη αντίστασης. Αν η ένταση του μαγνητικού πεδίου, στο οποίο εισέρχεται το φορτίο, είναι  $B = 20 \text{ T}$ , να υπολογίσετε:

4.2. Την ακτίνα της νέας τροχιάς του σωματίου.

4.3. Πόσο θα μεταβάλλονταν η περίοδος της κίνησής του αν:

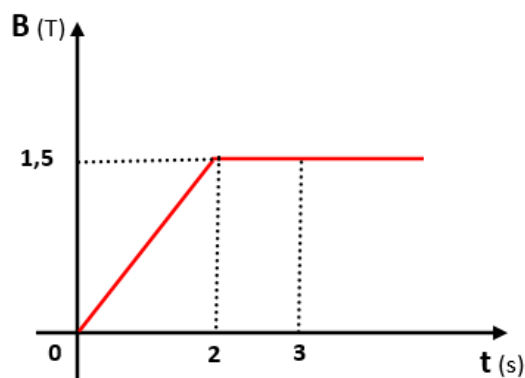
i) διπλασιάζαμε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία εισέρχονταν το σωματίο στο μαγνητικό πεδίο

ii) διπλασιάζαμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο οποίο εισέρχονταν

4.4. Ποια θα ήταν η ένταση ενός ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που θα έπρεπε να εφαρμόσουμε κατάλληλα για να κινηθεί το σωματίο ευθύγραμμα και ομαλά.

Να θεωρήσετε  $\pi^2 = 10$ .

**HD12.** Κλειστός κυκλικός αγωγός αποτελείται από  $N = 500$  σπείρες κάθε μία εκ των οποίων έχει ωμική αντίσταση  $R_1 = 0,2 \Omega$  και εμβαδό  $A = 40 \text{ cm}^2$ . Το πλαίσιο βρίσκεται με το επίπεδό του κάθετο στις δυναμικές γραμμές Ομογενούς Μαγνητικού Πεδίου (Ο.Μ.Π.), του οποίου η ένταση μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα:



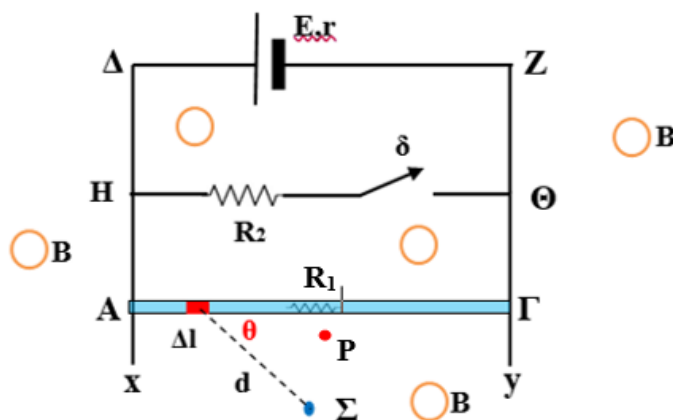
4.1. Να κάνετε το διάγραμμα της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο με τον χρόνο για το χρονικό διάστημα από  $0 \text{ s}$  έως  $3 \text{ s}$ .

4.2. Να υπολογίσετε την ισχύ που αποδίδεται από το ηλεκτρικό ρεύμα τις χρονικές στιγμές  $t_1 = 1,2 \text{ s}$  και  $t_2 = 3 \text{ s}$  όπως και την συνολική θερμότητα που αποβάλλεται κατά το χρονικό διάστημα από  $0 \text{ s}$  έως  $3 \text{ s}$ .

4.3. Μετά την χρονική στιγμή  $t_2 = 3 \text{ s}$ , το πλαίσιο αρχίζει να περιστρέφεται με γωνιακή συχνότητα  $\omega = 100\sqrt{2} \text{ Hz}$ . Κατά την περιστροφή αυτή, την θέτουμε ως  $t' = 0$  μια κατάλληλη χρονική στιγμή έτσι ώστε η αρχική φάση της παραγόμενης εναλλασσόμενης τάσης να είναι μηδέν. Να γράψετε την χρονική εξίσωση της τάσης στα ανοικτά άκρα του πλαισίου.

4.4. Συνδέουμε στα ανοικτά άκρα του πλαισίου αντιστάτη με αντίσταση  $R_2 = 50\Omega$ . Να βρείτε την ενεργό ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα.

**HD13.** Το κύκλωμα του σχήματος βρίσκεται σε κατακόρυφο επίπεδο με τον αγωγό ΑΓ, μάζας  $m$ , να μπορεί να κινηθεί κατακόρυφα, διατηρώντας τον οριζόντιο προσανατολισμό του και παραμένοντας σε επαφή με τους αγωγούς Δχ και Ζγ, που δεν παρουσιάζουν ωμικές αντιστάσεις.



Ο αγωγός ΑΓ έχει μήκος  $L = 2\text{m}$  και αντίσταση  $R_1 = 20\Omega$ , ίση με αυτήν του αντιστάτη στον κλάδο ΗΘ ( $R_2 = 20\Omega$ ). Για την πηγή που τροφοδοτεί το κύκλωμα, είναι  $\mathcal{E} = 44\text{V}$  και  $r = 2\Omega$ . Το κύκλωμα βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο, έντασης  $B = 1\text{T}$ , του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι κάθετες στο κατακόρυφο επίπεδο του κυκλώματος. Αρχικά ο διακόπτης  $\delta$  είναι ανοικτός.

4.1. Να υπολογίσετε τη μάζα του αγωγού ΑΓ και την φορά των δυναμικών γραμμών του μαγνητικού πεδίου  $B$ , ώστε ο αγωγός να αιωρείται ακίνητος.

Κλείνουμε τον διακόπτη  $\delta$ .

4.2. Θα κινηθεί ο αγωγός; Αν ναι, σε ποια κατεύθυνση θα κινηθεί;

Ένα σημείο  $\Sigma$  απέχει απόσταση  $d = 5\text{cm}$  από ένα στοιχειώδες τμήμα του αγωγού ΑΓ μήκους  $\Delta l = 1\text{mm}$ . Η γωνία  $\theta$  μεταξύ των  $\Delta l$  και  $d$  δίνεται  $\theta = 30^\circ$ :

4.3. Να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το τμήμα  $\Delta l$  στο σημείο  $\Sigma$ , όταν ο διακόπτης είναι ανοικτός.

4.4. Να υπολογίσετε την ένταση του μαγνητικού πεδίου σε σημείο  $P$  το οποίο απέχει από τον αγωγό ΑΓ απόσταση  $x = 0,02\text{mm}$  όπως φαίνεται στο σχήμα, αν θεωρήσουμε ότι ο αγωγός ΑΓ έχει πολύ μεγάλο μήκος σε σχέση με την απόσταση  $x$ .

Δίνονται:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{T} \cdot \text{m/A}$  και  $g = 10\text{m/s}^2$

## ΚΒΑΝΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

## ΘΕΜΑ Β

Στα παρακάτω θέματα να επιλέξετε την ορθή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Q1.** Ένα μέλαν σώμα που έχει απόλυτη θερμοκρασία  $T_1 = 1450\text{K}$  εκπέμπει το μέγιστο της ακτινοβολίας του στην περιοχή του υπέρυθρου Η/Μ φάσματος, σε μήκος κύματος «αιχμής»  $\lambda_{1\text{max}} = 2000\text{nm}$ . Ένας τρόπος υπολογισμού της επιφανειακής θερμοκρασίας του Ηλίου είναι να θεωρηθεί ως μέλαν σώμα. Ο Ήλιος εκπέμπει το μέγιστο της ακτινοβολίας του στο ορατό φάσμα, σε μήκος κύματος  $\lambda_{2\text{max}} = 500\text{nm}$ . Αυτό το μήκος κύματος αντιστοιχεί στο μέγιστο της ευαισθησίας του ανθρώπινου ματιού (κυανοπράσινο φως)! Σύμφωνα με αυτά τα δεδομένα η απόλυτη θερμοκρασία της επιφάνειας του Ηλίου είναι

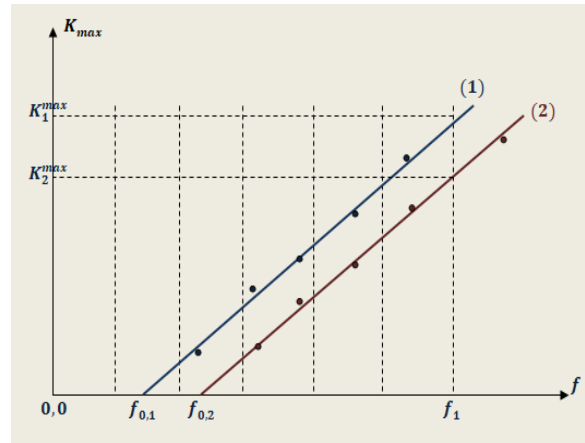
(α) 2900K , (β) 5800K , (γ) 11600K

**Q2.** Στη φερώνυμη σκέδαση, κατά την πρόπτωση ακτίνων  $X$  πάνω σε μια υλική επιφάνεια, η έκφραση του μήκους κύματος Compton  $\lambda_c$  είναι  $\lambda_c = \frac{h}{m \cdot c}$ , όπου  $h$  η σταθερά Planck,  $m$  η μάζα του ηλεκτρονίου και  $c$  η ταχύτητα του φωτός.

Μία δέσμη φωτονίων ακτίνων  $X$  ενέργειας  $E$ , σκεδάζεται από ηλεκτρόνια ενός στόχου άνθρακα. Η σκεδαζόμενη δέσμη φωτονίων, που ανιχνεύεται στις  $90^\circ$  σε σχέση με την αρχική κατεύθυνση της δέσμης, έχει φωτόνια με ενέργεια  $E'$ , που είναι ίση με το 90% της ενέργειας των φωτονίων της αρχικής δέσμης. Αν το αρχικό μήκος κύματος της δέσμης είναι  $\lambda$ , τότε η σχέση του με το μήκος κύματος Compton είναι:

(α)  $\lambda = 9 \cdot \lambda_c$ , (β)  $\lambda = 0,9 \cdot \lambda_c$ , (γ)  $\lambda = \frac{10}{9} \cdot \lambda_c$ .

**Q3.** Στο διπλανό σχήμα, απεικονίζονται σε κοινό διάγραμμα, οι γραφικές παραστάσεις μέγιστης κινητικής ενέργειας εξερχόμενων ηλεκτρονίων, σε συνάρτηση με τη συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, για δύο διαφορετικά πειράματα φωτοηλεκτρικού φαινομένου που πραγματοποιήθηκαν με δύο λυχνίες οι οποίες έχουν διαφορετικό μέταλλο καθόδου. Πειραματικά προσδιορίσαμε ότι για τις συχνότητες κατωφλίου των δύο λυχνιών ισχύει η σχέση  $f_{0,2} = 1,5 \cdot f_{0,1}$ . Για μια συχνότητα  $f_1$  μεγαλύτερη και από τις δύο συχνότητες κατωφλίου, ίδια και στα δύο πειράματα, οι μέγιστες κινητικές ενέργειες ηλεκτρονίων είναι  $K_1^{max}, K_2^{max}$  αντίστοιχα. Αν δίνεται ότι  $f_1 = 4 \cdot f_{0,1}$ , τότε ισχύει:

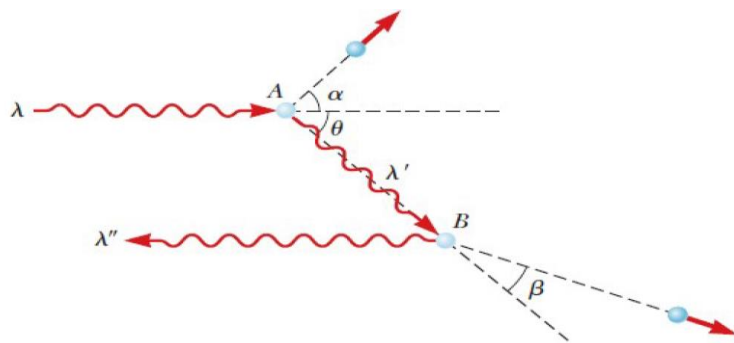


(α)  $\frac{K_1^{max}}{K_2^{max}} = 1,2$ ,      (β)  $\frac{K_1^{max}}{K_2^{max}} = 4$ ,      (γ)  $\frac{K_1^{max}}{K_2^{max}} = 1,5$

**Q4.** Όταν φωτεινή ακτινοβολία προσπίπτει σε μεταλλική επιφάνεια, εκπέμπονται από αυτή φωτοηλεκτρόνια με κινητική ενέργεια  $K$ . Εάν η ενέργεια των φωτονίων της ακτινοβολίας που προσπίπτει στην ίδια μεταλλική επιφάνεια αυξηθεί κατά 25%, τότε η κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων που εκπέμπονται από αυτή αυξάνεται κατά 50%. Το έργο εξαγωγής  $\varphi$ , του μετάλλου αυτού είναι:

(α)  $\varphi = K$ ,      (β)  $\varphi = 2K$ ,      (γ)  $\varphi = K/2$

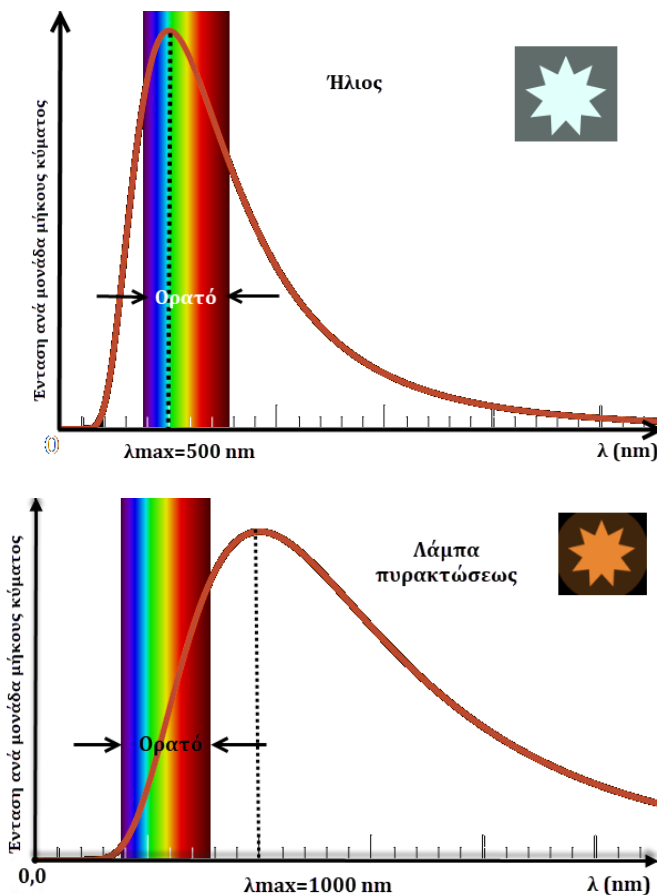
**Q5.** Ένα φωτόνιο με μήκος κύματος  $\lambda$  σκεδάζεται από ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο στο σημείο Α, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Από αυτή την σκέδαση παράγεται ένα δεύτερο φωτόνιο με μήκος κύματος  $\lambda'$ . Στην συνέχεια το φωτόνιο αυτό σκεδάζεται από ένα άλλο ελεύθερο ηλεκτρόνιο στο Β και παράγεται ένα τρίτο φωτόνιο με μήκος κύματος  $\lambda''$ , το οποίο κινείται σε ακριβώς αντίθετη κατεύθυνση από το αρχικό φωτόνιο. Αν δίνονται η σταθερά του Planck  $h$ , η μάζα του ηλεκτρονίου  $m$  και η ταχύτητα το φωτός στο κενό  $c$ , τότε η διαφορά  $\Delta\lambda = \lambda'' - \lambda$  είναι



(α)  $\Delta\lambda = \frac{2h}{mc}$       (β)  $\Delta\lambda = \frac{h}{mc}$       (γ)  $\Delta\lambda = 0$

**Q6.** Για τα όντα που ζουν στη Γη, θα μπορούσαμε να πούμε, ότι βλέπουν στην περιοχή μηκών κύματος του φωτός, η οποία σε γενικές γραμμές εκτείνεται από μήκος κύματος 400 nm (ιώδες), μέχρι μήκος κύματος 700 nm (ερυθρό), την περιοχή του “ορατού φωτός” για τους ανθρώπους. Σύμφωνα με τη θεωρία της εξέλιξης των ειδών του Δαρβίνου, στην περιοχή αυτή που προσαρμόστηκαν τα γήινα όντα, πρέπει να υπάρχει το “περισσότερο φως”. Πράγματι, η μέγιστη ένταση φωτός υπάρχει σε αυτή την περιοχή και είναι σε μήκος κύματος περίπου  $\lambda_{max}^{Γης} = 500 \text{ nm}$ . Η θερμοκρασία στην επιφάνεια του Ήλιου είναι  $T_H = 5800 \text{ K}$ . Σε ένα υποθετικό πλανήτη, άλλου ηλιακού συστήματος, υπάρχουν όντα και βλέπουν φως σε άλλη περιοχή μηκών κύματος, με την μέγιστη ένταση φωτός να αντιστοιχεί σε μήκος κύματος  $\lambda_{max}^{Πλανήτη} = 290 \text{ nm}$ . Να υποθέσετε ότι για τη θερμική ακτινοβολία ενός άστρου, μπορείτε να εφαρμόσετε το νόμο μετατόπισης του Wien για το μέλαν σώμα. Η θερμοκρασία στην επιφάνεια του ήλιου, στο ηλιακό σύστημα του υποθετικού αυτού πλανήτη είναι:

(α)  $T_{H'} = 2900 \text{ K}$  , (β)  $T_{H'} = 58000 \text{ K}$  , (γ)  $T_{H'} = 10000 \text{ K}$



**Q7.** Στις εικόνες που ακολουθούν βλέπετε δύο διαγράμματα έντασης ακτινοβολίας ανά μονάδα μήκους κύματος, σε συνάρτηση με τα μήκη κύματος, οι οποίες προέκυψαν από πειραματικά δεδομένα.

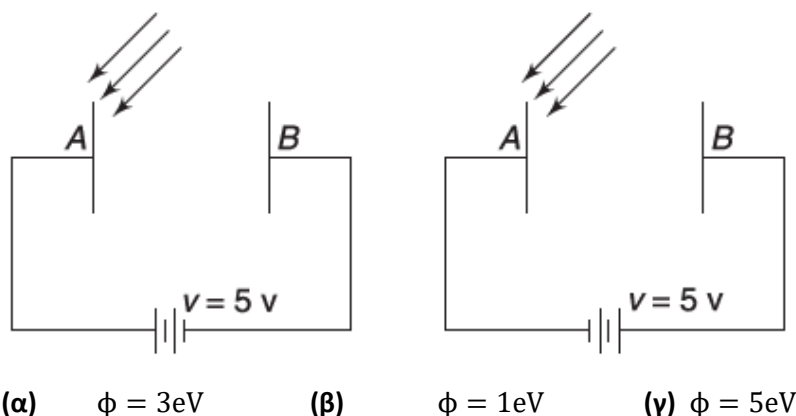
Στην πρώτη που αφορά τον Ήλιο φαίνεται ότι το μέγιστο της καμπύλης εμφανίζεται φυσικά σε μήκος κύματος ορατού φωτός και είναι  $\lambda_{max}^{Ήλιου} = 500 \text{ nm}$ .

Στη δεύτερη που αναφέρεται σε μια λάμπα πυρακτώσεως, το μέγιστο της καμπύλης βρίσκεται στην υπέρυθρη περιοχή και σε μήκος κύματος  $\lambda_{max}^{Λάμπας} = 1000 \text{ nm}$ . Να υποθέσετε ότι, για τη θερμική ακτινοβολία του Ήλιου αλλά και της λάμπας, μπορείτε να εφαρμόσετε το νόμο της μετατόπισης του Wien για το μέλαν σώμα. Επειδή γνωρίζουμε ότι η απόλυτη θερμοκρασία

στην επιφάνεια του Ήλιου είναι  $T_H = 5800 \text{ K}$ , μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η θερμοκρασία στην επιφάνεια της πυρακτωμένου σύρματος στη λάμπα, είναι:

$$(\alpha) T_A = 11600 \text{ K} \quad (\beta) T_A = 2900 \text{ K} \quad (\gamma) T_A = 1450 \text{ K}$$

**Q7.** Σε ένα πείραμα με το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, μία μονοχρωματική ακτίνα φωτός προσπίπτει σε μία μεταλλική πλάκα A όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Παρατηρήθηκε ότι όταν η τάση ήταν  $V = 5\text{V}$ , με την πολικότητα που φαίνεται στο σχήμα αριστερά, η μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων που χτυπούσαν στην πλάκα B ήταν  $1\text{eV}$ . Όταν αντιστράφηκε η πολικότητα της πηγής και διπλασιάστηκε η συχνότητα των φωτονίων που προσπίπτουν στην μεταλλική πλάκα A, παρατηρήθηκε ότι η κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων που χτυπούσαν την πλάκα B ήταν μεταξύ  $5\text{eV}$  και  $20\text{eV}$ . Με βάση αυτά τα δεδομένα, το έργο εξαγωγής του μετάλλου στην πλάκα A είναι:



**Q8.** Ακτίνες X με μήκος κύματος  $\lambda = 0,140 \text{ nm}$  προσπίπτουν σε άνθρακα και σκεδάζονται. Για ποια γωνία  $\varphi$  ανιχνεύονται φωτόνια σε σχέση με την προσπίπτουσα δέσμη και έχουμε τη μέγιστη μετατόπιση μήκους κύματος Compton;

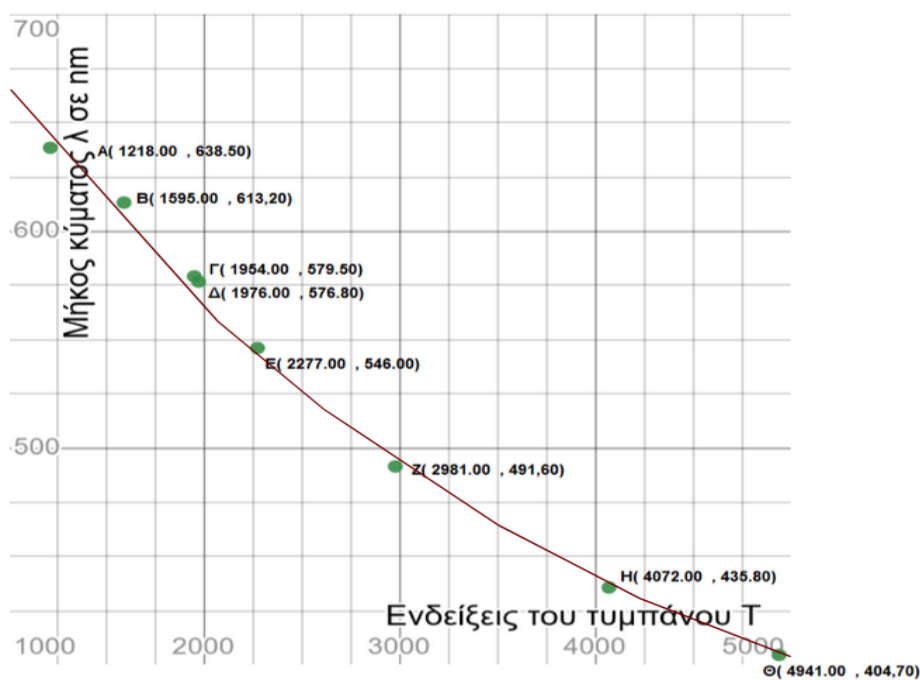
Δίνεται ότι :  $\sin 0^\circ = 1$ ,  $\sin 90^\circ = 0$ ,  $\sin 180^\circ = -1$

$$(\alpha) 0^\circ \quad , \quad (\beta) 90^\circ \quad , \quad (\gamma) 180^\circ$$

**Q9.** Εργαστηριακή ομάδα φοιτητών του Πανεπιστημίου Πατρών πραγματοποίησε εργαστηριακή άσκηση που αφορά τη μελέτη των φασμάτων.

Για την εξέταση των φασμάτων και τη μέτρηση του μήκους κύματος στο εργαστήριο χρησιμοποιείται το φασματοσκόπιο σταθερής εκτροπής. Έτσι ακολουθήθηκε η παρακάτω διαδικασία: Φωτίζουμε με πηγή γραμμικού φάσματος (λυχνία υδραργύρου - Hg) και λαμβάνουμε το φάσμα της. Η ομάδα παρατήρησε τις γραμμές του φάσματος της λυχνίας του Hg καταγράφοντας την ένδειξη της κλίμακας του φασματοσκοπίου  $T$  για διάφορα μήκη κύματος  $\lambda$ . Στη συνέχεια κατασκευάστηκε η «καμπύλη βαθμονόμησης του φασματοσκοπίου» δηλαδή η γραφική παράσταση της σχέσης  $\lambda = f(T)$ . Η

γραφική παράσταση της σχέσης μεταξύ του μήκους κύματος  $\lambda$  και της «ενδείξεως κλίμακας»  $T$  μετά από τη λήψη των πειραματικών μετρήσεων παριστάνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



Στον πίνακα δίνεται η αντιστοιχία χρωμάτων με μήκη κύματος του ορατού φωτός.

Χρώμα	$\lambda$ (nm)
Ιώδες	400 – 440
Κυανό	440 – 480
Πράσινο	480 – 560
Κίτρινο	560 – 590
Πορτοκαλί	590 – 630
Ερυθρό	630 – 700

Ποια είναι τα χρώματα του ορατού φάσματος που παρατηρήθηκε από την ομάδα των φοιτητών ;

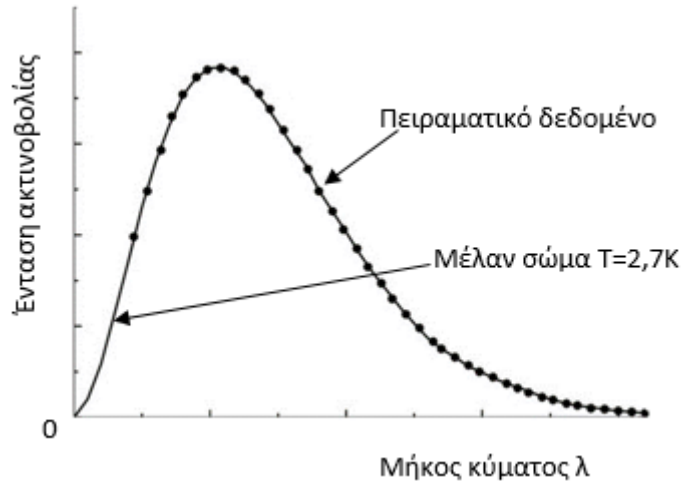
(α) Μόνο το Ερυθρό και το Κίτρινο.

(β) Σίγουρα Ερυθρό, Κίτρινο, Πράσινο και Ιώδες.

(γ) Μόνο το Πράσινο και το Ιώδες.

**Q10.** Η ακτινοβολία που παράχθηκε στην Μεγάλη Έκρηξη (Big Bang) ανακαλύφθηκε το 1965 από τους αστρονόμους Penzias και Wilson (Νόμπελ Φυσικής 1978). Έχει αποδειχτεί πως ακολουθεί την κατανομή ακτινοβολίας ενός μέλανος σώματος. Στο παρακάτω σχήμα τα σημεία απεικονίζουν πειραματικά δεδομένα και η συνεχής γραμμή την καμπύλη κατανομής ακτινοβολίας μέλανος σώματος. Ενώ αρχικά το σύμπαν ήταν υπέρθερμο και ελαχίστων διαστάσεων, λόγω διαστολής ψύχεται και η σημερινή απόλυτη θερμοκρασία αυτής της ακτινοβολίας, γνωστή ως μικροκυματική ακτινοβολία υποβάθρου, είναι περίπου  $T = 2,7\text{K}$ . Αν

θεωρήσουμε ως δεδομένο ότι ένα μέλαν σώμα που έχει απόλυτη θερμοκρασία  $T_1 = 1450\text{K}$  εκπέμπει το μέγιστο της ακτινοβολίας του στην περιοχή του υπέρυθρου Η/Μ φάσματος, σε μήκος κύματος «αιχμής»  $\lambda_{1\text{max}} = 2000\text{nm}$ , το μήκος κύματος  $\lambda_{\text{max}}$  όπου παρατηρούμε τη μέγιστη εκπομπή της μικροκυματικής ακτινοβολίας υποβάθρου είναι πιο κοντά στην τιμή:

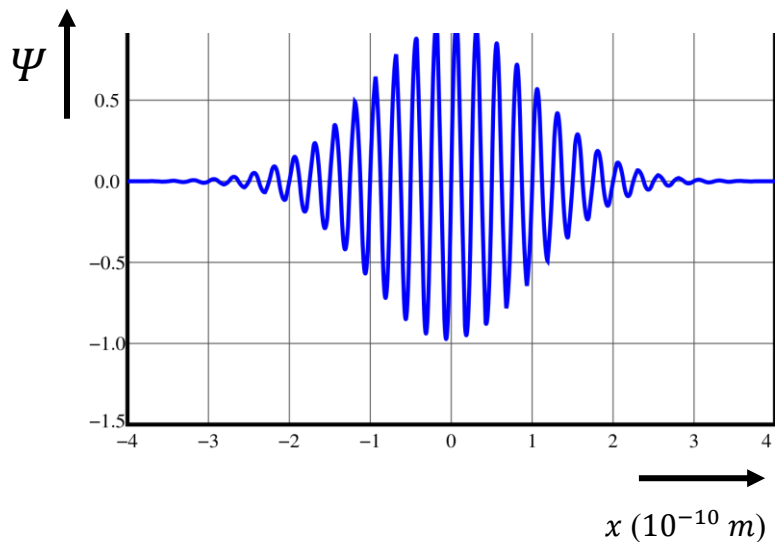


(α)  $\lambda_{\text{max}} \cong 1,1 \text{ mm}$

(β)  $\lambda_{\text{max}} \cong 0,1 \text{ mm}$

(γ)  $\lambda_{\text{max}} \cong 10 \text{ mm}$

**Q11.** Το διάγραμμα δείχνει τη γραφική παράσταση κυματοσυνάρτησης η οποία αντιστοιχεί σε



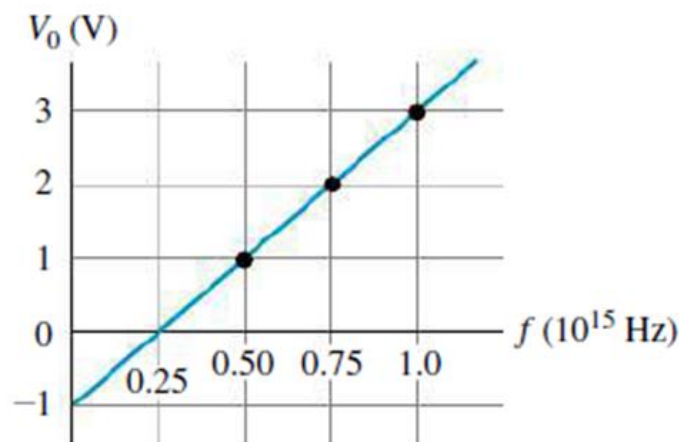
υποατομικό σωματίδιο, σε συνάρτηση με τη θέση του. Η ελάχιστη αβεβαιότητα στην ορμή του σωματιδίου προσεγγίζεται καλύτερα από την τιμή

(α)  $1,5 \times 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$  , (β)  $7,0 \times 10^{-10} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$  , (γ)  $1,0 \times 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

**Q12.** Το μήκος κύματος μέγιστης ακτινοβολίας ενός μέλανος σώματος θερμοκρασίας  $T = 2000\text{K}$  είναι  $\lambda_{max} = 1,5 \cdot 10^{-6}\text{m}$ . Ο Ήλιος εκπέμπει ακτινοβολία μέλανος σώματος. Αν λάβουμε υπόψη ότι η μέση τιμή του μήκους κύματος μέγιστης εκπομπής του είναι  $\lambda_{H,max} = 6 \cdot 10^{-7}\text{m}$ , η απόλυτη θερμοκρασία  $T_H$ , της ηλιακής επιφάνειας είναι

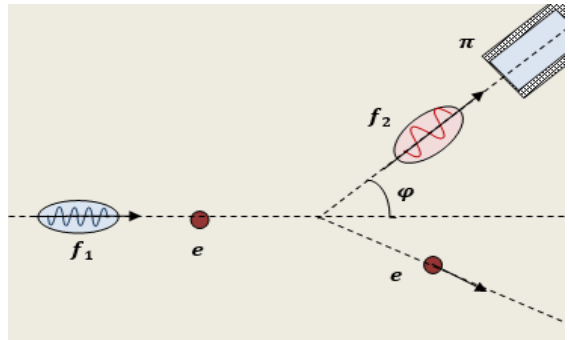
- (α) μεγαλύτερη των  $5000\text{K}$ .  
 (β) μικρότερη των  $5000\text{K}$ .  
 (γ) ίση με  $5000\text{K}$ .

**Q13.** Η φωτοηλεκτρική εξίσωση  $eV_0 = hf - \phi$  δείχνει ότι το δυναμικό αποκοπής  $V_0$  αυξάνεται όταν αυξάνει η συχνότητα των φωτονίων  $f$ . Ένας τρόπος υπολογισμού της σταθεράς  $h$  του Planck είναι μέσω του φωτοηλεκτρικού φαινομένου. Η παρακάτω γραφική παράσταση απεικονίζει τα πειραματικά δεδομένα (μαύρες τελείες) από ένα πείραμα μέτρησης του δυναμικού αποκοπής για διάφορες τιμές της συχνότητας  $f$  και την καλύτερα προσαρμοσμένη ευθεία στα σημεία αυτά. Το υλικό της καθόδου ήταν διαρκώς το ίδιο. Έχοντας ως δεδομένο ότι το 1909 ο Robert Millikan με ένα ευρηματικό πείραμα βρήκε ότι το φορτίο του ηλεκτρονίου έχει απόλυτη τιμή  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$ , η τιμή της σταθεράς του Planck που προκύπτει από αυτά τα πειραματικά δεδομένα είναι:



- (α)  $h = 6,6 \cdot 10^{-34}\text{J} \cdot \text{s}$       (β)  $h = 6,8 \cdot 10^{-34}\text{J} \cdot \text{s}$       (γ)  $h = 6,4 \cdot 10^{-34}\text{J} \cdot \text{s}$

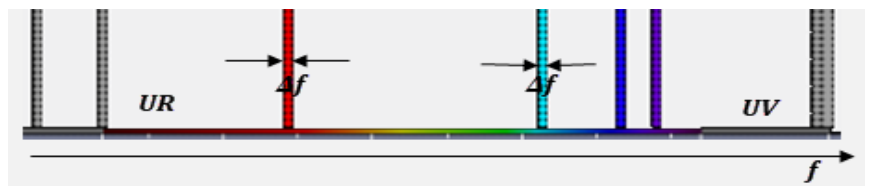
**Q14.** Μελετώντας την πρόσπτωση ακτινών  $X$ , σε μια επιφάνεια, ο Compton περιέγραψε την σκέδαση των φωτονίων μήκους κύματος  $\lambda$  μέσω της σχέσης ( $\lambda' - \lambda = \frac{h}{m \cdot c} (1 - \cos\varphi)$ ), όπου  $h$  είναι η σταθερά Planck,  $m$  η μάζα του ηλεκτρονίου και  $c$  η ταχύτητα του φωτός. Η ποσότητα  $\frac{h}{m \cdot c}$ , έχει διαστάσεις μήκους κύματος και ονομάζεται μήκος κύματος Compton των ηλεκτρονίων ( $\lambda_c = \frac{h}{m \cdot c}$ ). Μια δέσμη φωτονίων με μήκος κύματος ίσο με το μισό του



μήκους κύματος Compton ( $\lambda = \frac{\lambda_c}{2}$ ) σκεδάζεται από τα ηλεκτρόνια ενός στόχου από άνθρακα. Αν ανιχνεύσαμε σκεδαζόμενη δέσμη φωτονίων με κατάλληλο “παράθυρο”, και γωνία σκέδασης  $\varphi = 60^\circ$ , όπως στο σχήμα, το μήκος κύματος των σκεδαζόμενων φωτονίων σε σχέση με το αρχικό είναι:

- (α) αυξημένο κατά 100%,
- (β) μειωμένο κατά 100%,
- (γ) αυξημένο κατά 50%.

**Q14.** Ας υποθέσουμε ότι η διατύπωση της αρχής αβεβαιότητας χρόνου-ενέργειας, μπορεί να γραφεί με τη μορφή  $\Delta E \cdot$



$\Delta t \cong \frac{h}{2\pi}$ , όπου  $h$  η σταθερά του Planck και  $\Delta t$  ο χρόνος εξέλιξης ενός κβαντικού φαινομένου. Αυτή η αρχή μπορεί να εξηγήσει γιατί στα γραμμικά φάσματα εκπομπής των χημικών στοιχείων, το φως που εκπέμπεται σε χαρακτηρισικά για το στοιχείο, μήκη κύματος, δεν είναι αυστηρά μονοχρωματικό.

Για παράδειγμα, στο γραμμικό φάσμα εκπομπής του υδρογόνου, που αποδίδεται με μια εικόνα προσομοίωσης στο πιο πάνω σχήμα, κάθε φασματική γραμμή έχει ένα εύρος συχνοτήτων  $\Delta f$ .

Αν υποθέσουμε ότι ο χρόνος παραμονής του ηλεκτρονίου, στη διεγερμένη κατάσταση, για τα άτομα του υδρογόνου είναι  $\Delta t = \frac{4}{\pi} \cdot 10^{-8} \text{ s}$ , τότε αυτό το εύρος είναι:

$$(\alpha) \Delta f = 0 \quad , \quad (\beta) \Delta f = 1,25 \cdot 10^7 \text{ Hz} \quad , \quad (\gamma) \Delta f = 8 \cdot 10^{-7} \text{ Hz}$$

**Q15.** Όταν φωτεινή ακτινοβολία μήκους κύματος  $\lambda$  προσπίπτει σε μεταλλική επιφάνεια, εκπέμπονται από αυτή φωτοηλεκτρόνια με κινητική ενέργεια  $K$ . Εάν στην ίδια μεταλλική επιφάνεια προσπίπτει φωτεινή ακτινοβολία με μήκος κύματος  $\lambda'$ , που είναι κατά 50% μεγαλύτερο του μήκους κύματος  $\lambda$ , τότε αυτή εκπέμπει φωτοηλεκτρόνια με κινητική ενέργεια  $K' = \frac{K}{2}$ . Το έργο εξαγωγής του μετάλλου αυτού είναι ίσο με:

$$(\alpha) \varphi = 2K \quad , \quad (\beta) \varphi = \frac{7K}{4} \quad , \quad (\gamma) \varphi = \frac{K}{2}$$

**Q16.** Κατά την εφαρμογή πειράματος για την μελέτη του φωτοηλεκτρικού φαινομένου, θελήσαμε να προσδιορίσουμε τα μεγέθη από τα οποία εξαρτάται το μέγιστο ρεύμα (ρεύμα κόρου) που διαρρέει το κύκλωμά μας. Χρησιμοποιήσαμε μονοχρωματική ακτινοβολία που μετέφερε ισχύ  $P$  και είχε συχνότητα  $f$ . Τότε η ένταση του ρεύματος κόρου προέκυψε να είναι

- (α) ανάλογη της ισχύος της χρησιμοποιούμενης δέσμης και ανεξάρτητη της συχνότητας.  
 (β) αντιστρόφως ανάλογη της ισχύος της μονοχρωματικής ακτινοβολίας και ανάλογη του μήκους κύματος αυτής.  
 (γ) ανάλογη της ισχύος της χρησιμοποιούμενης δέσμης και του μήκους κύματος που χρησιμοποιήθηκε.

**Q17.** Τα τελευταία χρόνια χρησιμοποιούνται, ιδιαίτερα σε στρατιωτικές εφαρμογές, κάμερες υπερύθρων για τον εντοπισμό εχθρικών στρατευμάτων σε συνθήκες απόλυτου σκότους. Η φυσιολογική θερμοκρασία του ανθρώπου είναι  $37^{\circ}\text{C}$  ενώ κυμαίνεται από  $35^{\circ}\text{C}$  έως  $40^{\circ}\text{C}$ . Αν θέλουμε να έχουμε τον βέλτιστο εντοπισμό ομάδας ανθρώπων που προσπαθεί να εισβάλλει, σε ποια περιοχή μηκών κύματος πρέπει να ρυθμίσουμε την συσκευή μας:

- (α) 1520-1640 nm , (β) 9260-9420 nm , (γ) 21220-21480 nm

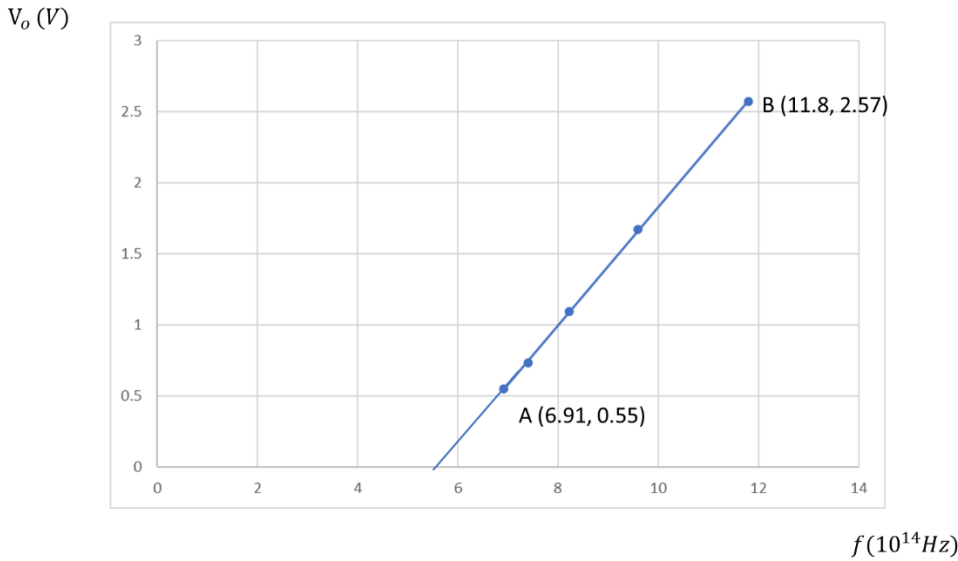
## ΘΕΜΑ Δ

**QD1.** Το 1916 ο Αμερικανός φυσικός Millikan ανακοίνωσε φωτοηλεκτρικά δεδομένα μετρήσεων μέσω των οποίων προσδιόρισε τη σταθερά του Planck με σφάλμα της τάξεως του 0,5%.

Τα ακόλουθα δεδομένα μετρήθηκαν για τη φωτοεκπομπή ενός υλικού.

$\lambda$ (nm)	404,7	365,0	312,5	253,5
$V_0$ (V)	0,73	1,09	1,67	2,57

- 4.1. Να προσδιορίσετε τη συχνότητα που αντιστοιχίζεται σε μήκος κύματος  $253,5\text{nm}$ .  
 4.2. Να προσδιορίσετε την ενέργεια του φωτονίου σε  $eV$ , που αντιστοιχίζεται σε μήκος κύματος  $253,5\text{nm}$ .  
 4.3. Από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση  $K_{max} = hf - \varphi$ , να προσδιορίσετε τη σχέση της τάσης αποκοπής  $V_0$ , συναρτήσει της συχνότητας  $f$ .  
 4.4. Το διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζει την τάση αποκοπής  $V_0$ , συναρτήσει της συχνότητας  $f$ .

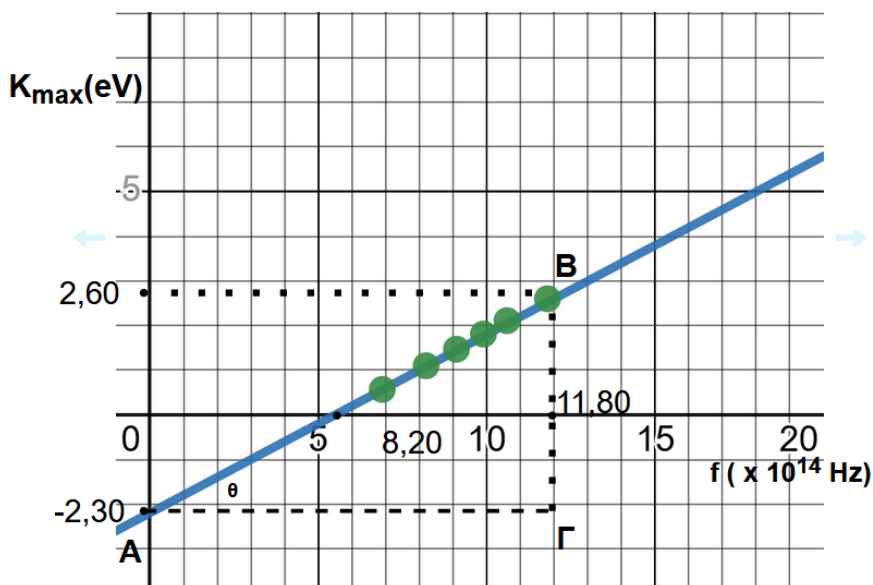


Από την κλίση του διαγράμματος να προσδιορίσετε τη σταθερά του Planck.

Για τις τιμές των φυσικών σταθερών, συμβουλευτείτε το τυπολόγιο που σας δόθηκε μαζί με τις εκφωνήσεις

**QD2.** Σε ένα πείραμα φωτοηλεκτρικού φαινομένου χρησιμοποιήθηκε ως υλικό καθόδου μια επιφάνεια καθαρού νατρίου. Υπολογίσαμε την τιμή της μέγιστης κινητικής ενέργειας  $K_{max}$  των εκπεμπόμενων ηλεκτρονίων. Αυτή μετρήθηκε για ένα αριθμό διαφορετικών συχνοτήτων  $f$  της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Τα ζεύγη τιμών που προέκυψαν απεικονίζονται ως πειραματικά σημεία όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα. Σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση της μέγιστης κινητικής ενέργειας  $K_{max}$  σε συνάρτηση της συχνότητας  $f$  της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, η οποία είναι ευθεία γραμμή.

Με τη βοήθεια του γραφήματος, που είναι το παρακάτω, να υπολογίσετε:



- 4.1. την τιμή της σταθεράς του Planck  $h$ ,
- 4.2. το έργο εξαγωγής  $\Phi$  του νατρίου,
- 4.3. τη συχνότητα κατωφλίου  $f_0$  του νατρίου και
- 4.4. το μήκος κύματος  $\lambda_0$  που αντιστοιχεί στην συχνότητα κατωφλίου  $f_0$ .

Για τις τιμές των φυσικών σταθερών να συμβουλευτείτε το τυπολόγιο που σας δόθηκε μαζί με τις εκφωνήσεις.

**QD3.** Πριν την εισαγωγή της κβαντικής θεωρίας, ένα από τα χαρακτηριστικά του φωτοηλεκτρικού φαινομένου που ήταν αδύνατο να εξηγηθεί ήταν το ελάχιστο χρονικό διάστημα ανάμεσα στην έναρξη φωτισμού του μετάλλου και στην εκπομπή των πρώτων φωτοηλεκτρονίων.

Έστω μεταλλική επιφάνεια που έχει εμβαδόν  $40,0 \text{ cm}^2$ , είναι φτιαγμένη από χαλκό, και φωτίζεται από λάμπα, ώστε στην επιφάνεια να προσπίπτει φως έντασης  $0,280 \text{ W/m}^2$ . Ο χαλκός έχει έργο εξαγωγής  $7,52 \times 10^{-19} \text{ J}$ , ενώ στην επιφάνειά του υπάρχουν ελεύθερα ηλεκτρόνια κατά μέσο όρο σε απόσταση  $2,30 \times 10^{-10} \text{ m}$  το ένα από το άλλο.

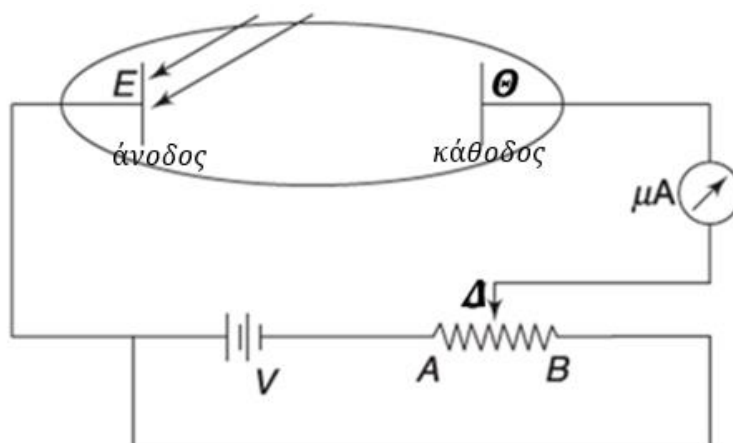
Θα εκτιμήσουμε πρώτα τον χρόνο που θα χρειαζόταν για να ξεκινήσει η εκπομπή φωτοηλεκτρονίων από την επιφάνεια του μετάλλου, αν ίσχυε η κλασική ηλεκτρομαγνητική θεωρία.

- 4.1. Να υπολογίσετε τη συνολική ισχύ που πέφτει στη μεταλλική επιφάνεια.
- 4.2. Να υπολογίσετε την ισχύ του προσπίπτοντος φωτός που αντιστοιχεί κατά μέσο όρο σε κάθε ελεύθερο ηλεκτρόνιο της επιφάνειας.
- 4.3. Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα των προηγούμενων ερωτημάτων, να υπολογίσετε τον μέσο χρόνο που θα χρειαζόταν ένα ηλεκτρόνιο για να εκπεμφθεί από τη μεταλλική επιφάνεια, αν ίσχυε η κυματική θεωρία.

Στην πραγματικότητα, η εκπομπή των φωτοηλεκτρονίων αρχίζει σχεδόν ακαριαία με την πρόσπτωση του φωτός στη χάλκινη επιφάνεια, αρκεί η συχνότητα του φωτός να είναι πάνω από μία συγκεκριμένη τιμή. Αυτό σημαίνει πως η πρόβλεψη του προηγούμενου ερωτήματος δεν ισχύει.

- 4.4. Εξηγήστε με ποιον τρόπο η σωματιδιακή θεωρία αιτιολογεί τη σχεδόν ακαριαία εκπομπή φωτοηλεκτρονίων.

**QD4.** Σε ένα πείραμα με το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, υπεριώδης ακτινοβολία με μήκος κύματος  $\lambda = 300 \text{ nm}$  προσπίπτει στην μεταλλική άνοδο  $E$ . Το έργο εξαγωγής του υλικού της ανόδου είναι  $\phi = 2,4 \text{ eV}$ . Ο αγωγός  $AB$  είναι ομογενής με μήκος  $L = 100 \text{ cm}$  και αντίσταση  $R$ . Η τάση στα άκρα της πηγής είναι  $V = 10 \text{ V}$ . Ο μεταγωγός  $\Delta$  μπορεί να μετακινείται από το  $A$  στο  $B$ . Όταν ο μεταγωγός είναι στο άκρο  $B$ , η ένδειξη του μικροαμπερομέτρου είναι  $i = 6 \mu\text{A}$ . Θεωρώντας ότι το φωτοηλεκτρικό ρεύμα είναι πολύ μικρότερο από το ρεύμα που διαρρέει το ποτενσιόμετρο, να απαντήσετε στις επόμενες ερωτήσεις. Δίνεται η ταχύτητα του φωτός στο κενό  $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , το στοιχειώδες φορτίο  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  και η τιμή του γινομένου της σταθεράς του Planck επί την ταχύτητα του φωτός στο κενό  $h \cdot c = 1200 \text{ eV} \cdot \text{nm}$ .



- 4.1. Να υπολογίσετε την ενέργεια των φωτονίων που προσπίπτουν στην άνοδο E και το μήκος κύματος αποκοπής.
- 4.2. Να βρείτε το δυναμικό αποκοπής και την ένδειξη του μικροαμπερομέτρου, όταν ο δρομέας είναι στο άκρο A του ποτενσιόμετρου.
- 4.3. Να υπολογίσετε τον ρυθμό ροής των ηλεκτρονίων από την άνοδο E στην κάθοδο Θ όταν ο δρομέας Δ βρεθεί στην θέση B.
- 4.4. Ο δρομέας μετακινείται από το A προς το B. Να σχεδιάσετε ποιοτικά την γραφική παράσταση της ένδειξης του μικροαμπερομέτρου σε συνάρτηση με την απόσταση  $x$  του δρομέα Δ από το άκρο A. Στην γραφική παράσταση να συμπεριλάβετε τις μέγιστες και ελάχιστες τιμές των μεγεθών των δύο αξόνων.

## ΣΥΝΘΕΤΑ ΘΕΜΑΤΑ

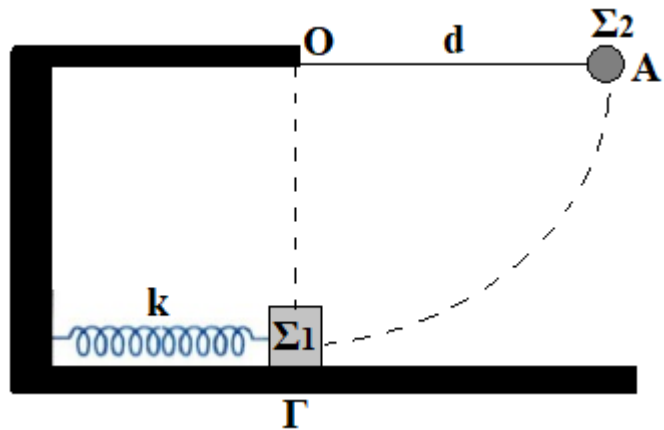
1. Ποδήλατο έχει δύο ρόδες με διαφορετικές ακτίνες  $R_1 = 0,5 \text{ m}$  και  $R_2 = 0,2 \text{ m}$ . Αρχικά το ποδήλατο είναι ακίνητο και ξεκινά με σταθερή επιτάχυνση με τις ρόδες του να κυλούν χωρίς να ολισθαίνουν. Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5 \text{ s}$  το ποδήλατο έχει διανύσει διάστημα  $s = 25 \text{ m}$  από τη στιγμή που ξεκίνησε.

Να υπολογίσετε:

- 4.1. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης κάθε ρόδας.
- 4.2. Το πηλίκο των μέτρων των γωνιακών ταχυτήτων των δύο τροχών την χρονική στιγμή  $t_1$ .
- 4.3. Τον αριθμό των περιστροφών κάθε ρόδας από την χρονική στιγμή  $t = 0$  μέχρι τη  $t_1$ .
- 4.4. Θεωρούμε ότι οι ρόδες είναι κατασκευασμένες από μη αγώγιμο υλικό εκτός από τις ακτίνες τους που είναι αλουμινένιες και αγώγιμες. Στο τιμόνι του ποδηλάτου υπάρχει ειδικό όργανο μέτρησης του γήινου μαγνητικού πεδίου και των συνιστωσών του (μαγνητόμετρο). Το όργανο

δείχνει ότι κατά την κίνηση του ποδηλάτου υπάρχει συνιστώσα του γήινου μαγνητικού πεδίου κάθετη στην επιφάνεια της κάθε ρόδας με ένταση μέτρου  $B_z = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{T}$  και φορά προς τα μέσα (από τον παρατηρητή προς την ρόδα). Να προσδιορίσετε την πολικότητα της επαγωγικής ηλεκτρεγερτικής δύναμης (ΗΕΔ), να γράψετε την εξίσωσή της σε συνάρτηση με τον χρόνο που αναπτύσσεται σε μια ακτίνα  $R_1$  του ποδηλάτου και να υπολογίσετε την στιγμιαία επαγωγική ΗΕΔ την στιγμή  $t_1$ .

**2.** Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 3 \text{ Kg}$  ισορροπεί στο λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι δεμένο σε ελατήριο σταθεράς  $k$ , που βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Δεύτερο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 1 \text{ Kg}$  και αμελητέων διαστάσεων, είναι προσδεμένο με νήμα μη εκτατό, που το άλλο άκρο του είναι προσδεμένο σε σταθερό σημείο  $O$ , με το νήμα σε οριζόντια



θέση. Το μήκος του νήματος είναι  $d = 0,8 \text{ m}$ . Αφήνουμε το σώμα  $\Sigma_2$  ελεύθερο από τη θέση  $A$  να κινηθεί και να συγκρουσθεί κεντρικά και ελαστικά με το σώμα  $\Sigma_1$ . Μετά την κρούση το σώμα  $\Sigma_1$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A_1 = 0,2 \text{ m}$ .

Να υπολογίσετε:

**4.1.** τη σταθερά  $k$  του ελατηρίου.

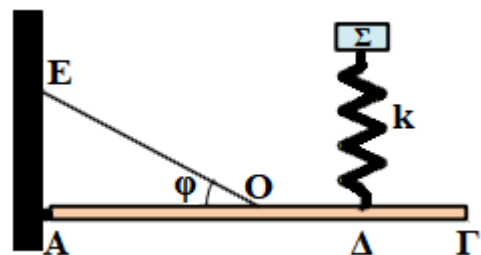
**4.2.** το ύψος  $h$  που θα φτάσει το σώμα  $\Sigma_2$  μετά την κρούση.

**4.3.** το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου, τη στιγμή που αυτό είναι συσπειρωμένο κατά το ήμισυ της μέγιστης συσπείρωσής του και το σώμα κινείται προς τα δεξιά.

**4.4.** Να υπολογίσετε τη στροφορμή του  $\Sigma_2$  ακριβώς πριν την κρούση με το σώμα  $\Sigma_1$ , ως προς τον άξονα που περνά από το σημείο  $O$  και είναι κάθετος στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς του  $\Sigma_2$ .

Να ληφθεί υπόψη ότι η επιτάχυνση βαρύτητας έχει τιμή  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**3.** Στη διάταξη του σχήματος η ομογενής ράβδος  $ΑΓ$  έχει μάζα  $m = 6 \text{ Kg}$ , μήκος  $L$  και ισορροπεί στηριζόμενη σε άρθρωση στη μία άκρη  $A$  και σε νήμα  $OE$  το οποίο είναι δεμένο στο μέσο της  $O$  και σχηματίζει γωνία  $\varphi = 30^\circ$  με τον άξονα της ράβδου, έτσι ώστε η ράβδος να παραμένει



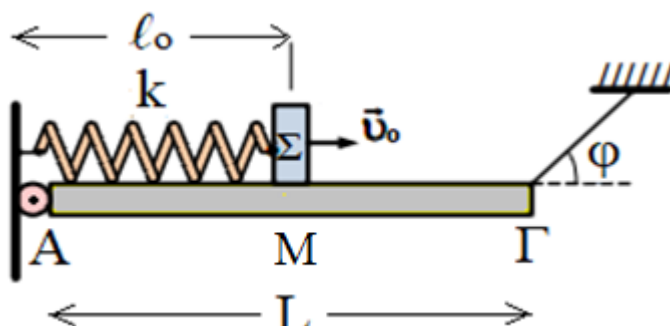
οριζόντια (όπως φαίνεται στο σχήμα). Πάνω στη ράβδο και στο σημείο Δ, του οποίου η απόσταση από το άκρο Γ της ράβδου είναι  $L/4$ , είναι στερεωμένο ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο, σταθεράς  $k = 100\text{N/m}$ , στο πάνω μέρος του οποίου ισορροπεί σώμα Σ, μάζας

$m_{\Sigma} = 1\text{Kg}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μετακινούμε το σώμα Σ στη θέση όπου το ελατήριο είναι στο φυσικό του μήκος και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση. Θεωρώντας ως θετική φορά για την ταλάντωση τη φορά προς τα πάνω να υπολογίσετε:

- 4.1. το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα Σ.
- 4.2. τη μέγιστη τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος εξαιτίας της ταλάντωσης του σώματος Σ.
- 4.3. το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση, τη χρονική στιγμή όπου η τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος εξαιτίας της ταλάντωσης του σώματος Σ παίρνει την ελάχιστη τιμή.
- 4.4. την κινητική ενέργεια του σώματος Σ τη χρονική στιγμή  $t = \frac{\pi}{60}\text{s}$ .

Να ληφθεί υπόψη ότι η επιτάχυνση βαρύτητας έχει τιμή  $g = 10\text{m/s}^2$ .

4. Στη διάταξη του σχήματος η ομογενής ράβδος ΑΓ έχει μάζα  $m = 4\text{Kg}$ , μήκος  $L = 4\text{m}$  και ισορροπεί. Η ράβδος είναι αρθρωμένη στο άκρο Α και δεμένη με νήμα στο άκρο Γ. Το νήμα σχηματίζει γωνία  $\varphi = 30^\circ$  με τον άξονα της ράβδου, έτσι ώστε η ράβδος να παραμένει οριζόντια



(όπως φαίνεται στο σχήμα). Πάνω στη ράβδο τοποθετείται σύστημα που αποτελείται από ιδανικό ελατήριο, σταθεράς  $k = 100\text{N/m}$ , και σώμα Σ, μάζας  $m_{\Sigma} = 1\text{Kg}$ , στερεωμένο στη δεξιά άκρη του ελατηρίου (η αριστερή άκρη του ελατηρίου είναι στερεωμένη στον κατακόρυφο τοίχο πάνω από την άρθρωση). Το σώμα Σ αρχικά βρίσκεται στο μέσο Μ της ράβδου ΑΓ και το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος  $l_0$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  εκτοξεύουμε το σώμα Σ με ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 10\text{m/s}$  προς τα δεξιά. Αν θεωρήσουμε ότι το όριο θραύσης του νήματος έχει την κατάλληλη τιμή ώστε η απλή αρμονική ταλάντωση που θα εκτελέσει το σώμα Σ να γίνεται χωρίς τον κίνδυνο να κοπεί το νήμα να υπολογίσετε:

- 4.1. το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα Σ.

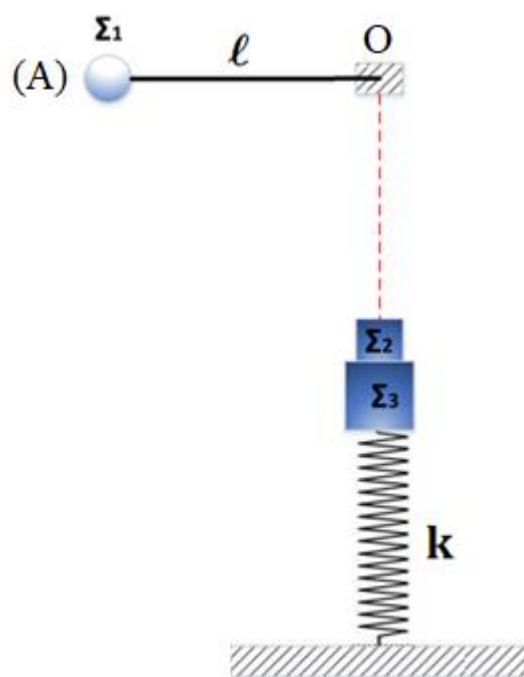
4.2. τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος εξαιτίας της ταλάντωσης του σώματος Σ.

4.3. το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση τη χρονική στιγμή  $t = \frac{3\pi}{10}$  s.

4.4. Αν θεωρήσουμε ότι το όριο θραύσης του νήματος είναι  $T_{\theta\rho} = 52,5\text{N}$ , να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ, τη στιγμή που κόβεται το νήμα.

Να ληφθεί υπόψη ότι η επιτάχυνση βαρύτητας έχει τιμή  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**5.** Στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 100\text{N/m}$  είναι δεμένο σώμα Σ<sub>3</sub>, μάζας  $m_3 = 1\text{Kg}$ . Πάνω στο σώμα Σ<sub>3</sub> και σε επαφή με αυτό βρίσκεται σώμα Σ<sub>2</sub>, μάζας  $m_2 = 3\text{Kg}$  και το σύστημα ισορροπεί. Σε ένα σημείο Ο πάνω στην κατακόρυφο που διέρχεται από τον άξονα του ελατηρίου είναι δεμένο αβαρές μη εκτατό νήμα μήκους  $\ell = 0,8\text{m}$ , στο ελεύθερο άκρο του οποίου έχουμε στερεώσει σώμα Σ<sub>1</sub> μάζας  $m_1 = 2\text{Kg}$ . Φέρνουμε το νήμα με το σώμα Σ<sub>1</sub> στην οριζόντια θέση (Α) και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Όταν το νήμα γίνει κατακόρυφο, το σώμα Σ<sub>1</sub> συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ<sub>2</sub> και ταυτόχρονα κόβεται το νήμα.



4.1. Να υπολογίσετε τις ταχύτητες των σωμάτων Σ<sub>1</sub> και Σ<sub>2</sub> μετά την κρούση.

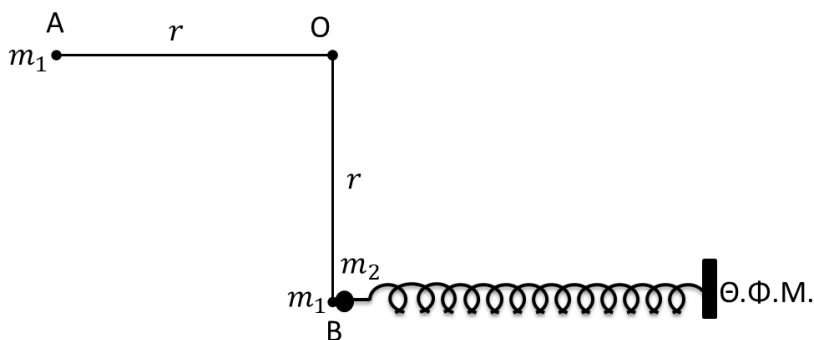
4.2. Το σώμα Σ<sub>3</sub> μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να υπολογίσετε το πλάτος και την περίοδο της ταλάντωσης.

4.3. Θεωρώντας ως χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , τη στιγμή της κρούσης, αμελητέα τη διάρκεια της και θετική την φορά προς τα κάτω, να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή  $t = \frac{\pi}{4}$  s, την κινητική ενέργεια του σώματος Σ<sub>3</sub>.

4.4. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή  $t = \frac{\pi}{10}$  s, το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου.

Να ληφθεί υπόψη ότι η επιτάχυνση βαρύτητας έχει τιμή  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**7.** Ένα υλικό σημείο  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 100g$  κρέμεται από το κάτω άκρο ιδανικού νήματος μήκους  $r = 0,8\text{ m}$ . Το άλλο άκρο του νήματος είναι δεμένο σε σταθερό σημείο  $O$ . Φέρνουμε το  $\Sigma_1$  στη θέση  $A$  όπου το νήμα είναι τεντωμένο και οριζόντιο και το αφήνουμε να κινηθεί. Τη στιγμή που το νήμα γίνεται κατακόρυφο το υλικό σημείο  $\Sigma_1$  συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με υλικό σημείο  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 700g$  που ηρεμούσε σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 70 \frac{N}{m}$ . Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο. Δίνεται



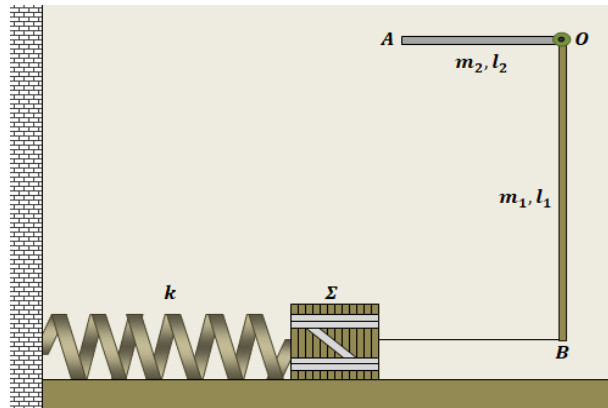
η επιτάχυνση βαρύτητας  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ .

- 4.1. Να υπολογίσετε την στροφορμή του  $\Sigma_1$  ακριβώς πριν την κρούση, ως προς τον άξονα που περνά από το σημείο  $O$  και είναι κάθετος στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς του  $\Sigma_1$ .
- 4.2. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων των  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  ακριβώς μετά την κρούση.
- 4.3. Το  $\Sigma_2$  μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου και το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να μηδενιστεί η ταχύτητα του  $\Sigma_2$  για πρώτη φορά μετά την κρούση. Να υποθέσετε ότι δεν γίνεται άλλη κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων

**8.** Δύο λεπτές και ομογενείς ράβδοι  $OA$  και  $OB$  από διαφορετικά υλικά, συγκολλούνται στο ένα άκρο τους  $O$ , ώστε να σχηματίζουν ορθή γωνία. Η ράβδος  $OB$  έχει μήκος  $l_1 = 0,8\text{ m}$  και μάζα  $m_1 = 0,4\text{ kg}$ . Η ράβδος  $OA$ , έχει το μισό μήκος από την  $OB$ , ( $l_2 = 0,4\text{ m}$ ) και διπλάσια μάζα ( $m_2 = 0,8\text{ kg}$ ), από αυτή. Το σύστημα των δύο ράβδων, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, ως ένα σώμα, γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα, κάθετο στο επίπεδό τους ο οποίος διέρχεται από την κορυφή  $O$  της ορθής γωνίας.

Οριζόντιο αβαρές νήμα, συνδέει το άκρο  $B$  της ράβδου  $OB$  με άλλο σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m_3 = 0,2\text{ kg}$ , το οποίο μπορεί να ολισθαίνει πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Το  $\Sigma$  είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 20 \frac{N}{m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο. Ο άξονας του ελατηρίου είναι στην ίδια ευθεία με το νήμα.

Αρχικά το σύστημα ισορροπεί έτσι ώστε, με κατάλληλη επιμήκυνση του ελατηρίου, η ράβδος OB να συγκρατείται κατακόρυφη όπως στο σχήμα.



**4.1.** Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου, σε σχέση με το φυσικό του μήκος, στην αρχική κατάσταση ισορροπίας του συστήματος.

Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  το νήμα κόβεται, το σώμα  $\Sigma$  αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και το σύστημα των δύο ράβδων αρχίζει να περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από τον άξονα O.

**4.2.** Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του σώματος  $\Sigma$  κατά την ταλάντωση που εκτελεί μετά την κοπή του νήματος.

**4.3.** Να υπολογίσετε την ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος σώμα  $\Sigma$ -ελατήριο.

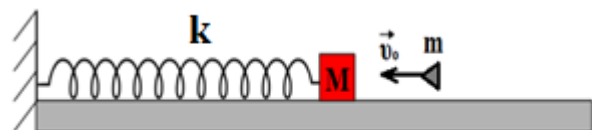
**4.4.** Αφού θεωρήσετε θετική φορά από τον τοίχο προς το σώμα  $\Sigma$ , να γράψετε τη σχέση  $F_{ελ} - t$ , η οποία αποδίδει τιμές της δύναμης του ελατηρίου με το χρόνο, από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα και να την αποδώσετε γραφικά σε διάγραμμα με βαθμονομημένους άξονες, για διάρκεια μιας περιόδου της ταλάντωσης.

Να θεωρήσετε το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας  $g = 10 \frac{m}{s^2}$  και ασήμαντες τις αντιστάσεις αέρα.

**9.** Σώμα μάζας  $M = 150 \text{ g}$  βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι προσδεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς  $k = 80 \text{ N/m}$ , η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη ακλόνητα.

Το σώμα μάζας  $M$  αρχικά ισορροπεί ακίνητο με το

ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος. Βλήμα μάζας  $m = 50 \text{ g}$ , που κινείται στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα  $v_0 = 20 \text{ m/s}$ , συγκρούεται με το σώμα μάζας  $M$  και σφηνώνεται σε αυτό, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.

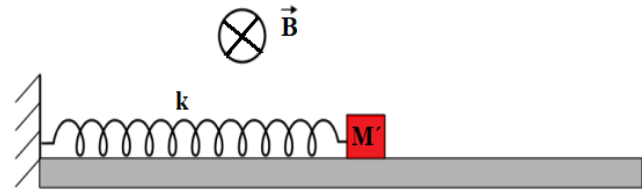


Σχήμα 1

**4.1.** Να υπολογίσετε το διάστημα που θα διανύσει το συσσωμάτωμα στο χρονικό διάστημα μιας περιόδου  $T$  της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει.

Στην άκρη του προηγούμενου οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς  $k = 80 \text{ N/m}$ , συνδέουμε τώρα ένα σώμα μάζας  $M' = 50 \text{ g}$ , που είναι αρνητικά φορτισμένο με ηλεκτρικό φορτίο  $q = -0,1 \text{ C}$ . Στην περιοχή που

βρίσκεται όλη η διάταξη επικρατεί οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου  $B = 1\text{ T}$  και φοράς από τον αναγνώστη προς τη σελίδα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2. Το σώμα μάζας  $M'$  αρχικά ισορροπεί ακίνητο με το ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος. Κάποια στιγμή, απομακρύνουμε το σώμα μάζας  $M'$  οριζόντια κατά  $d$ , στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και το αφήνουμε ελεύθερο, με αποτέλεσμα να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο.



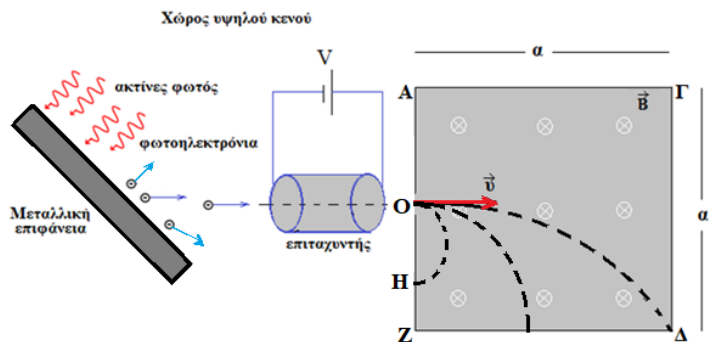
Σχήμα 2

**4.2.** Να υπολογίσετε τη μέγιστη απομάκρυνση  $d_{max}$ , που μπορούμε να δώσουμε στο σώμα μάζας  $M'$ , έτσι ώστε αυτό να μην χάνει κατά την κίνησή του την επαφή του με το έδαφος.

**4.3.** Όταν το σώμα μάζας  $M' = 50\text{ g}$ , ισορροπεί ακίνητο με το ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος, το απομακρύνουμε οριζόντια προς τα δεξιά κατά  $d = 0,1\text{ m}$ , στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και το αφήνουμε ελεύθερο, με αποτέλεσμα να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογίσετε τη δύναμη Lorentz που ασκείται στο σώμα μάζας  $M'$  όταν βρεθεί για πρώτη φορά σε απομάκρυνση  $x = +0,05\text{ m}$  από τη θέση ισορροπίας του, θεωρώντας ως θετική φορά στην ταλάντωση εκείνη κατά την οποία το ελατήριο επιμηκώνεται.

Να ληφθεί υπόψη ότι η επιτάχυνση βαρύτητας έχει τιμή  $g = 10\text{ m/s}^2$ .

**10.** Στο σχήμα απεικονίζεται μια μεταλλική επιφάνεια που βρίσκεται σε χώρο όπου έχουμε υψηλό κενό. Πάνω σε αυτή προσπίπτει μονοχρωματική ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία καθορισμένης συχνότητας. Τα φωτοηλεκτρόνια που εκπέμπονται διέρχονται από έναν επιταχυντή, τάσης  $V =$



$160\text{ V}$  και στην συνέχεια περνούν σε περιοχή όπου επικρατεί ομογενές μαγνητικό πεδίο τετραγωνικής διατομής με πλευρά  $a = 8\text{ cm}$ , με δυναμικές γραμμές κάθετες στην ταχύτητα των φωτοηλεκτρονίων και ένταση μέτρου  $B = 2,5 \cdot 10^{-3}\text{ T}$ . Το έργο εξαγωγής της μεταλλικής επιφάνειας είναι  $\varphi = 12\text{ eV}$ . Τα φωτοηλεκτρόνια που εξάγονται από τη μεταλλική επιφάνεια μπορούν να κινούνται σε διάφορες διευθύνσεις. Με κατάλληλο πέτασμα εξασφαλίζουμε ότι θα εισέλθουν στο μαγνητικό πεδίο μόνο όσα ακολουθήσουν ευθύγραμμη και οριζόντια πορεία. Η είσοδος στο μαγνητικό πεδίο γίνεται από το μέσο  $O$  της πλευράς  $AZ$ . Στη συνέχεια τα φωτοηλεκτρόνια διαγράφουν τμήμα κυκλικών τροχιών και εξέρχονται από σημεία των  $(OZ)$  και  $(Z\Delta)$ .

Να υπολογίσετε:

**4.1.** το μέγιστο μήκος κύματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας ώστε να έχουμε εξαγωγή φωτοηλεκτρονίων. Σε ποια περιοχή του φάσματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας βρίσκεται αυτό;

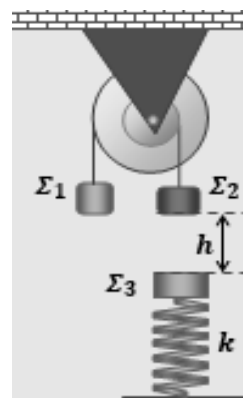
**4.2.** την ελάχιστη απόσταση ( $OH$ ).

**4.3.** Για ποια τιμή του μήκους κύματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας τα φωτοηλεκτρόνια βγαίνουν από την κορυφή  $\Delta$ ; Σε ποια περιοχή του φάσματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας βρίσκεται αυτό;

Να θεωρήσετε ότι δεν έχουμε σχετικιστικά φαινόμενα.

Τα αριθμητικά αποτελέσματα της άσκησης να υπολογιστούν με προσέγγιση δύο δεκαδικών ψηφίων.

**11.** Η διπλή τροχαλία του σχήματος αποτελείται από δύο ομοαξονικές τροχαλίες με ακτίνες  $R_1$  και  $R_2$ , για τις οποίες ισχύει  $R_1 = 2 \cdot R_2$ . Οι δύο τροχαλίες αποτελούν ένα ενιαίο στερεό το οποίο μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον οριζόντιο άξονα στο κέντρο του. Στα αυλάκια της διπλής τροχαλίας έχουμε τυλίξει αβαρή νήματα και στο άκρο τους αντίστοιχα έχουμε δέσει τα σώματα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1$  και  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 1 \text{ kg}$ . Αρχικά η διπλή τροχαλία και τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  ισορροπούν ακίνητα, όπως στο σχήμα.



Κάποια στιγμή το νήμα που κρατάει το σώμα  $\Sigma_2$  κόπηκε και το σώμα αυτό, με ελεύθερη πτώση, πέφτει και συγκρούεται με άλλο σώμα  $\Sigma_3$ , το κέντρο του οποίου βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη με το κέντρο του  $\Sigma_2$ , σε απόσταση  $h = 0,45 \text{ m}$  κάτω από αυτό. Το σώμα  $\Sigma_3$  έχει μάζα  $m_3 = 2 \text{ kg}$  και αρχικά ισορροπεί ακίνητο, δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ , το κάτω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο δάπεδο, όπως στο σχήμα. Η κρούση των δύο σωμάτων είναι πλαστική, ασήμαντης χρονικής διάρκειας και το συσσωμάτωμα που δημιουργείται εκτελεί αμέσως μετά, κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση.

Να υπολογίσετε:

**4.1.** Τη μάζα  $m_1$  του σώματος  $\Sigma_1$ .

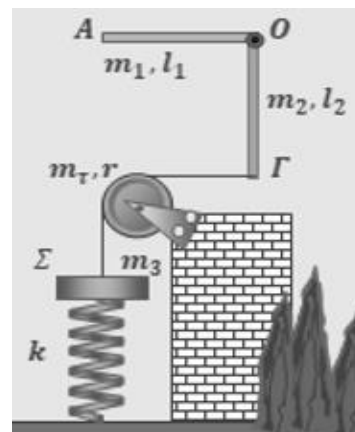
**4.2.** Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος που δημιουργείται από τα σώματα  $\Sigma_2$  και  $\Sigma_3$ , αμέσως μετά την πλαστική κρούση μεταξύ τους.

**4.3.** Το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση.

**4.4.** Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος, αμέσως μετά την πλαστική κρούση.

Να υποθέσετε ασήμαντες τις αντιστάσεις αέρα και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

**12.** Δύο λεπτές, ισοπαχείς και ομογενείς ράβδοι ( $OA$ ) και ( $OG$ ), έχουν συγκολληθεί στο κοινό τους άκρο  $O$ , έτσι ώστε να κινούνται σαν ένα σώμα και να είναι κάθετες μεταξύ τους. Στο κοινό άκρο  $O$  των δύο ράβδων προσαρμόσαμε σταθερό άξονα, οριζόντιο και κάθετο στο επίπεδό τους, γύρω από τον οποίο μπορούν να περιστρέφονται ελεύθερα, χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα. Οι δύο ράβδοι έχουν μάζες  $m_{(OA)} = m_1 = 6 \text{ kg}$  και  $m_{(OG)} = m_2 = 3 \text{ kg}$ . Τα μήκη των δύο ράβδων είναι ίσα και δίνονται  $l_1 = l_2 = l = 2,5 \text{ m}$ . Στο άκρο  $\Gamma$  της ράβδου  $OG$ , δέσαμε το ένα άκρο αβαρούς και μη ελαστικού νήματος. Το νήμα τεντωμένο και οριζόντιο περνάει στο αυλάκι μιας τροχαλίας μάζας  $m_T = 1 \text{ kg}$  και ακτίνας  $r$ , η οποία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα στο κέντρο της. Το νήμα μετά την τροχαλία τεντωμένο και κατακόρυφο, δένεται σε σώμα  $\Sigma$ , μάζας  $m_3 = 3 \text{ kg}$ , το οποίο είναι στερεωμένο στο πάνω άκρο ιδανικού, κατακόρυφου και αβαρούς ελατηρίου, σταθεράς  $k = 300 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ , το κάτω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο, όπως στο σχήμα. Το κέντρο μάζας του  $\Sigma$  βρίσκεται στην κατακόρυφη ευθεία του άξονα του ελατηρίου.



Αρχικά η διάταξη ισορροπεί, με όλα τα σώματα ακίνητα και τα κέντρα τους στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

**4.1** Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης ( $\vec{T}$ ) του νήματος, την οποία δέχεται η ράβδος ( $OG$ ) στο άκρο  $\Gamma$ .

**4.2** Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης ( $\vec{F}$ ), την οποία δέχεται η τροχαλία από τον άξονά της.

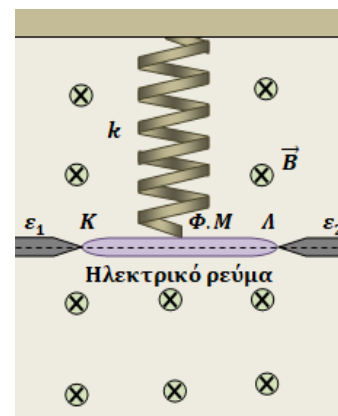
Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , κόψαμε το νήμα, με αποτέλεσμα το σώμα  $\Sigma$  να τεθεί σε κατακόρυφη ταλάντωση.

**4.3** Να δείξετε ότι η ταλάντωση του σώματος  $\Sigma$  είναι απλή αρμονική και να υπολογίσετε την περίοδό της.

**4.4** Να υπολογίσετε τη μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης και τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του συστήματος εξαιτίας του παραμορφωμένου ελατηρίου.

Οι αντιστάσεις αέρα αγνοούνται και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας θεωρείται  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

**13.** Ευθύγραμμος μεταλλικός αγωγός  $KL$ , μήκους  $l = 20 \text{ cm}$  και μάζας  $m = 200 \text{ g}$ , είναι στερεωμένος στο κάτω άκρο ιδανικού κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς  $k = 20 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ , το πάνω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε οροφή, έτσι ώστε ο αγωγός να είναι πάντα οριζόντιος. Αρχικά τα άκρα του αγωγού  $KL$  είναι σε αγώγιμη επαφή με δύο μεταλλικές επαφές  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  οι οποίες δεν ασκούν καμία δύναμη στήριξης στον αγωγό, απλά η επαφή μαζί τους έχει ως αποτέλεσμα αυτός να διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα σταθερής έντασης και φοράς. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο



έντασης  $\vec{B}$  μέτρου  $B = 4 \text{ T}$ , με αποτέλεσμα ο αγωγός  $KL$ , να ισορροπεί ακίνητος και το ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος. Στο σχήμα βλέπετε μια όψη αυτής της υποθετικής διάταξης, με τις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου να κατευθύνονται από τον αναγνώστη προς τη σελίδα. Να θεωρήσετε  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας.

**4.1.** Να προσδιορίσετε την ένταση και τη φορά του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό  $KL$ .

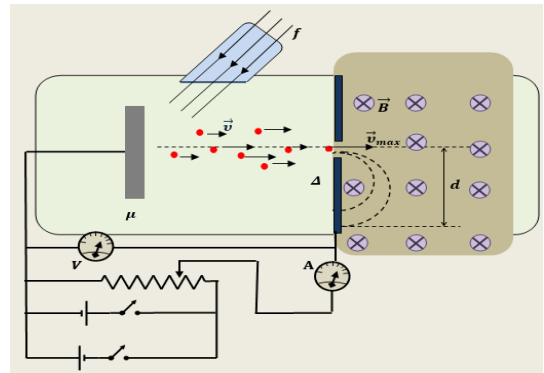
Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , με τη βοήθεια αυτοματισμού που υπάρχει στη διάταξη, απομακρύνονται ακαριαία οι δύο επαφές  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  με αποτέλεσμα ο αγωγός  $KL$  να πάψει να διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα και να αρχίσει να ταλαντώνεται. Οι αντιστάσεις αέρα μπορούν να αγνοηθούν.

**4.2.** Να αποδείξετε ότι η ταλάντωση που εκτελεί ο αγωγός  $KL$  είναι απλή αρμονική και να υπολογίσετε την κυκλική συχνότητά της.

**4.3.** Να υπολογίσετε τη μέγιστη δυναμική ενέργεια ελατηρίου στη διάρκεια της ταλάντωσης του αγωγού  $KL$ .

**4.4.** Να εκφράσετε τη διαφορά δυναμικού  $V_K - V_A$  που επάγεται στα άκρα του αγωγού  $KL$ , ως συνάρτηση του χρόνου από τη στιγμή που άρχισε η ταλάντωσή του.

**14.** Με τη βοήθεια μιας συσκευής παρατήρησης του φωτοηλεκτρικού φαινομένου, δημιουργήσαμε μια πειραματική διάταξη μέτρησης της σταθεράς δράσης του Planck ( $h$ ), η οποία φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί. Η κάθοδος αποτελείται από μέταλλο ( $\mu$ ), με άγνωστο έργο εξαγωγής ( $\varphi$ ) και φωτίζεται κατάλληλα μέσω παραθύρου εισόδου του φωτός. Η άνοδος είναι μια μεταλλική επίπεδη επιφάνεια με οπή σε κατάλληλη θέση, ώστε να περνά μια



δέσμη ηλεκτρονίων που κατευθύνονται προς αυτή από την κάθοδο, όταν συμβαίνει φωτοηλεκτρικό φαινόμενο. Στο χώρο πίσω από την κάθοδο μπορεί να ενεργοποιείται ομογενές μαγνητικό πεδίο, κάθετο στη δέσμη των ηλεκτρονίων, παράλληλο με την επιφάνεια της ανόδου, το οποίο δεν επηρεάζει την κίνηση των ηλεκτρονίων στο χώρο μεταξύ καθόδου και ανόδου, όταν ενεργοποιείται, όπως στο σχήμα. Επίσης μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η κίνηση των ηλεκτρονίων, μέσα στο μαγνητικό πεδίο πίσω από την επιφάνεια της ανόδου, δεν επηρεάζεται καθόλου από το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ ανόδου-καθόδου. Με τη βοήθεια της διάταξης, βρήκαμε ότι η συχνότητα κατωφλίου είναι  $f_0 = 7 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ . Όταν η κάθοδος φωτίζεται με μονοχρωματικό υπεριώδες φως, συχνότητας  $f = 1,5 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ , δημιουργείται δέσμη ηλεκτρονίων και αν ενεργοποιήσουμε το μαγνητικό πεδίο, χωρίς να εφαρμόσουμε εξωτερική τάση μεταξύ ανόδου-καθόδου, τα ηλεκτρόνια εκτελούν ημικυκλικές τροχιές στο χώρο του μαγνητικού πεδίου και αφήνουν στίγματα σε κατάλληλο υλικό το οποίο αποτελεί την πίσω επιφάνεια της ανόδου. Η μέγιστη διάμετρος που καταγράψαμε στη διάρκεια του πειράματος για τις τροχιές αυτές, είναι  $d = 4 \text{ mm}$ , όταν η ένταση του μαγνητικού πεδίου

ήταν  $B = 3 \text{ mT}$ . Το ηλεκτρικό φορτίο του ηλεκτρονίου είναι  $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  και η μάζα του  $m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .

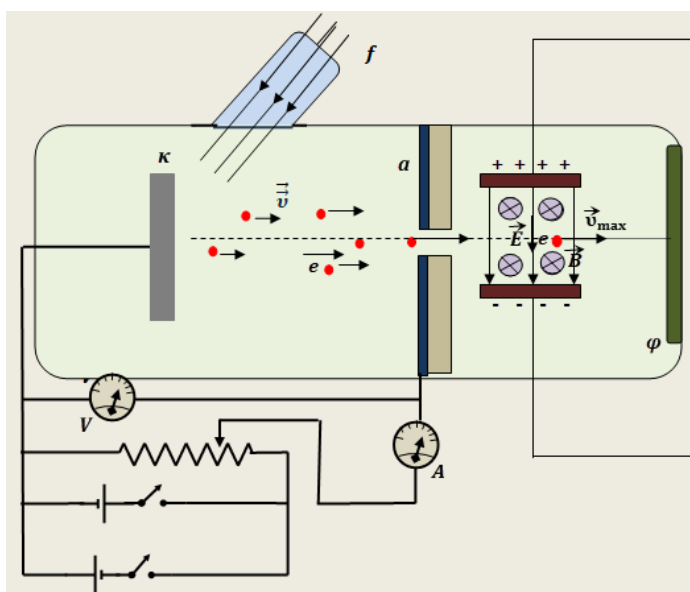
4.1. Να υπολογίσετε σε  $eV$  τη μέγιστη κινητική ενέργεια των εξερχόμενων ηλεκτρονίων για τη συχνότητα  $f$  του φωτός με το οποίο φωτίζεται το μέταλλο της καθόδου.

4.2. Από τα δεδομένα του πειράματος να υπολογίσετε τη σταθερά του Planck σε μονάδες  $eV \cdot s$ , αλλά και  $J \cdot s$ .

4.3. Να υπολογίσετε το έργο εξαγωγής  $\phi$  σε  $eV$ , από την επιφάνεια του μετάλλου της καθόδου, χρησιμοποιώντας για τη σταθερά του Planck, την τιμή που υπολογίσατε στο προηγούμενο ερώτημα.

4.4. Να υπολογίσετε την τάση αποκοπής για την συχνότητα  $f$  με την οποία φωτίζεται το μέταλλο της καθόδου.

**15.** Στο σωλήνα υψηλού κενού, μιας συσκευής μελέτης του φωτοηλεκτρικού φαινομένου, το μέταλλο της καθόδου ( $\kappa$ ) φωτίζεται με ακτινοβολία από κατάλληλο παράθυρο. Η άνοδος ( $\alpha$ ), είναι μια επίπεδη μεταλλική επιφάνεια με κατάλληλη οπή στο κέντρο της από την οποία διέρχεται η δέσμη των ηλεκτρονίων. Τα ηλεκτρόνια που περνούν στο χώρο πίσω από την άνοδο δεν επηρεάζονται καθόλου από το ηλεκτρικό πεδίο που επικρατεί μεταξύ άνοδου και καθόδου της συσκευής.



Η δέσμη των ηλεκτρονίων μετά την άνοδο, περνάει από την περιοχή μεταξύ δύο οριζόντιων φορτισμένων μεταλλικών πλακών (σχήμα) που παράγουν ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης  $\vec{E}$ , παράλληλο στην επιφάνεια της ανόδου και κάθετο στην διεύθυνση κίνησης της δέσμης των ηλεκτρονίων. Στην ίδια περιοχή έχουμε δημιουργήσει ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $\vec{B}$ , το μέτρο της οποίας μπορούμε να μεταβάλλουμε. Η κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετη στην δέσμη των ηλεκτρονίων αλλά και στην κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου, έτσι ώστε η δύναμη Lorentz ( $\vec{F}_L$ ) που δέχονται τα ηλεκτρόνια από αυτό, να είναι αντίθετης κατεύθυνσης από την δύναμη ( $\vec{F}_{ηλ}$ ) που δέχονται από το ηλεκτρικό πεδίο. Τα δύο πεδία ισοδυναμούν με ένα «φίλτρο ταχυτήτων», αφού επιτρέπουν την ευθύγραμμη διάδοση μόνο εκείνων των ηλεκτρονίων που έχουν ορισμένη ταχύτητα. Στο δεξιό άκρο του αερόκενου σωλήνα, έχουμε στρώσει φωτογραφικό φιλμ ( $\phi$ ), στο οποίο τα ηλεκτρόνια αφήνουν ίχνος.

Φωτίσαμε το μέταλλο της καθόδου με ακτινοβολία συχνότητας  $f = 1,5 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ . Όταν η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο φίλτρο ταχυτήτων έχει μέτρο  $E = 3,2 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ , βρήκαμε ότι το ελάχιστο μέτρο της

έντασης μαγνητικού πεδίου στην ίδια περιοχή, για την οποία ηλεκτρόνια περνούν ανεπηρέαστα προς τη φωτογραφική επιφάνεια  $\varphi$ , είναι  $B_{min} = 3 \text{ mT}$ . Να θεωρήσετε ότι η μάζα του ηλεκτρονίου είναι  $m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  και το στοιχειώδες φορτίο  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

**4.1** Να υπολογίσετε σε eV, τη μέγιστη κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων που εξέρχονται από το μέταλλο της καθόδου, για τη συγκεκριμένη συχνότητα ακτινοβολίας.

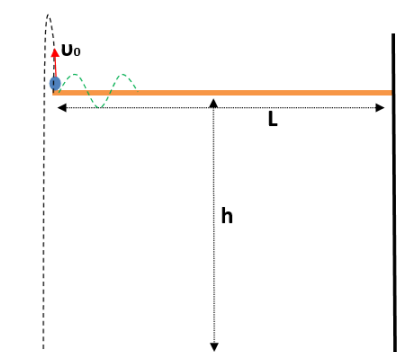
**4.2.** Αν δίνεται ότι η συχνότητα κατωφλίου για το μέταλλο της καθόδου είναι  $f_0 = 7 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ , να υπολογίσετε τη σταθερά δράσης του Planck, όπως αυτή προσδιορίζεται από τα αποτελέσματα αυτού του πειράματος.

**4.3.** Χρησιμοποιώντας για τη σταθερά Planck, την τιμή που προσδιορίσατε στο προηγούμενο ερώτημα, να υπολογίσετε σε eV το έργο εξαγωγής  $\varphi$  του μετάλλου της καθόδου.

**4.4.** Για τη συχνότητα ακτινοβολίας  $f = 1,5 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ , που χρησιμοποιήσαμε στο παραπάνω πείραμα, να υπολογίσετε την τάση αποκοπής.

**16.** Σημειακό σώμα πέφτει στο ακραίο σημείο οριζόντιου γραμμικού ελαστικού μέσου, μήκους  $L = 6,125 \text{ m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο, σε ύψος  $h = 15 \text{ m}$  από το έδαφος.

Το σώμα μετά την κρούση, αναγκάζει το άκρο του ελαστικού μέσου να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος  $A = 0,4 \text{ m}$ . Το χρονικό διάστημα για να ξαναπεράσει το άκρο του ελαστικού μέσου για πρώτη φορά από την θέση ισορροπίας του είναι  $t = \frac{1}{50} \text{ s}$ . Εκείνη τη στιγμή το



σώμα αποχωρίζεται από το ελαστικό μέσο και εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα  $u_0 = 20 \text{ m/s}$ . Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ) και θεωρούμε ότι δεν ασκούνται δυνάμεις αντίστασης σε κανένα σώμα.

**4.1.** Να υπολογίσετε σε πόσο χρόνο το σώμα θα φθάσει στο έδαφος.

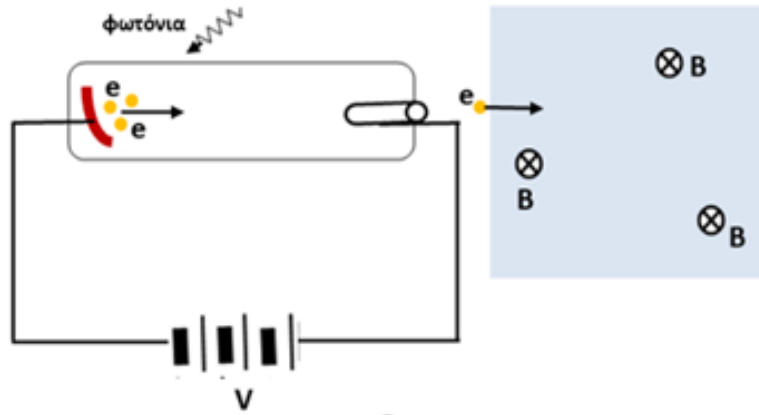
**4.2.** Από το ταλαντούμενο άκρο του ελαστικού μέσου ξεκινά να διαδίδεται εγκάρσιο κύμα με νέα συχνότητα διπλάσια από εκείνη που ταλαντώνονταν πριν εκτοξευτεί το σώμα. Αν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι  $u_\delta = 25 \text{ m/s}$ , να γράψετε:

(i) την εξίσωση του τρέχοντος κύματος (πριν συμβεί ανάκλαση του κύματος στο ακλόνητο άκρο) και

(ii) την εξίσωση του στιγμιότυπου του κύματος την χρονική στιγμή  $t' = 0,2 \text{ s}$

**4.3.** Για το μήκος του ελαστικού μέσου ( $L = 6,125 \text{ m}$ ) που δόθηκε, να εξετάσετε αν θα δημιουργηθεί στάσιμο κύμα και εφόσον δημιουργηθεί να προσδιορίσετε τον αριθμό των δεσμών και των κοιλιών του πάνω στο μέσο.

**17.** Σε μια πειραματική διάταξη για την μελέτη του φωτοηλεκτρικού φαινομένου, χρησιμοποιείται πηγή μονοχρωματικής ακτινοβολίας που εκπέμπει φωτόνια συχνότητας  $f = 10^{16} \text{ Hz}$ . Τα ηλεκτρόνια που εξέρχονται από την κάθοδο κινούνται προς την άνοδο και φθάνουν σε αυτή με κινητική ενέργεια  $K_2 = 101K_1$  ως προς αυτήν που είχαν κατά την έξοδό τους από την κάθοδο. Το έργο εξόδου είναι  $\varphi = 1,4 \text{ eV}$ .



Να υπολογίσετε:

- 4.1. Την τάση αποκοπής του φωτορεύματος στο κύκλωμα.
- 4.2. Την διαφορά δυναμικού ανόδου-καθόδου που επιταχύνει τα ηλεκτρόνια.

Τα ηλεκτρόνια που φθάνουν στην άνοδο διέρχονται από σπή και με την βοήθεια πετάσματος επιλέγονται μόνο εκείνα που κινούνται ευθύγραμμα και οριζόντια. Από εκεί οδηγούνται σε μαγνητικό πεδίο στις δυναμικές γραμμές του οποίου εισέρχονται κάθετα και εκτελούν κυκλική κίνηση με περίοδο  $T = 10^{-7} \text{ s}$ .

- 4.3. Να υπολογίσετε την ακτίνα της κυκλικής τους τροχιάς.
- 4.4. Να υπολογίσετε την ένταση ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που πρέπει να εφαρμόσουμε κατάλληλα ώστε τα ηλεκτρόνια να κινούνται ευθύγραμμα και ομαλά.

$$\text{Δίνεται } \sqrt{1,42 \cdot 10^{15}} \approx 37,7 \cdot 10^6$$

Για τις τιμές των φυσικών σταθερών να συμβουλευτείτε το τυπολόγιο που σας δίνεται κατά την εξέταση.

ΠΗΓΗ: Τράπεζα Θεμάτων <https://trapeza.iep.edu.gr/public/subjects.php>