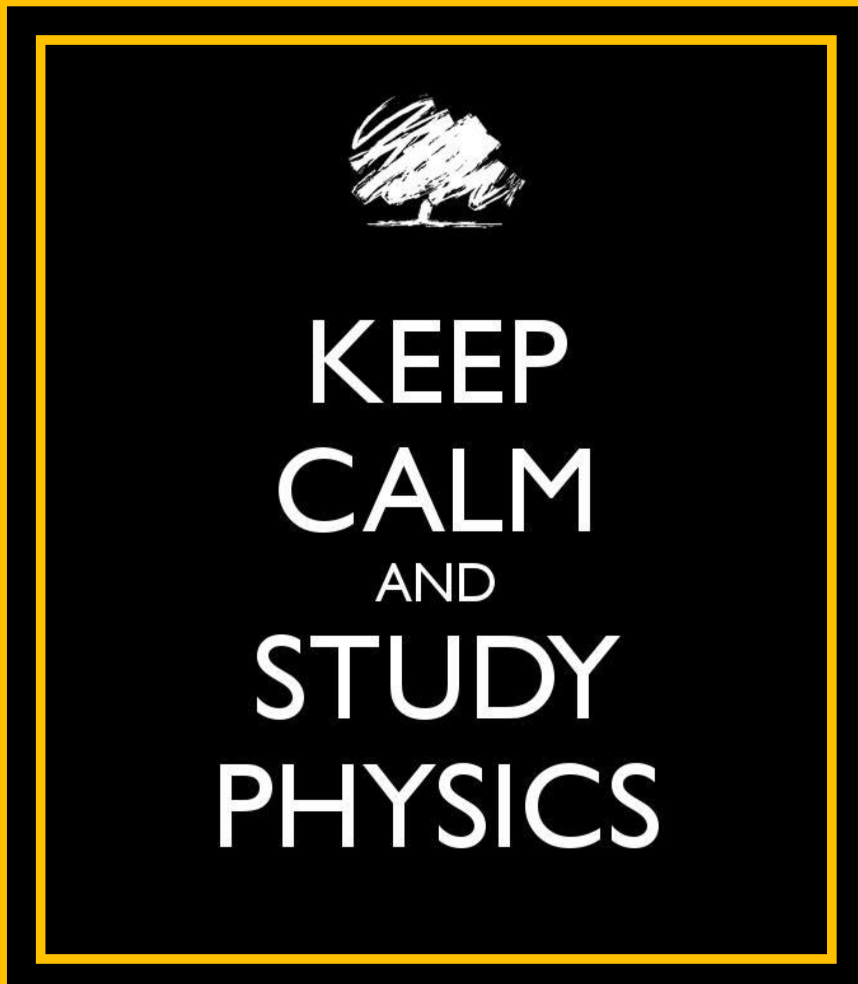
ΚΑΛΟΚΑΙΡΙ
2023



ΚΡΟΥΣΕΙΣ
ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΝΝΑ ΜΑΝΩΛΑΚΗ

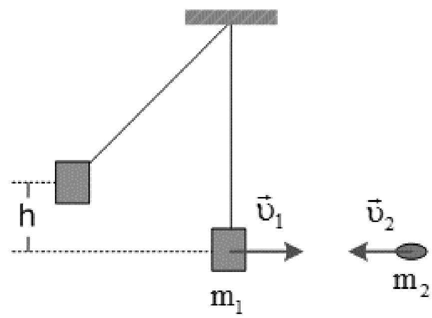
ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ : ΑΝΝΑ ΜΑΝΩΛΑΚΗ thefotonion@gmail.com

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΨΕΒ

ΚΡΟΥΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1

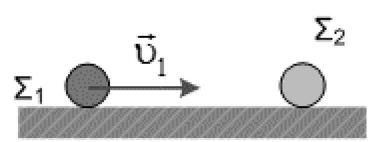
Σώμα μάζας m_1=0.9Kg που είναι προσδεμένο στο άκρο τεντωμένου νήματος μήκους L=2m, αφήνεται ελεύθερο από ύψος h, όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν το νήμα βρίσκεται στην κατακόρυφη θέση, το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου u_1=2m/s και συγκρούεται πλαστικά με βλήμα μάζας m_2=0.1Kg και ταχύτητας μέτρου u_2=48m/s με φορά προς το σώμα. Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.



Να υπολογίσετε:
α) το ύψος h από το οποίο αφέθηκε ελεύθερο το σώμα μάζας m_1.
β) το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος που δημιουργείται μετά την κρούση.
γ) το ύψος h'στο οποίο θα φτάσει το συσσωμάτωμα μετά την κρούση.
δ) τη μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση. Σε τι μορφή ενέργειας μετατράπηκε αυτή; Δίνεται: $g=10m/s^2$.

ΑΣΚΗΣΗ 2

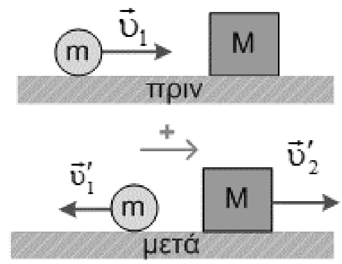
Σώμα $Σ_1$ μάζας m_1 κινούμενο προς τη θετική φορά σε λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου u_1=8m/s κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2. Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.



Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα μάζας m_1 κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου u'_1=4m/s . Να υπολογίσετε:
α) το λόγο των μαζών m_2/m_1 .
β) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 αμέσως μετά την κρούση.
γ) το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας m_2 λόγω της κρούσης.
δ) την αλγεβρική τιμή της μεταβολής της ορμής των δύο σωμάτων, αν m_2=2Kg . Τι παρατηρείτε;
Δίνεται: $g=10m/s^2$.

ΑΣΚΗΣΗ 3

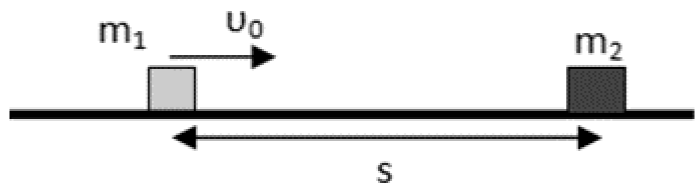
Σώμα μάζας M=2Kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,2. Μια μικρή μπάλα μάζας m=100gr κινούμενη οριζόντια προς τα δεξιά, με ταχύτητα μέτρου u_1=100m/s, συγκρούεται με το σώμα και επιστρέφει με ταχύτητα μέτρου u'_1=20m/s . Να υπολογιστεί:



α) το μέτρο της ταχύτητας u'_2 του σώματος M αμέσως μετά την κρούση.
β) η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων κατά την κρούση. Σε ποιες μορφές ενέργειας μετατράπηκε;
γ) η μετατόπιση του σώματος μάζας M μέχρι να σταματήσει εξαιτίας της τριβής του με το επίπεδο.
δ) ο λόγος λ=M/mτων μαζών των δύο σωμάτων, αν η κρούση ήταν ελαστική.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

ΑΣΚΗΣΗ 4

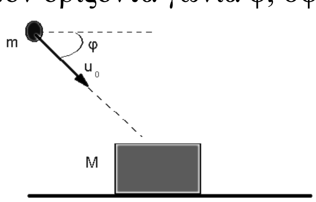
Το σώμα μάζας m_1=2Kg του διπλανού σχήματος βάλλεται με αρχική ταχύτητα μέτρου u_0=10m/s πάνω σε οριζόντιο δάπεδο που παρουσιάζει συντελεστή τριβής μ=0,2. Αφού διανύσει απόσταση s=9m συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το ακίνητο σώμα μάζας m_2=6Kg που είναι αρχικά ακίνητο.



Να βρείτε:
α) την ταχύτητα του σώματος μάζας m_1 λίγο πριν την κρούση.
β) τις ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.
γ) το ποσοστό της ενέργειας του σώματος m_1 που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας m_2.
δ) το διάστημα d που θα διανύσει το σώμα μάζας m_2 μέχρι να σταματήσει.
Δίνεται: $g=10m/s^2$.

ΑΣΚΗΣΗ 5

Ένας ξύλινος κύβος μάζας M=0,9Kg ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ένα μικρό βλήμα μάζας m=0,1Kg το οποίο, λίγο πριν να συγκρουστεί, κινείται με ταχύτητα μέτρου u_0=50m/s, σχηματίζοντας με τον ορίζοντα γωνία φ, σφηνώνεται στον κύβο. Να υπολογίσετε:



α) την ταχύτητα V του συσσωματώματος.
β) τη θερμότητα που αναπτύχθηκε κατά την κρούση.
γ) το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας του βλήματος το οποίο μεταφέρθηκε στον κύβο.
δ) τη μεταβολή της ορμής του συστήματος των σωμάτων κατά την κρούση.
Δίνονται: , ημφ=0,6 και συνφ=0,8.

ΑΣΚΗΣΗ 6

Ένας ξύλινος κύβος μάζας M=4.5Kg είναι δεμένος στο άκρο ενός αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους L=0,2m , το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε οροφή. Ο κύβος ηρεμεί με το νήμα κατακόρυφο. Ένα βλήμα μάζας m=0,5Kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα u_0=20m/s και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με τον κύβο. Να υπολογίσετε:

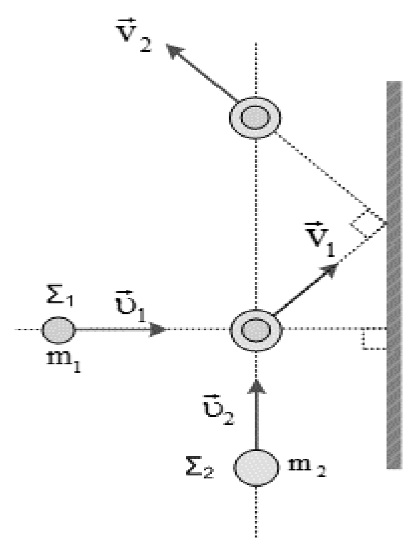
α) το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
β) το ποσό θερμότητας που αναπτύσσεται κατά την κρούση των σωμάτων.
γ) τη μέγιστη ανύψωση που επιτυγχάνει το συσσωμάτωμα μετά την κρούση.
δ) την τάση του νήματος αμέσως μετά την κρούση των σωμάτων.
Δίνεται: $g=10m/s^2$.

ΑΣΚΗΣΗ 7

Μικρή σφαίρα $Σ_1$, μάζας m_1=2Kg που κινείται πάνω σε λείο επίπεδο με ταχύτητα u_1=10m/s συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα $Σ_2$ μάζας m_2=8Kg . Να υπολογίσετε:

α) τις ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση.
β) τη μεταβολή της ορμής κάθε σφαίρας καθώς και τη μεταβολή της ορμής του συστήματος των σφαιρών.
γ) τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος $Σ_1$.
δ) το ποσοστό επί τοις εκατό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας $Σ_1$ που μεταφέρθηκε κατά την κρούση στη σφαίρα $Σ_2$.

ΑΣΚΗΣΗ 8

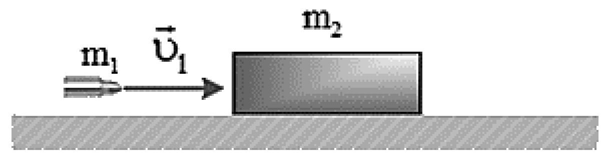


Σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=1Kg κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου u_1=12m/s με κατεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο και συγκρούεται πλαστικά με σώμα $Σ_2$ μάζας m_2=2Kg που κινείται παράλληλα προς τον τοίχο με οριζόντια ταχύτητα u_2. Το συσσωμάτωμα αποκτά ταχύτητα v_1. Στη συνέχεια το συσσωμάτωμα συγκρούεται ελαστικά με τον κατακόρυφο τοίχο. Μετά την ελαστική κρούση αποκτά ταχύτητα μέτρου $v_2=4\sqrt{2}$m/s , η διεύθυνση της οποίας είναι κάθετη με τη v_1. Οι κινήσεις των σωμάτων $Σ_1$, $Σ_2$ και του συσσωματώματος γίνονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογίσετε:

α) το μέτρο και την κατεύθυνση της ταχύτητας v_1.
β) το μέτρο της ταχύτητας u_2.
γ) τη μεταβολή της ορμής του συσσωματώματος εξαιτίας της ελαστικής κρούσης με τον τοίχο.
δ) το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκήθηκε στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της κρούσης, αν η χρονική διάρκεια της κρούσης του συσσωματώματος με τον τοίχο είναι Δt=0,01s.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

.ΑΣΚΗΣΗ 9

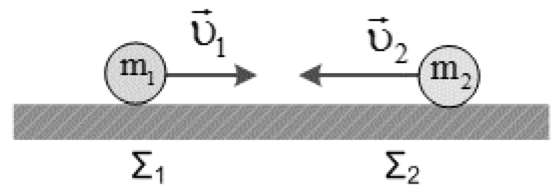
Ένα ξύλινο σώμα μάζας m_2=0.96Kg είναι ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ένα βλήμα μάζας m_1=40g κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου u_1=200m/s και σφηνώνεται στο σώμα, σε βάθος d=7.68cm. Να υπολογιστεί:



α) το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος μετά την κρούση.
β) το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα (να θεωρήσετε ότι όλη η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος γίνεται θερμότητα και ότι το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας είναι το οριζόντιο επίπεδο).
γ) η μέση δύναμη που ασκεί η σφαίρα στο ξύλο καθώς εισχωρεί σε αυτό.
δ) η μετατόπιση του συστήματος ξύλο-βλήμα μέχρι να σφηνωθεί το βλήμα στο ξύλο.

ΑΣΚΗΣΗ 10

Δυο σφαίρες Σ_1 και Σ_2, που έχουν μάζες m_1=1Kg και m_2=2Kg αντίστοιχα, κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο κατά μήκος της ίδιας ευθείας και πλησιάζουν η μια την άλλη με ταχύτητες μέτρων u_1=6m/s και u_2=9m/s , αντίστοιχα. Οι δυο σφαίρες συγκρούονται μετωπικά. Μετά την κρούση η σφαίρα Σ_1 αλλάζει κατεύθυνση κινούμενη με ταχύτητα μέτρου u'_1=14m/s.



α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας u'_2 της σφαίρας Σ_2 μετά την κρούση.
β) Να εξετάσετε αν η κρούση είναι ελαστική.
γ) Να υπολογίσετε:
1) τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας κάθε σφαίρας κατά την κρούση. Τι παρατηρείτε;

2) τη μεταβολή της ορμής κάθε σφαίρας κατά την κρούση. Τι παρατηρείτε;

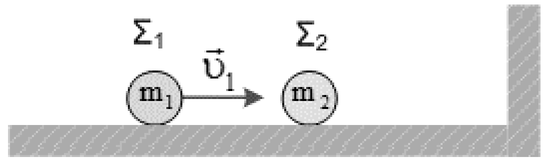
ΑΣΚΗΣΗ 11

Τρεις μικρές σφαίρες Σ_1, Σ_2 και Σ_3 βρίσκονται ακίνητες πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο όπως στο σχήμα. Οι σφαίρες έχουν μάζες m_1=m, m_2=m και m_3=3m αντίστοιχα. Δίνουμε στη σφαίρα Σ_1 ταχύτητα μέτρου u_1. Όλες οι κρούσεις που ακολουθούν ανάμεσα στις σφαίρες είναι κεντρικές και ελαστικές. Να βρεθούν:

α) ο αριθμός των κρούσεων που θα γίνουν συνολικά.
Αφού ολοκληρωθούν όλες οι κρούσεις των σφαιρών μεταξύ τους, να υπολογισθεί:
β) η τελική ταχύτητα κάθε σφαίρας.
γ) το μέτρο της μεταβολής της ορμής της πρώτης σφαίρας.
δ) το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_1 που μεταφέρθηκε στη τρίτη σφαίρα Σ_3.
Δίνονται: η μάζα m_1=2Kg και u_1=10m/s .

ΑΣΚΗΣΗ 12

Μια σφαίρα Σ_1 μάζας m_1 κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα u_1 και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Σ_2 μάζας m_2 ($m_2 > m_1$) . Μετά την κρούση η σφαίρα Σ_2 συγκρούεται ελαστικά με κατακόρυφο επίπεδο τοίχο, που είναι κάθετος στη διεύθυνση της κίνησης των δυο σφαιρών.



α) Αν ο λόγος των μαζών των δυο σφαιρών είναι $\lambda = m_2/m_1$ να εκφράσετε τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σφαιρών Σ_1 και Σ_2 σε συνάρτηση με το λ και το μέτρο της ταχύτητας u_1.
Να βρεθεί:
β) για ποιες τιμές του λ η σφαίρα Σ_1 μετά την κρούση της με τη σφαίρα Σ_2 κινείται προς τα αριστερά.
γ) για ποια τιμή του λ , η σφαίρα Σ_2, μετά τη κρούση της με τον τοίχο θα διατηρεί σταθερή απόσταση από την σφαίρα Σ_1.
Με βάση την παραπάνω τιμή του λ, να υπολογισθεί:
δ) ο λόγος της τελικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_2, που έχει μετά την κρούση της με τον τοίχο, προς την αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας Σ_1.

ΑΣΚΗΣΗ 13

Δύο τελείως ελαστικές σφαίρες με μάζες m_1=m =1Kg και m_2=3m=3Kg αντίστοιχα, κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και πλησιάζουν η μία την άλλη με ταχύτητες μέτρου $u_1 = u_2 = u_0$=10m/s. Να βρείτε:

α) Τις ταχύτητές των μαζών μετά την κρούση.
β) Τη μεταβολή της ορμής της m_2.
γ) Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας m_2.
δ) Τη μέση δύναμη που ασκήθηκε στη σφαίρα m_1 κατά την κρούση αν αυτή διαρκεί χρόνο Δt=0,02s.

ΑΣΚΗΣΗ 14

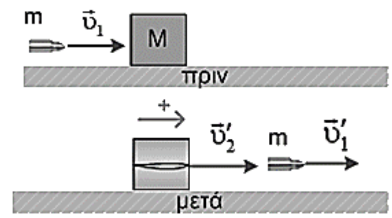
Σώμα Α μάζας m_1=2Kg αφήνεται να γλιστρήσει από απόσταση ℓ=20m από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ=30. Ταυτόχρονα δεύτερο σώμα Β μάζας $m_1 = m_2$ βάλλεται με αρχική ταχύτητα u_o=10m/s από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά.
Να υπολογίσετε:

α) τις ταχύτητες των σωμάτων λίγο πριν την κρούση.
β) την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
γ) το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Α κατά τη διάρκεια της κρούσης.
δ) την ταχύτητα με την οποία το συσσωμάτωμα θα επανέλθει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10m/s^2.

ΑΣΚΗΣΗ 15

Σώμα μάζας M=5Kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα μέτρου u_1=10m/s και μάζας m=0.2Kg, διαπερνά το σώμα χάνοντας το 75% της κινητικής του ενέργειας και εξέρχεται με ταχύτητα u_1. Να υπολογιστεί:



α) το μέτρο της ταχύτητας u'_1 του βλήματος και της ταχύτητας u'_2του σώματος αμέσως μετά την έξοδο του βλήματος.
β) Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που μεταφέρθηκε στο σώμα κατά την κρούση.
γ) Η μεταβολή της ορμής του βλήματος και του σώματος από τη στιγμή που ηρεμούσε το σώμα μέχρι την έξοδο του βλήματος.
δ) Η μέση δύναμη που δέχεται το σώμα κατά τη διάρκεια της διέλευσης του βλήματος, αν αυτή διαρκεί Δt=0.01s.

ΑΣΚΗΣΗ 16

Ένα σώμα Α μάζας m_1=10Kg, κινούμενο με ταχύτητα u_1 πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα x΄Ox, συγκρούεται με ακίνητο σώμα Β.

Α) Αν η κρούση είναι μετωπική και ελαστική και τα δύο σώματα μετά την κρούση έχουν ταχύτητες ίσου μέτρου, να βρείτε:

1) τη μάζα του σώματος Β.

2) την % μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος Α.

Β) Αν η κρούση των δύο σωμάτων είναι πλαστική και η ταχύτητα του σώματος Α είναι u_1=4m/s να υπολογίσετε:

1) Την κοινή τους ταχύτητα.

2) Τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων, πριν και μετά την κρούση.

ΑΣΚΗΣΗ 17

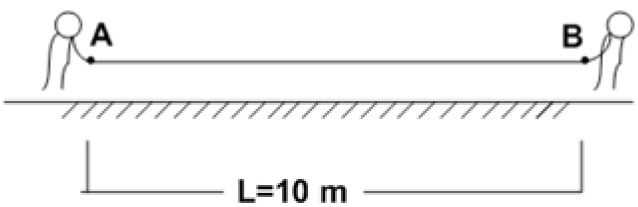
Ένα σώμα Σ_1, μάζας m_1, κινούμενο σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου u_1=5m/s κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2, μάζας m_2. Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του επιπέδου και κάθε σώματος είναι μ=0.5. Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα μάζας Σ_1 κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου u'_1=3m/s .

α) Να προσδιορίσετε το λόγο των μαζών m_1/m_2.
β) Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 αμέσως μετά την κρούση.
γ) Να βρείτε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 που μεταβιβάστηκε στο σώμα Σ_2, λόγω της κρούσης.
δ) Να υπολογίσετε πόσο θα απέχουν τα σώματα όταν σταματήσουν.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

ΑΣΚΗΣΗ 18

Δύο μαθητές παγοδρόμοι Α και Β, με μάζες αντίστοιχα m_1=40Kg και m_2=60Kg , κρατούν τις άκρες ενός σχοινιού αμελητέας μάζας. Οι μαθητές στέκονται αρχικά ακίνητοι πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο (παγοδρόμιο) απέχοντας μεταξύ τους L=10m . Κάποια στιγμή οι μαθητές αρχίζουν να μαζεύουν το σχοινί ασκώντας δύναμη ο ένας στον άλλον, χωρίς να πέσει κανείς από τους δύο.

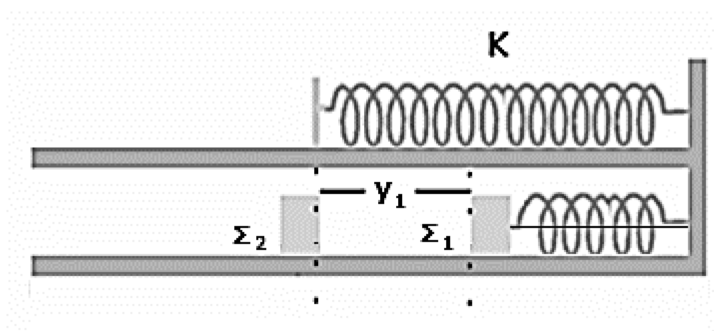


α) Να βρείτε ποια είναι η σχέση μεταξύ των δυνάμεων που ασκεί ο ένας μαθητής στον άλλο μέσω του σχοινιού.
β) Να βρείτε τον λόγο των κινητικών ενεργειών που έχουν οι μαθητές ελάχιστα πριν τη στιγμή της συνάντησης.
γ) Αν ελάχιστα πριν τη στιγμή της συνάντησης, ο μαθητής Α έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου u_1=2m/s , ποιό θα είναι το μέτρο της ταχύτητας του μαθητή Β;

δ) Αν οι μαθητές τη στιγμή της σύγκρουσης αγκαλιαστούν και παραμείνουν αγκαλιασμένοι ποια θα είναι η κοινή τους ταχύτητα;

ΑΣΚΗΣΗ 19

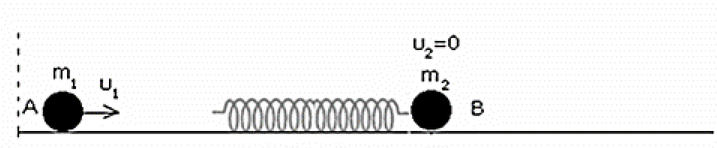
Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$, αμελητέων διαστάσεων, με μάζες m_1=1Kg και m_2=3Kg αντίστοιχα είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα $Σ_1$ είναι δεμένο στη μία άκρη οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m. Η άλλη άκρη του ελατηρίου, είναι ακλόνητα στερεωμένη. Το ελατήριο με τη βοήθεια νήματος είναι συσπειρωμένο κατά 0.2m, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα $Σ_2$ βρίσκεται ακίνητο στο οριζόντιο επίπεδο στη θέση που αντιστοιχεί στο φυσικό μήκος ℓ_0 του ελατηρίου. Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα $Σ_1$ κινούμενο προς τα αριστερά συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το σώμα $Σ_2$, αν θεωρήσουμε τις διαστάσεις των σωμάτων αμελητέες, να υπολογίσετε:



α) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος $Σ_1$ λίγο πριν την κρούση του με το σώμα $Σ_2$.
β) το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση.
γ) το ποσό θερμότητας που μεταφέρθηκε από τα σώματα στο περιβάλλον.
δ) τη μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου.
Δίνεται π=3.14

ΑΣΚΗΣΗ 20

Ένα σώμα $Σ_A$, μάζας m_1=10Kg , κινείται με ταχύτητα u_1=4m/s πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η διεύθυνση της ταχύτητας του σώματος $Σ_A$ ταυτίζεται με τη διεύθυνση του άξονα ενός ιδανικού ελατηρίου το οποίο είναι

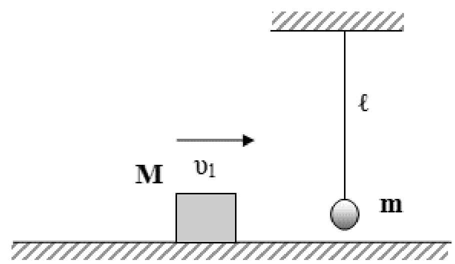


στερεωμένο, όπως στο σχήμα, σε ακίνητο σώμα $Σ_B$, μάζας m_2 =30Kg . Το σώμα $Σ_A$ προσπίπτει στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου που αρχίζει να συσπειρώνεται.

α) Να υπολογίσετε την ορμή και τη μηχανική ενέργεια του συστήματος πριν την κρούση.
β) Να εξηγήσετε γιατί η μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου συμβαίνει τη στιγμή που τα δύο σώματα έχουν κοινή ταχύτητα.
γ) Να υπολογίσετε την κοινή ταχύτητα των δύο σωμάτων την στιγμή που η παραμόρφωση του ελατηρίου θα είναι μέγιστη.
δ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη δυναμική ενέργεια που αποκτά το ελατήριο λόγω της παραμόρφωσης του.

ΑΣΚΗΣΗ 21

Ένα σώμα μάζας m=4Kgκινούμενο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται μετωπικά και ανελαστικά, έχοντας ταχύτητα u_1 με μια ακίνητη σφαίρα μάζας m=3Kg, η οποία είναι κρεμασμένη με νήμα μήκους ℓ=0.9m, όπως φαίνεται στο σχήμα. Μετά την κρούση η σφαίρα εκτρέπεται και η μέγιστη γωνία που σχηματίζει το νήμα με την αρχική κατακόρυφη θέση του είναι $φ=60^o$, ενώ το σώμα μάζας Μ διανύει απόσταση d=4m μέχρι να σταματήσει. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος μάζας Μ και του οριζόντιου δαπέδου είναι μ=0.2.



Να υπολογίσετε:

α. την ταχύτητα u_2’ της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.

β. την ταχύτητα u_1’ του σώματος μάζας Μ αμέσως μετά την κρούση.

γ. την ταχύτητα u_1’ του σώματος μάζας Μ ελάχιστα πριν την κρούση.

δ. το μέτρο της τάσης του νήματος, αμέσως μετά την κρούση.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

ΑΣΚΗΣΗ 22

Ένα βλήμα μάζας m=500gr κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα u_1 σφηνώνεται σε σώμα μάζας M=9.5Kg, που ηρεμεί σε οριζόντιο δάπεδο, δεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=80N/m, που βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, ενώ το άλλο άκρο του είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου είναι x=0.5m. Η συνολική θερμότητα που απελευθερώνεται από την έναρξη της κρούσης μέχρι να σταματήσει το συσσωμάτωμα για πρώτη φορά είναι 390 J. Να υπολογίσετε:

α. την ταχύτητα u_1 του σώματος m.

β. την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την πλαστική κρούση.

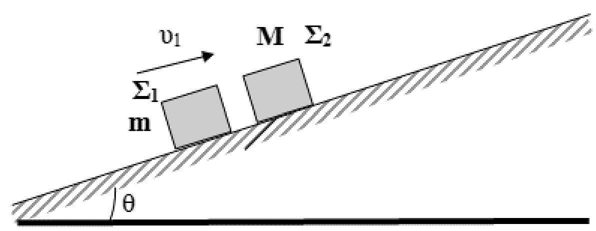
γ. την τριβή ολίσθησης που ασκείται στο σώμα.

δ.το μέγιστο μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος από τη στιγμή που ξεκινά την κίνησή του μέχρι να επανέλθει το ελατήριο στο φυσικό του μήκος.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

ΑΣΚΗΣΗ 23

Ένα σώμα $Σ_1$, μάζας m=2Kg, κινούμενο πάνω σε πλάγιο επίπεδο γωνίας κλίσης θ, προσπίπτει με ταχύτητα $u_1=6m/s$ σε ακίνητο σώμα $Σ_2$, μάζας 4Kg, με το οποίο συγκρούεται ελαστικά. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των σωμάτων και του πλάγιου δαπέδου είναι μ=0.5.



Να υπολογίσετε:

α. τις ταχύτητες u_1' και u_2' των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ αμέσως μετά την κρούση.
β. την απόσταση d_2 που διανύει το σώμα $Σ_2$ μέχρι να σταματήσει.
γ. το χρονικό διάστημα που κινήθηκε το σώμα $Σ_2$ μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.
δ. τη θερμότητα που αναπτύχθηκε μεταξύ του σώματος $Σ_1$ και του δαπέδου από τη στιγμή της κρούσης μέχρι τη στιγμή που σταματά στιγμιαία το σώμα $Σ_2$.
Δίνονται: ημφ=0,6 και συνφ=0,8. $g=10m/s^2$
.

ΑΣΚΗΣΗ 24

Δύο σώματα $Σ_A$ και $Σ_B$, μάζας $m_A=3kg$ και $m_B=1kg$ αντίστοιχα, κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο στην ίδια κατεύθυνση, με το σώμα Β να προπορεύεται. Τα δύο σώματα εκτελούν ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις, το σώμα $Σ_A$ με ταχύτητα $υ_A=10$ m/s και το σώμα $Σ_B$ με ταχύτητα $υ_B$. Τη χρονική στιγμή t=0 η απόσταση μεταξύ των σωμάτων είναι d=10m. Τα δύο σώματα συγκρούονται ελαστικά μετωπικά τη χρονική στιγμή $t_1=5$ s.
Να υπολογίσετε:
Α) την ταχύτητα $υ_B$ του σώματος Β.
Β) τις ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση.
Γ) το ποσοστό % της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος Α που μεταφέρθηκε στο σώμα Β.
Δ) τη χρονική στιγμή t_2 που τα δύο σώματα θα απέχουν μεταξύ τους πάλι απόσταση d=10m.

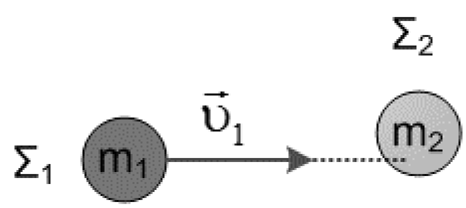
ΑΣΚΗΣΗ 25

Μια σφαίρα Α, μάζας m_A=1 kg κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $υ_A$ = 8 m/s και συγκρούεται πλάγια με ακίνητη σφαίρα, Β, μάζας m_B=2 kg. Μετά την κρούση οι σφαίρες κινούνται σε κατευθύνσεις που σχηματίζουν με την ταχύτητα $υ_A$ γωνίες $θ_A=30^0$ και $θ_B$ $=60^0$, αντίστοιχα.

Να υπολογίσετε:
Α) τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σφαιρών μετά την κρούση.
Β) τη μεταβολή της ορμής της κάθε σφαίρας κατά την κρούση.
Γ) πόσο θα απέχουν οι σφαίρες 2s μετά την κρούση.
Δ) τη θερμότητα που ελευθερώθηκε κατά την κρούση.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1

Σφαίρα $Σ_1$ μάζας m_1=m κινείται με ταχύτητα μέτρου u_1=6m/s και συγκρούεται με άλλη σφαίρα $Σ_2$ μάζας m_2=2m , που είναι αρχικά ακίνητη. Η κρούση είναι έκκεντρη και ελαστική και η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Μετά την κρούση, η σφαίρα $Σ_1$ κινείται με ταχύτητα u'_1 που έχει διεύθυνση κάθετη στη διεύθυνση της u_1. Να υπολογιστεί:

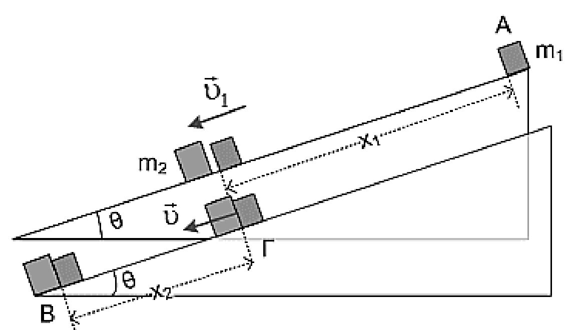


α) το μέτρο και η διεύθυνση της ταχύτητας u'_2 της σφαίρας $Σ_2$, μετά την κρούση.
β) το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας $Σ_1$, μετά την κρούση.
γ) το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας μάζας m_1 που μεταβιβάστηκε στη σφαίρα μάζας m_2 λόγω της κρούσης.
δ) το μέτρο της μεταβολής της ορμής της σφαίρας $Σ_1$ κατά τη κρούση, αν m_2=2Kg

.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2

Από την κορυφή (Α) ενός κεκλιμένου επιπέδου μεγάλου μήκους και γωνίας κλίσης θ αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί ένα σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=1Kg το οποίο εμφανίζει με το κεκλιμένο επίπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0.5. Αφού διανύσει διάστημα ΑΓ=4m κινούμενο στο κεκλιμένο επίπεδο, συναντά ακίνητο σώμα $Σ_2$ μάζας m_2=3Kg , με το οποίο συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά (σημείο Γ). Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται από την κρούση των δύο σωμάτων διανύει διάστημα x_2=2m και φτάνει στη βάση (Β) του κεκλιμένου επιπέδου. Να υπολογίσετε:



α) την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

β) τη συνολική θερμότητα λόγω τριβών που παράχθηκε από τη στιγμή που αφήσαμε ελεύθερο το σώμα μάζας m_1 μέχρι τη στιγμή που το συσσωμάτωμα έφτασε στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

γ) την απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο μαζών κατά τη κρούση.

δ) το ποσοστό της αρχικής δυναμικής ενέργειας των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ που έγινε θερμότητα μέχρι το συσσωμάτωμα να φτάσει στη βάση (Β) του κεκλιμένου επιπέδου.

Να θεωρηθεί:

(i) Το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας ταυτίζεται με το οριζόντιο επίπεδο που περνά από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.
(ii) Όλη η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος κατά τη κρούση γίνεται θερμότητα.
(iii) Το έργο που καταναλώνει η τριβή μετατρέπεται σε θερμότητα.
(iv) Τα σώματα έχουν αμελητέες διαστάσεις.
(v) Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης πριν και μετά την κρούση παραμένει ίδιος.

Δίνονται: ημφ=0,6 και συνφ=0, και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3

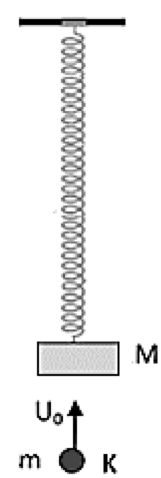
Ένα πρωτόνιο $Π_1$ μάζας $m_1=m$ κινούμενο με ταχύτητα μέτρου $u_1=10^6 m/s$ αλληλοεπιδρά (συγκρούεται έκκεντρα και ελαστικά) με ένα άλλο ακίνητο πρωτόνιο $Π_2$ μάζας $m_2=m$. Μετά την κρούση το πρωτόνιο $Π_1$ κινείται σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία $θ=30^o$ σε σχέση με την αρχική του πορεία.

Α. Να υπολογισθεί αμέσως μετά τη κρούση:
α) το μέτρο της ταχύτητας του πρωτονίου $Π_1$.
β) η ταχύτητα του πρωτονίου $Π_2$.

Β.Να βρεθεί το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του πρωτονίου $Π_1$ που μεταφέρεται στο πρωτόνιο $Π_2$.
γ) στην παραπάνω κρούση.
δ) αν η κρούση ήταν κεντρική.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4

Ένα σώμα μάζας M=3Kg ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m . Δεύτερο σώμα μάζας m=1.5Kg , βάλλεται από το έδαφος από το σημείο Κ με αρχική ταχύτητα $u_o=10m/s$ και μετά από χρόνο t=0.8s συγκρούεται ανελαστικά με το Μ. Μετά την κρούση το σώμα m αφού εξέλθει από το Μ με ταχύτητα μέτρου u’=1m/s απομακρύνεται χωρίς να επηρεάζει την εξέλιξη του φαινομένου.



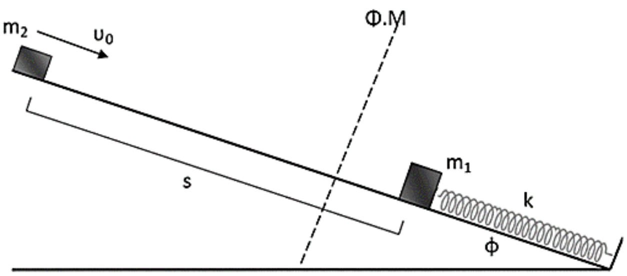
Να υπολογίσετε:
α) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος m ελάχιστα πριν την κρούση.
β) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Μ αμέσως μετά την κρούση.
γ) τη μέγιστη μετατόπιση του σώματος Μ μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.

δ) την αρχική μηχανική ενέργεια του συστήματος ελατήριο – σώμα μάζας m – σώμα μάζας Μθεωρώντας σαν επίπεδο μηδενικής δυναμικής βαρυτικής ενέργειας αυτό που διέρχεται από το σημείο Κ.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 5

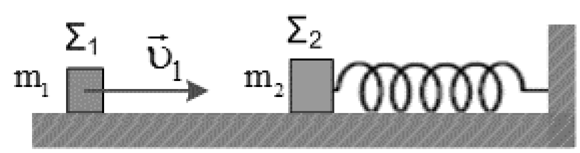
Στο κάτω άκρο λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ-30° είναι στερεωμένο ιδανικό ελατήριο σταθεράς κ=100N/m. Στο πάνω ελεύθερο άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα μάζας m_1=2Kg που ισορροπεί. Από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου και από απόσταση s=0,15m από το m_1, βάλλεται προς τα κάτω δεύτερο σώμα m_2=1Kg με αρχική ταχύτητα $u_0=\sqrt{3}m/s$ και με κατεύθυνση τον άξονα του ελατηρίου που συγκρούεται κεντρικά με το m_1. Μετά την κρούση η κίνηση του m_2 αντιστρέφεται, και διανύοντας απόσταση d=0.05m σταματάει. Το m_1 κινούμενο συμπιέζει το ελατήριο και στιγμιαία σταματά.



Α. Να υπολογίσετε:
α) την ταχύτητα του σώματος m_2 ελάχιστα πριν την κρούση.
β) τις ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.
γ) τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου από την αρχική του θέση.
δ) τη μέγιστη δυναμική ελαστική ενέργεια του ελατηρίου κατά την κίνηση του m_1.
Β. Να εξετάσετε αν η κρούση είναι ελαστική.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 6

Σώμα Σ_2 μάζας m_2=4Kg βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Ένα δεύτερο σώμα Σ_1 μάζας m_1=1Kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου u1=10m/s και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το Σ_2.

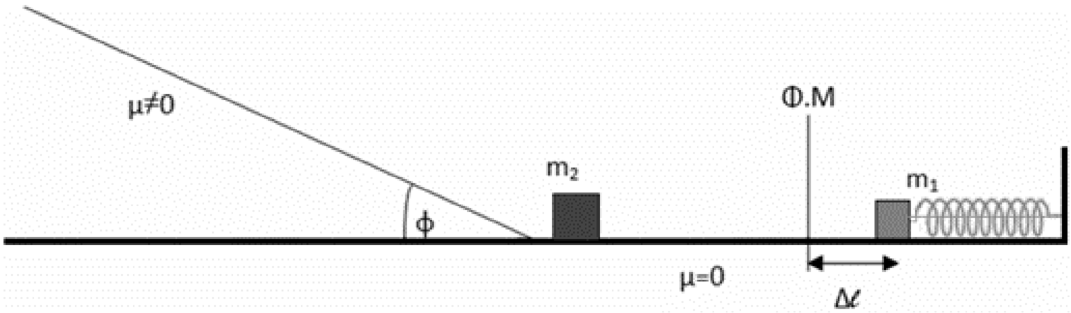


Να υπολογίσετε:
α) τις ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση.
β) το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_2.
γ) το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 που μεταφέρθηκε στο σώμα Σ_2.
δ) τη μέγιστη συσπείρωση $\Delta\ell$ του ελατηρίου.
Δίνεται η σταθερά του ελατηρίου k=100N/m .

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 7

Το σώμα μάζας m_1=1Kg του παρακάτω σχήματος, ακουμπάει χωρίς να έχει προσδεθεί στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=10^4$N/m . Το ελατήριο είναι συμπιεσμένο σε σχέση με το φυσικό του μήκος κατά $\Delta\ell$=0.1m με τη βοήθεια νήματος. Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και το σώμα μάζας m_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το αρχικά ακίνητο σώμα μάζας m_2=4Kg . Το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο. Το m_2 μετά την κρούση κινείται σε μη λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^0$ που παρουσιάζει τριβές με συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=\sqrt{3}/5$.

Α. Να



υπολογίσετε:
α) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος m_1 λίγο πριν την κρούση του με το σώμα m_2.
β) τις ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την ελαστική τους κρούση.
γ) το διάστημα που θα διανύσει το m_2 μέχρι να σταματήσει.
Β. Θα επιστρέψει το m_2 στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, αν υποτεθεί ότι το μήκος του κεκλιμένου επιπέδου είναι αρκετά μεγάλο για την κίνηση του σώματος; Δίνεται: $g=10m/s^2$.

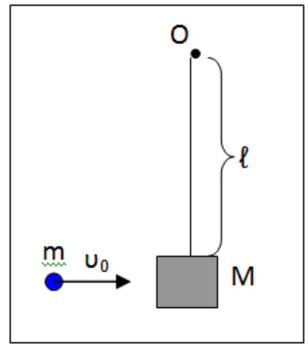
ΠΡΟΒΛΗΜΑ 8

Ένα σώμα μάζας M=35Kg ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=20N/m , το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε οροφή. Κάποια στιγμή ένα βλήμα μάζας m=5Kg βάλλεται από απόσταση h=3,2m κάτω από το σώμα M με αρχική ταχύτητα μέτρου u_0=16m/s και με φορά προς τα πάνω και συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας M. Να υπολογίσετε:

α) Το μέτρο της ταχύτητας του βλήματος λίγο πριν την κρούση
.β) Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
γ) Τη θερμότητα που αναπτύχθηκε κατά την διάρκεια της κρούσης.
δ) Τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου από την αρχική του θέση.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 9

Το σώμα του παρακάτω σχήματος έχει μάζα M=4.8Kg και ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου μη εκτατού νήματος μήκους ℓ=0,18m. Σώμα μάζας m=0,2Kg κινείται με ταχύτητα u_0 και συγκρούεται πλαστικά με το σώμα M . Να υπολογίσετε:



α) Την ελάχιστη ταχύτητα που πρέπει να έχει το σώμα m ώστε μετά την πλαστική τους κρούση, το συσσωμάτωμα να διαγράψει μία πλήρη κυκλική τροχιά (να κάνει ανακύκλωση).
β) Το μέτρο της μεταβολής της ορμής της μάζας m πριν και μετά την κρούση.
γ) Την τάση T_0 του νήματος πριν την κρούση.
δ) Την τάση T του νήματος αμέσως μετά την κρούση. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$

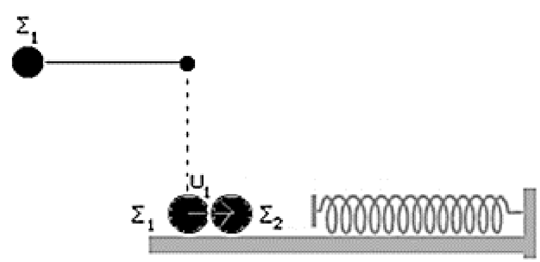
ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10

Ένα σώμα μάζας m_1 κινούμενο σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου u_1=10m/s κεντρικά και ελαστικά με σώμα μάζας m_2=3Kg που κινείται με ταχύτητα μέτρου u_2=15m/s σε αντίθετη κατεύθυνση από το m_1. Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Αμέσως μετά την κρούση το σώμα μάζας m_1 κινείται με αντίθετη φορά από την αρχική του και με ταχύτητα μέτρου u'_1=5m/s .

α) Να προσδιορίσετε τη μάζα m_1.
β) Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 αμέσως μετά την κρούση.
γ) Να βρεθεί το % ποσοστό της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 σε σχέση με την αρχική κινητική του ενέργεια, λόγω της κρούσης.
δ) Να υπολογισθεί πόσο θα απέχουν τα σώματα όταν σταματήσουν. Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του επιπέδου και κάθε σώματος είναι μ=0,5 .
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11

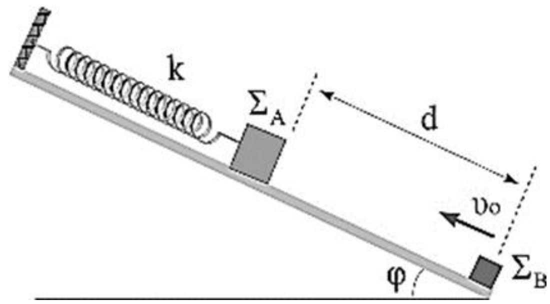
Ένα σώμα Σ_1 με μάζα m_1=1Kg είναι δεμένο με αβαρές και μη εκτατό νήμα μήκους L=1,8m, του οποίου η άλλη άκρη είναι ακλόνητα στερεωμένη, όπως φαίνεται στο σχήμα. Αρχικά το νήμα είναι οριζόντιο. Αφήνουμε ελεύθερο το σώμα Σ_1 να κινηθεί. Το σώμα Σ_1 μόλις το νήμα γίνει κατακόρυφο, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με σώμα Σ_2 μάζας $m_2=m_1$, που είναι ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα Σ_2 μετά την κρούση συναντά και συγκρούεται με το ελεύθερο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m, του οποίου η άλλη άκρη είναι ακλόνητα στερεωμένη, όπως στο σχήμα. Το σώμα Σ_2 συμπιέζει το ελατήριο και στη συνέχεια συναντά εκ νέου το σώμα Σ_1 και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά για δεύτερη φορά με αυτό. Να θεωρηθούν οι τριβές και η αντίσταση του αέρα αμελητέες.



α) Να βρείτε το μέτρο της τάσης του νήματος ελάχιστα πριν τη σύγκρουση του σώματος $Σ_1$ με το σώμα $Σ_2$.
β) Να βρείτε τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ αμέσως μετά την κρούση.
γ) Να βρείτε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου.
δ) Να βρείτε το μέγιστο ύψος που θα φτάσει το σώμα $Σ_1$ που είναι δεμένο με το νήμα μετά τη δεύτερή του κρούση με το σώμα $Σ_2$.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

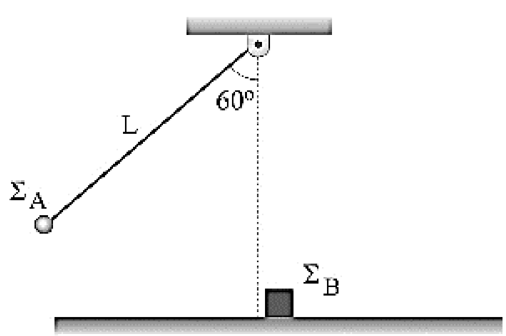
ΠΡΟΒΛΗΜΑ 12



Ένα σώμα $Σ_A$, μάζας $m_A= 4$ kg, ισορροπεί πάνω σε λείο πλάγιο επίπεδο γωνίας $φ=30^0$, δεμένο στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=200N/m, η άλλη άκρη του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένη. Από τη βάση του πλάγιου επιπέδου και από απόσταση d από το σώμα $Σ_A$, εκτοξεύουμε προς την κορυφή του πλάγιου επιπέδου ένα δεύτερο σώμα $Σ_B$, μάζας m_B=4kg, με αρχική ταχύτητα $υ_0$=2m/s, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η σύγκρουση των δύο σωμάτων είναι πλαστική. Μετά τη σύγκρουση, το συσσωμάτωμα ξεκινά απλή αρμονική ταλάντωση και μηδενίζει για πρώτη φορά την ταχύτητα του στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

Να υπολογίσετε:
Α) τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στην αρχική θέση ισορροπίας του σώματος $Σ_A$.
Β) την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
Γ) την απόσταση d μεταξύ του σώματος $Σ_A$ και του σώματος $Σ_B$.
Δ) την περίοδο της ταλάντωσης και να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος σε σχέση με το χρόνο, αν θεωρήσουμε t=0 τη χρονική στιγμή της κρούσης και θετική φορά προς τα πάνω.
Δίνονται: $g=10$ m/s^2,

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 13

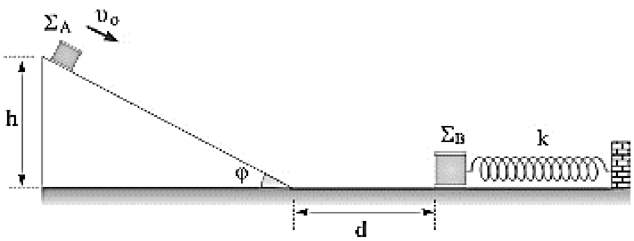


Μία σφαίρα $Σ_A$, μάζας m_A=2kg, είναι κρεμασμένη με νήμα μήκους L=0,9m, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε οροφή. Εκτρέπουμε τη σφαίρα από τη θέση ισορροπίας της κατά 60^0 και με το νήμα τεντωμένο την ελευθερώνουμε, όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν η σφαίρα $Σ_A$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα, $Σ_B$, μάζας m_B=4kg, που βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος $Σ_B$ και του οριζόντιου δαπέδου είναι μ=0,5.

Να υπολογίσετε:
Α) την τάση του νήματος στη θέση που αυτό σχηματίζει με την κατακόρυφη που διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της σφαίρας γωνία φ, για την οποία ισχύει συνφ=2/3.
Β) τις ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.
Γ) το ποσοστό % της κινητικής ενέργειας της σφαίρας $Σ_A$, που απέμεινε σε αυτή, μετά την κρούση.
Δ) τη μετατόπιση του σώματος $Σ_B$ μέχρι να σταματήσει και τη θερμότητα που παράχθηκε κατά τη διάρκεια του φαινομένου.
Δίνονται: συν60^0 =1/2 και g=10 m/s^2.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 14

Ένα σώμα $Σ_A$, μάζας m_A=4kg, που βρίσκεται πάνω σε πλάγιο επίπεδο γωνίας φ, εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $υ_0$=2m/s προς τη βάση του επιπέδου από σημείο που βρίσκεται σε ύψος h=1,8 m πάνω από αυτή. Όταν το σώμα φτάσει στο οριζόντιο επίπεδο συνεχίζει να κινείται σε αυτό, χωρίς να συμβαίνει απώλεια ενέργειας κατά την αλλαγή της διεύθυνσης κίνησης. Στο οριζόντιο επίπεδο κινείται ένα δεύτερο σώμα, $Σ_B$, μάζας m_B=1kg, το οποίο είναι στερεωμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=200 N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο (βλέπε σχήμα).



Τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά τη στιγμή που το σώμα $Σ_A$ έχει διανύσει στο οριζόντιο επίπεδο απόσταση d=0,7m και το σώμα $Σ_B$ κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα μέτρου $υ_B$=2 m/s. Στη θέση της σύγκρουσης το ελατήριο είναι επιμηκυμένο από το φυσικό του μήκος κατά x_2=0,4m.

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των σωμάτων και των δύο δαπέδων είναι μ=0,5.

Να υπολογίσετε:
Α) το χρόνο κίνησης του σώματος $Σ_A$ στο πλάγιο επίπεδο.
Β) την ταχύτητα του σώματος $Σ_A$ ελάχιστα πριν την κρούση με το σώμα $Σ_B$.
Γ) την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
Δ) τη μετατόπιση του συσσωματώματος μέχρι η κινητική του ενέργεια να γίνει 17 J για πρώτη φορά.
Ε) τη συνολική θερμότητα που παράχθηκε από τη στιγμή που εκτοξεύτηκε το σώμα Α μέχρι τη θέση που το συσσωμάτωμα έχει κινητική ενέργεια 17 J για πρώτη φορά.
Δίνονται: g=10 m/s^2, ημφ=0,6 και συνφ=0,8.

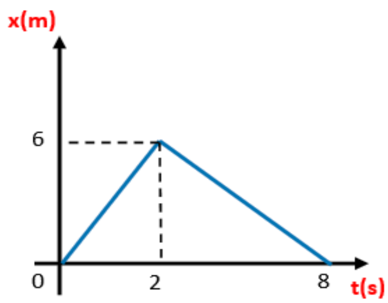
ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

Στα παρακάτω θέματα να επιλέξετε την ορθή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

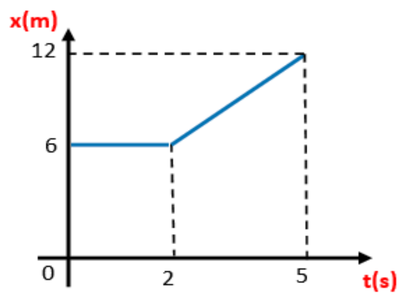
Κ1. Σφαίρα μάζας m_1 ολισθαίνει με ταχύτητα μέτρου υ_1 σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρας μάζας m_2. Μετά την κρούση, η αρχικά κινούμενη σφαίρα ανακρούεται με ταχύτητα μέτρου $\frac{\upsilon_1}{5}$. Ο λόγος των μαζών των δύο σφαιρών $\frac{m_1}{m_2}$ είναι

(α) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{3}$. **(β)** $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{9}$. **(γ)** $\frac{m_1}{m_2} = \frac{3}{2}$.

Κ2. Δύο σώματα αμελητέων διαστάσεων με μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = 2m$ βρίσκονται πάνω σε οριζόντιο άξονα, με το σώμα m_1 στην αρχή του άξονα (θέση 0). Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και η κίνηση των δύο σωμάτων πριν και μετά την κρούση περιγράφεται από τα διαγράμματα:



(1)



(2)

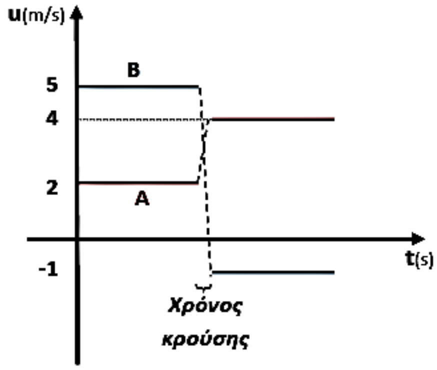
Η γραφική παράσταση (1) δίνει την θέση του σώματος m_1 συναρτήσει του χρόνου, ενώ η (2) δίνει τη θέση του σώματος μάζας m_2. Τότε:

(α) Η κρούση των δύο σωμάτων είναι ελαστική.

(β) Η κρούση των δύο σωμάτων είναι ανελαστική.

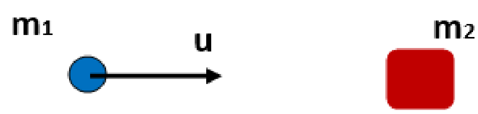
(γ) Η κρούση των δύο σωμάτων είναι πλαστική.

Κ3. Στο διάγραμμα του σχήματος φαίνονται οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων δυο σφαιρών Α και Β πριν και μετά τη μεταξύ τους κεντρική κρούση. Οι μάζες των δύο σφαιρών συνδέονται με τη σχέση:

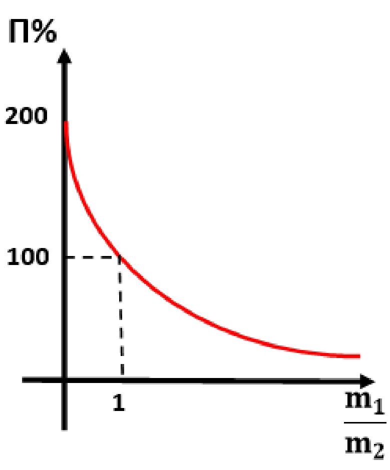


(α) $m_1 = m_2$, **(β)** $m_1 = 2m_2$, **(γ)** $m_1 = 3m_2$

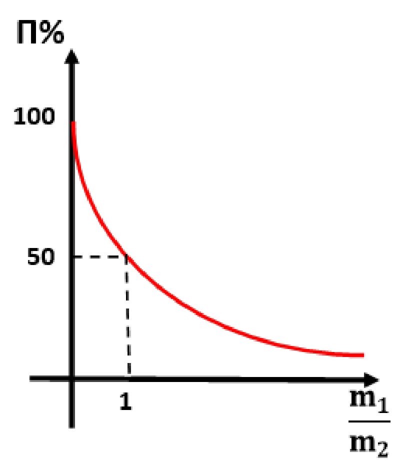
K4. Ένα σώμα Σ_1 μάζας m_1 κινούμενο με ταχύτητα u_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2, μάζας m_2:



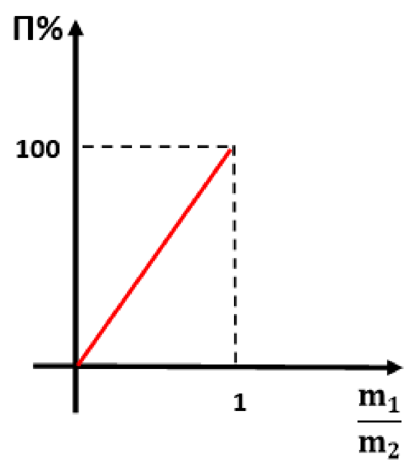
Η γραφική παράσταση του ποσοστού % της ορμής του σώματος Σ_1 που μεταφέρεται στο Σ_2 κατά την κρούση, σε συνάρτηση με το λόγο των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$ απεικονίζεται στο διάγραμμα:



(α) 1

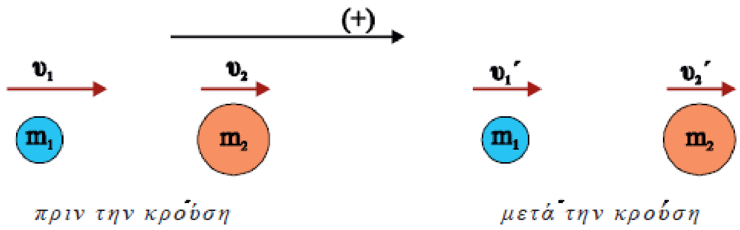


(β) 2



(γ) 3

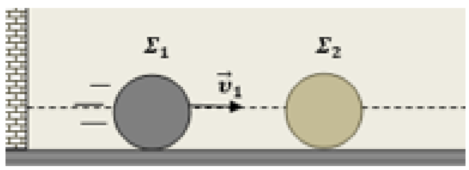
K5. Δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και $m_2 = 2m_1$ κινούνται με ταχύτητες μέτρου υ_1 και υ_2, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Οι σφαίρες συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά και μετά την κρούση έχουν ταχύτητες με μέτρα υ_1' και υ_2'.



Εάν γνωρίζουμε ότι $\upsilon_1 = 2\upsilon_2$, τότε ο λόγος $\frac{\upsilon_1'}{\upsilon_2'}$ των μέτρων των ταχυτήτων των σφαιρών μετά την κρούση είναι

(α) $\frac{\upsilon_1'}{\upsilon_2'} = \frac{2}{5}$, **(β)** $\frac{\upsilon_1'}{\upsilon_2'} = \frac{3}{4}$, **(γ)** $\frac{\upsilon_1'}{\upsilon_2'} = \frac{2}{3}$

Κ6. Δύο σφαίρες Σ_1, Σ_2, με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, είναι αρχικά ακίνητες σε λείο οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο, έτσι ώστε τα κέντρα τους να ορίζουν μια οριζόντια ευθεία κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο. Εκτοξεύουμε τη σφαίρα Σ_1 με οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$, τέτοια ώστε να πλησιάζει τη σφαίρα Σ_2 και να απομακρύνεται από τον τοίχο όπως στην εικόνα.



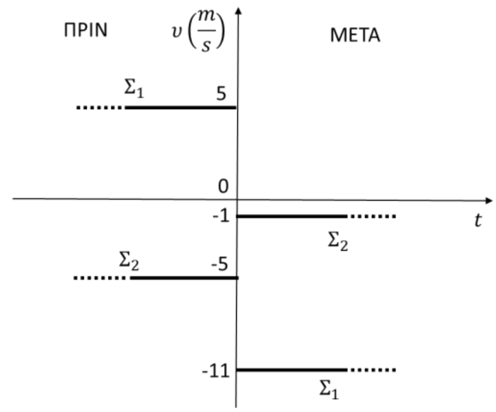
Η κρούση μεταξύ των δύο σφαιρών είναι κεντρική και ελαστική και η Σ_1 μετά την κρούση της με τη Σ_2 συγκρούεται με τον τοίχο, με κρούση επίσης ελαστική. Αν δίνεται ότι οι δύο σφαίρες δεν θα συγκρουστούν για δεύτερη φορά, τότε για τις μάζες τους είναι δυνατόν να ισχύει η σχέση:

(α) $m_2 = m_{\mathbf{1}}$ (β) $m_2 = 2 \cdot m_1$ (γ) $m_2 = 4 \cdot m_1$

Κ7. Ένα σφαιρίδιο μάζας m_1, που κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σφαιρίδιο μάζας m_2. Αμέσως μετά την κρούση τα δύο σφαιρίδια έχουν αντίθετες ταχύτητες. Ο λόγος $\frac{m_2}{m_1}$ των μαζών των δύο σφαιριδίων είναι ίσος με:

(α) 2 **(β)** 3 **(γ)** 4

Κ8. Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα που κινούνται αντίρροπα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούονται μετωπικά. Το σώμα Σ_1 έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ πριν την κρούση και $\vec{\upsilon}'_1$ μετά την κρούση. Το σώμα Σ_2 έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$ πριν την κρούση και $\vec{\upsilon}'_2$ μετά την κρούση. Οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των δύο σωμάτων φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα:



Με τη χρήση θεμελιακών αρχών που διέπουν τις κρούσεις να ελέγξετε αν η κρούση των δύο σφαιρών είναι:

(α) ελαστική **(β)** πλαστική **(γ)** ανελαστική αλλά μη πλαστική

Κ9. Ένα βλήμα διαπερνά ένα κιβώτιο που ήταν αρχικά ακίνητο, με μια κρούση κεντρική ασήμαντης χρονικής διάρκειας. Εάν η μηχανική ενέργεια που χάθηκε ως θερμική ενέργεια στο σύστημα είναι $100\ \mathrm{J}$ και η κινητική ενέργεια του βλήματος ελαττώθηκε κατά $180\ \mathrm{J}$ εξαιτίας της κρούσης, τότε η κινητική ενέργεια του κιβωτίου μετά το πέρασμα του βλήματος, είναι:

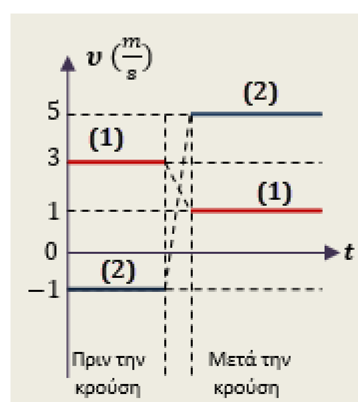
(α) $80\ \mathrm{J}$, **(β)** $100\ \mathrm{J}$, **(γ)** $20\ \mathrm{J}$

Κ10. Μικρή σφαίρα A μάζας m_1, κινείται με σταθερή ταχύτητα σε λείο οριζόντιο δάπεδο και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλη αρχικά ακίνητη σφαίρα B μάζας $m_2 = 4 \cdot m_1$. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας A, που μεταβιβάστηκε στη σφαίρα Β εξαιτίας της κρούσης είναι:

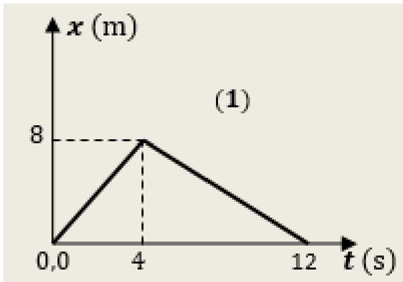
(α) $100\ \%$, **(β)** $64\ \%$, **(γ)** $25\ \%$

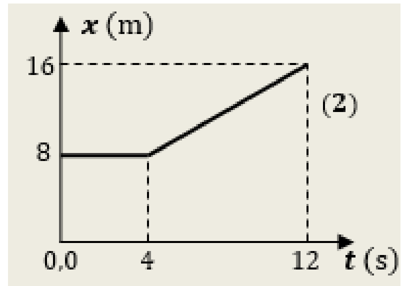
Κ11. Στο διάγραμμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των τιμών των ταχυτήτων δύο σφαιρών (1) και (2) οι οποίες συγκρούονται μεταξύ τους με κρούση κεντρική.Από τις τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών, όπως δίνονται στο παραπάνω διάγραμμα, προκύπτει ότι η κρούση μεταξύ τους, ήταν:

(α) Πλαστική , **(β)**Ανελαστική αλλά όχι πλαστική , **(γ)** Ελαστική



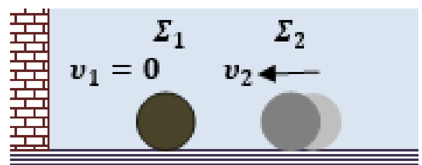
Κ12. Δύο μεταλλικές σφαίρες, αμελητέων διαστάσεων, με μάζες m_1 και m_2 συγκρούονται κεντρικά σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Η θέση x κάθε σφαίρας, στην ευθεία γραμμή που ορίζουν τα κέντρα τους, μετριέται από κοινή αρχή ($x = 0$), πάνω σε αυτή την ευθεία. Η γραφική παράσταση της θέσης του σώματος m_1 φαίνεται στο Σχήμα (1) και του σώματος m_2 στο Σχήμα (2). Δίνεται ότι η χρονική διάρκεια της επαφής των δύο σωμάτων είναι αμελητέα και οι αντιστάσεις αέρα αγνοούνται.





Με τη βοήθεια των δύο αυτών διαγραμμάτων, μπορούμε να συμπεράνουμε, ότι η κρούση των δύο σφαιρών είναι: **(α)** Ελαστική , **(β)** Ανελαστική , **(γ)** Πλαστική

K13. Δύο σφαίρες Σ_1, Σ_2, με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, είναι αρχικά ακίνητες σε λείο οριζόντιο δάπεδο, έτσι ώστε τα κέντρα τους να ορίζουν μια οριζόντια ευθεία κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο. Εκτοξεύουμε τη σφαίρα Σ_2 με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_2, τέτοια ώστε να πλησιάζει τη σφαίρα Σ_1, όπως στην εικόνα.



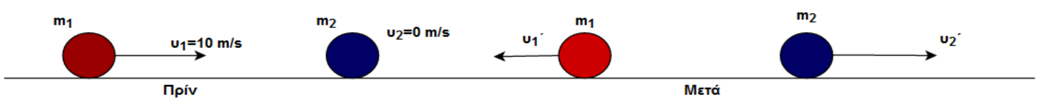
Οι κρούσεις, τόσο μεταξύ των δύο σφαιρών, όσο και της σφαίρας Σ_1 με τον τοίχο, είναι κρούσεις κεντρικές και ελαστικές. Αν μετά την μεταξύ τους κρούση οι δύο σφαίρες κινούνται αντίθετα αλλά τελικά συγκρούονται και δεύτερη φορά, τότε για τις μάζες τους ισχύει η σχέση:

(α) $m_1 < m_2$, **(β)** $3 \cdot m_2 > m_1 > m_2$, **(γ)** $m_1 > 3 \cdot m_2$

K14. Κατά τη μετωπική ελαστική κρούση δύο σφαιρών, για τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων τους υ_1, υ_2 πριν την κρούση και υ'_1, υ'_2 μετά την κρούση, ισχύει η σχέση:

(α) $\upsilon_1 - \upsilon_2 = \upsilon'_1 - \upsilon'_2$, **(β)** $\upsilon_1 - \upsilon_2 = \upsilon'_2 - \upsilon'_1$, **(γ)** $\upsilon_1 + \upsilon_2 = \upsilon'_1 + \upsilon'_2$.

K15. Δύο σφαίρες όπως οι μπάλες του μπιλιάρδου με μάζες $m_2 = 3m_1$ συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά μεταξύ τους. Η εικόνα τους πριν και μετά την κρούση φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η πρώτη σφαίρα κινείται με ταχύτητα $\upsilon_1 = 10\frac{m}{sec}$ ενώ η δεύτερη είναι ακίνητη $\upsilon_2 = 0$.



Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρεται στο σώμα μάζας m_2 μετά την κρούση είναι:

(α) 75% , (β) 50% , (γ) 10%

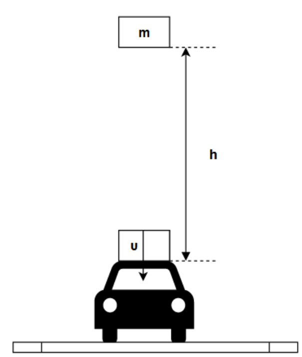
Κ16. Μικρή σφαίρα A μάζας m_1, κινείται με σταθερή ταχύτητα σε λείο οριζόντιο δάπεδο και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλη αρχικά ακίνητη σφαίρα B μάζας $m_2 = 4 \cdot m_1$. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας A, που μεταβιβάστηκε στη σφαίρα Β εξαιτίας της κρούσης είναι:

(α) 100 % , (β) 64 % , (γ) 25 %

Κ17. Σώμα Σ_1, μάζας m_1, κινούμενο με ταχύτητα υ_1, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το ακίνητο σώμα Σ_2, μάζας m_2. Το Σ_1, μετά την κρούση δεν αλλάζει κατεύθυνση κίνησης ενώ αποκτά ταχύτητα $\upsilon'_1 = \frac{\upsilon_1}{2}$. Ο λόγος των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$ είναι ίσος με:

(α) $\frac{1}{3}$, **(β)** 1, **(γ)** $\frac{3}{1}$.

Κ18. Τσιμεντόλιθος έπεσε από το μπαλκόνι κατοικίας πρώτου ορόφου και προξένησε ζημιές σε σταθμευμένο όχημα. Διεκδικώντας αποζημίωση η δικηγόρος του θύματος, αναφέρει τα εξής : « … Όταν μια πέτρα αφήνεται από κάποιο ύψος, θα έχει, με απλούς νόμους της φυσικής (ταχύτητα επί μάζα), μεγαλύτερο βάρος όταν φθάσει στην …». Με τις γνώσεις που έχετε ως μαθητές τμήματος φυσικής προσανατολισμού της Γ΄ Λυκείου καλείστε να γνωμοδοτήσετε σχετικά με τον ισχυρισμό αυτό.



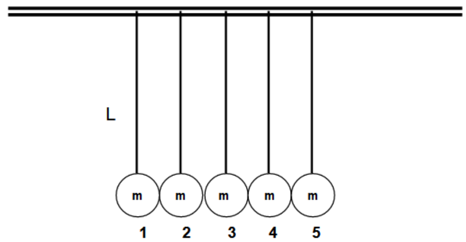
Στην αναφορά σας καταλήξατε ότι:

(α) Κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης το κινούμενο σώμα ασκεί στο άλλο δύναμη ίση με το βάρος του.

(β) Κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης το κινούμενο σώμα ασκεί στο άλλο μεγαλύτερη δύναμη από το βάρος του.

(γ) Κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης το κινούμενο σώμα ασκεί στο άλλο μικρότερη δύναμη από το βάρος του.

Κ19. Πέντε όμοιες σφαίρες από χάλυβα είναι κρεμασμένες με νήματα ίδιου μήκους L όπως στο παρακάτω σχήμα. Στην αρχική τους θέση εφάπτονται η μία με την άλλη και τα νήματα είναι παράλληλα μεταξύ τους. Διατηρώντας το νήμα τεντωμένο, εκτρέπουμε την σφαίρα 5 κατά γωνία φ πάνω στο επίπεδο που ορίζουν τα νήματα, ώστε να ανέλθει σε ύψος h και στη συνέχεια την αφήνουμε ελεύθερη. Αν θεωρήσουμε όλες τις κρούσεις κεντρικές και ελαστικές και το σύστημα απαλλαγμένο από τριβές, το αποτέλεσμα θα είναι:

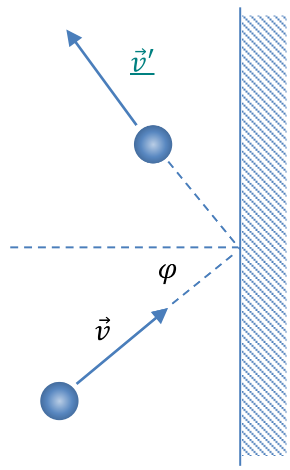


(α) η σφαίρα 5 να συγκρουστεί με τις άλλες που ηρεμούν και να ακινητοποιηθεί, ενώ μόνο η σφαίρα 1 θα κινηθεί, ανερχόμενη σε ύψος μεγαλύτερο από h.

(β) να εκτραπούν όλες οι σφαίρες προς τα αριστερά κατά την ίδια γωνία φ.

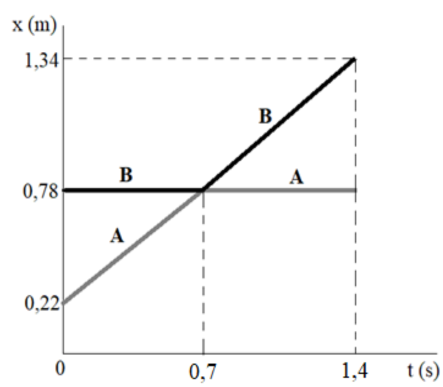
(γ) η σφαίρα 5 να συγκρουστεί με τις άλλες που ηρεμούν και να ακινητοποιηθεί, ενώ μόνο η σφαίρα 1 θα κινηθεί, ανερχόμενη σε ύψος h, ενώ οι σφαίρες 2, 3 και 4 θα παραμείνουν ακίνητες.

Κ20. Μπάλα μάζας m κυλίεται σε οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου υ και χτυπάει σε τοίχο υπό γωνία φ. Η εικόνα δείχνει κάτοψη της κρούσης. Η κρούση είναι ελαστική. Λόγω της κρούσης, η μεταβολή του μέτρου της ορμής και το μέτρο της μεταβολής της ορμής είναι αντίστοιχα



(α) 0 και $2m\upsilon\sigma\upsilon\nu\varphi$
(β) 0 και $2m\upsilon\eta\mu\varphi$
(γ) $2m\upsilon\eta\mu\varphi$ και $2m\upsilon\sigma\upsilon\nu\varphi$

Κ21. Στο εργαστήριο Φυσικής του σχολείου εκτελέστηκε ένα πείραμα κεντρικής ελαστικής κρούσης μεταξύ δύο σφαιρών Α και Β, με μάζες m_A και m_B αντίστοιχα. Με τη βοήθεια αισθητήρων κίνησης πήραμε το γράφημα θέσης-χρόνου $(x-t)$ για τις δύο σφαίρες, όπως φαίνεται στο παραπλεύρως σχήμα. Από αυτό διαπιστώνουμε ότι για τις μάζες των δύο σφαιρών ισχύει:



(α) $m_A > m_B$

(β) $m_A < m_B$

(γ) $m_A = m_B$

ΘΕΜΑ Δ

KD1. Σώμα μάζας m_1, κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$, μέτρου $\upsilon_1 = 4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με αρχικά ακίνητο σώμα μάζας m_2. Η ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1{}'$ του σώματος μάζας m_1 μετά την κρούση είναι ομόρροπη της $\vec{\upsilon}_1$ και το μέτρο της ίσο με $2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

4.1. Να δείξετε ότι ο λόγος των μαζών των δύο σωμάτων είναι $\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{3}$.

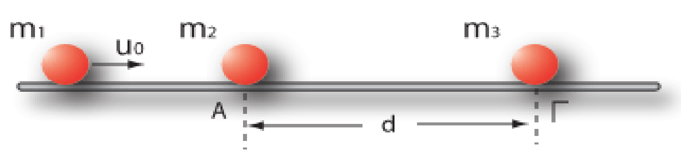
4.2. Να προσδιορίσετε την ταχύτητα του σώματος m_2 μετά την κρούση.

4.3. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_2 αν γνωρίζετε ότι η μάζα του είναι $m_2 = 2\mathrm{kg}$.

4.4. Αν το σώμα μάζας m_2 μετά την κρούση εισέρχεται σε τραχύ δάπεδο, με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής $\mu = 0.5$, να προσδιορίσετε τη μετατόπιση του σώματος αυτού στο τραχύ δάπεδο, από το σημείο εισόδου σε αυτό, μέχρι να σταματήσει.

Δίνεται: $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

KD2. Στο λείο οριζόντιο δάπεδο του σχήματος :



βρίσκονται οι σφαίρες $\mathrm{m_1 = 3\ kg}$, $\mathrm{m_2 = 1\ kg}$, $\mathrm{m_3 = 3\ kg}$ που έχουν ίσες ακτίνες $\mathrm{R = 5\ cm}$. Οι $\mathrm{m_2}$, $\mathrm{m_3}$ είναι ακίνητες και η $\mathrm{m_1}$ κινείται με ταχύτητα $\upsilon_0 = 40\ \mathrm{m/s}$. Η $\mathrm{m_1}$ συναντά την $\mathrm{m_2}$ με την οποία συγκρούεται μετωπικά, ελαστικά και στη συνέχεια το ίδιο κάνει η $\mathrm{m_2}$ με την $\mathrm{m_3}$. Να βρεθούν:

4.1. οι ταχύτητες όλων των σφαιρών αμέσως μετά την κρούση των σφαιρών $\mathrm{m_2}$ και $\mathrm{m_3}$.

4.2. Αν οι $\mathrm{m_2}$, $\mathrm{m_3}$, απέχουν αρχικά $\mathrm{d = 12\ m}$, να βρεθεί σε πόση απόσταση από το σημείο Α θα συγκρουστούν ξανά τα σώματα με μάζες $\mathrm{m_1}$ και $\mathrm{m_2}$.

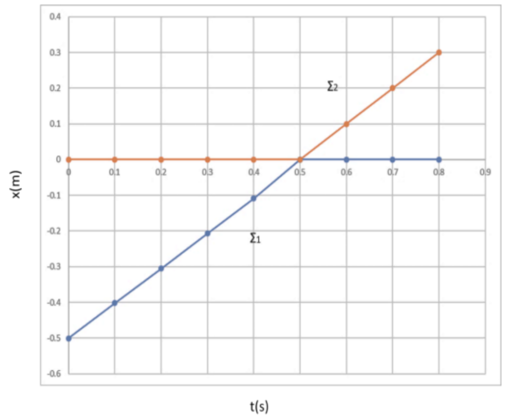
Αν θεωρήσουμε ότι αμέσως μετά την κρούση της με την $\mathrm{m_2}$ η σφαίρα $\mathrm{m_3}$ αρχίζει να κινείται σε μη λείο έδαφος και εκτελεί σύνθετη κίνηση (μεταφορική και στροφική), με γωνιακή επιβράδυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 2000\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s^2}}$, να υπολογίσετε:

4.3. την γωνία που θα έχει διαγράψει η σφαίρα $\mathrm{m_3}$ μέχρι να σταματήσει.

KD3. Δύο (2) σημειακά αντικείμενα Σ_1 και Σ_2, ίδιας μάζας $m_1 = m_2 = 1Kg$, συγκρούονται μετωπικά τη χρονική στιγμή $t = 0{,}5s$. Οι θέσεις των αντικειμένων σε συνάρτηση με τον χρόνο, πριν και μετά την κρούση, δίνονται στο διάγραμμα.

Για την κρούση ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής. Η κρούση είναι:

(α) ελαστική, **(β)** ανελαστική, **(γ)** πλαστική.



KD4. Σώμα μάζας m_1, κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$, μέτρου $\upsilon_1 = 4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με αρχικά ακίνητο σώμα μάζας m_2. Η ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1{}'$ του σώματος μάζας m_1 μετά την κρούση είναι ομόρροπη της $\vec{\upsilon}_1$ και το μέτρο της ίσο με $2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

4.1. Να δείξετε ότι ο λόγος των μαζών των δύο σωμάτων είναι $\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{3}$.

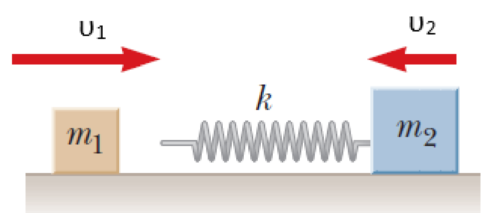
4.2. Να προσδιορίσετε την ταχύτητα του σώματος m_2 μετά την κρούση.

4.3. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_2 αν γνωρίζετε ότι η μάζα του είναι $m_2 = 2\mathrm{kg}$.

4.4. Αν το σώμα μάζας m_2 μετά την κρούση εισέρχεται σε τραχύ δάπεδο, με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής $\mu = 0.5$, να προσδιορίσετε τη μετατόπιση του σώματος αυτού στο τραχύ δάπεδο, από το σημείο εισόδου σε αυτό, μέχρι να σταματήσει.

Δίνεται: $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

KD5. Ένα σώμα μάζας $\mathrm{m_1} = 2\mathrm{kg}$ κινείται αρχικά προς τα δεξιά με ταχύτητα $\upsilon_1 = 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται με ένα ιδανικό ελατήριο σταθεράς $\mathrm{k} = 400\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$. Το ελατήριο είναι συνδεδεμένο σε ένα σώμα μάζας $\mathrm{m_2} = 3\mathrm{kg}$, το οποίο κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα $\upsilon_2 = 5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Κατά την διάρκεια της επαφής του $\mathrm{m_1}$ με το ελατήριο θεωρούμε ότι δεν μετατρέπεται κινητική ενέργεια σε άλλη μορφή ενέργειας εκτός από ελαστική δυναμική ενέργεια στο ελατήριο.



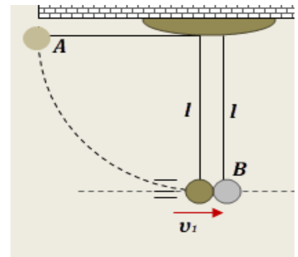
4.1. Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος με μάζα $\mathrm{m_2}$ κατά την διάρκεια της επαφής του $\mathrm{m_1}$ με το ελατήριο, όταν το σώμα μάζας $\mathrm{m_1}$ κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα $\upsilon_3 = 5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

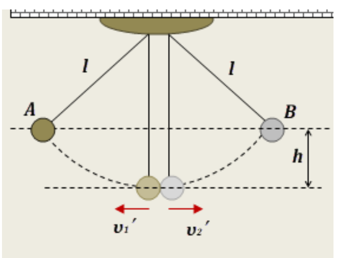
4.2. Υπολογίστε τις ταχύτητες που θα αποκτήσουν τα σώματα όταν το $\mathrm{m_1}$ χάσει την επαφή με το ελατήριο.

4.3. Να βρεθεί το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του $\mathrm{m_1}$ εξαιτίας της αλληλεπίδρασής του με το ελατήριο.

4.4. Ποια είναι η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου κατά την διάρκεια της κρούσης;

KD6. Δύο μικρές σφαίρες A και B, με ίσες ακτίνες και μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, έχουν δεθεί στα κάτω άκρα μη ελαστικών νημάτων ίσου μήκους l, τα πάνω άκρα των οποίων είναι δεμένα στην ίδια οροφή (σχήμα). Όταν οι δύο σφαίρες ισορροπούν ακίνητες, τα νήματα που τις κρατούν είναι κατακόρυφα, οι σφαίρες εφάπτονται και τα κέντρα τους είναι στην ίδια οριζόντια ευθεία. Εκτρέπουμε τη σφαίρα A από την αρχική θέση ισορροπίας της και την φέρνουμε σε θέση, όπου το κέντρο της ανήκει στο αρχικό κατακόρυφο επίπεδο και το νήμα της είναι τεντωμένο και οριζόντιο. Από τη θέση αυτή την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί, οπότε συγκρούεται με τη B κεντρικά και ελαστικά. Οι αντιστάσεις αέρα αγνοούνται και διαπιστώσαμε ότι μετά την κρούση οι δύο σφαίρες κινούνται αντίθετα και φτάνουν ταυτόχρονα στο ίδιο ύψος ως προς το αρχικό οριζόντιο επίπεδο ηρεμίας τους (σχήμα).





Δίνεται ότι η μάζα της σφαίρας A είναι $m_1 = 300\ \mathrm{g}$, το μήκος των νημάτων $l = 0{,}8\ \mathrm{m}$ και ότι το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας μπορεί να θεωρηθεί $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

Για διευκόλυνση πράξεων, δίνεται κατά προσέγγιση ότι ισχύει $\sqrt{7} \cong \frac{8}{3}$.

Να υπολογίσετε:

4.1. Τη μάζα m_2 της σφαίρας B.

4.2. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής της σφαίρας A ακριβώς πριν την σύγκρουσή της με την ακίνητη Β, ενώ το νήμα της έχει γίνει κατακόρυφο.

4.3. Το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας Α, ως προς άξονα στο σημείο O γύρω από το οποίο περιστρέφεται, κατά την κίνησή της από το σημείο που την αφήσαμε ελεύθερη να κινηθεί, μέχρι την σύγκρουσή της με τη σφαίρα B.

4.4 Το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας B, ως προς άξονα στο σημείο Ο΄ γύρω από το οποίο περιστρέφεται, κατά την κίνησή της μετά την κρούση των δύο σφαιρών.

ΣΤΕΡΕΟ

ΘΕΜΑ Α

1. Ένας τροχός κυλίεται κατά μήκος οριζοντίου επιπέδου. Το διάστημα που διανύει σε μια περιστροφή είναι ίσο με:
a. το μήκος της διαμέτρου του. b. το μήκος της περιφέρειάς του.
c. το μήκος της ακτίνας του. d. μηδέν.

2. Σε ένα τροχό που κυλίεται τα σημεία που έχουν, λόγω της στροφικής κίνησης, ταχύτητα μέτρου ίσο με το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας είναι:
a. όλα τα σημεία. b. τα σημεία της κατακόρυφης διαμέτρου.
c. τα σημεία της οριζόντιας διαμέτρου. d. τα σημεία της περιφέρειας.

3. Το κέντρο μάζας ενός στερεού σώματος:
a. σε ανομοιογενές βαρυτικό πεδίο συμπίπτει με το κέντρο βάρους.
b. συμπίπτει με το κέντρο συμμετρίας, αν το σώμα είναι ομογενές και συμμετρικό.
c. αποκλείεται να βρίσκεται έξω από το σώμα.
d. συμπίπτει πάντοτε με ένα σημείο του άξονα περιστροφής του στερεού.

4.Για να διατηρεί ένα σώμα την περιστροφική του κατάσταση σταθερή πρέπει το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών να:
a. είναι σταθερό και διάφορο του μηδενός. b. είναι μηδέν.
c. αυξάνεται με σταθερό ρυθμό. d. μειώνεται με σταθερό ρυθμό.

6. Να επιλέξετε ποιά/ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή/ές.
a. Ένας τροχός που κυλίεται εκτελεί σύνθετη κίνηση.
b. Σε ένα ρολόι με δείκτες, η στροφορμή του ωροδείκτη είναι ομόρροπη με τη στροφορμή του λεπτοδείκτη.
c. Ένα ελεύθερο στερεό μπορεί να περιστραφεί υπό την επίδραση του βάρους του.
e. Ένα ελεύθερο στερεό στο οποίο ασκείται ζεύγος δυνάμεων εκτελεί σύνθετη κίνηση.

7. Ένα μολύβι βρίσκεται ακίνητο πάνω σε ένα λείο τραπέζι. Αν ασκήσουμε δύναμη στο κέντρο μάζας του, το μολύβι:
a. κάνει μόνο μεταφορική κίνηση. b. κάνει μόνο στροφική κίνηση.
c. κάνει σύνθετη κίνηση. d. παραμένει ακίνητο.

8. Ένας ομογενής τροχός κυλίεται σε οριζόντιο δάπεδο. Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του έχει μέτρο. Το ανώτερο σημείο του τροχού έχει επιτάχυνση με οριζόντια συνιστώσα μέτρου:
a. a_{cm} . b. $2a_{cm}$. c.$a_{cm}\sqrt{2}$. d.$4a_{cm}$.

9. Ζεύγος δυνάμεων αποτελούν δύο δυνάμεις με ίδια μέτρα των οποίων τα διανύσματα:
a. έχουν ίδιες κατευθύνσεις και βρίσκονται στον ίδιο φορέα.
b. έχουν αντίθετες κατευθύνσεις και βρίσκονται σε παράλληλους φορείς.

c. έχουν αντίθετες κατευθύνσεις και βρίσκονται σε κάθετους φορείς.
d. βρίσκονται πάνω σε φορείς που σχηματίζουν ορθή γωνία.

10. Να επιλέξετε ποιά/ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή/ές.
b. Η φορά της ροπής μιας δύναμης βρίσκεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού.
c. Ένα στερεό που στρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα με σταθερή γωνιακή ταχύτητα, λέμε ότι ισορροπεί.
d. Για να στρίψουμε ευκολότερα ένα στερεό, πρέπει να ασκήσουμε δύναμη με μικρό μοχλοβραχίονα.

11. Κατά την κύλιση ενός τροχού, του οποίου η ταχύτητα λόγω μεταφορικής κίνησης είναι , το σημείο του τροχού που απέχει περισσότερο από το έδαφος έχει ταχύτητα:
a. μηδέν. b. $2u_{cm}$. c. u_{cm} . d. $u_{cm}/2$.

12. Σε μια επιταχυνόμενη στροφική κίνηση τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης είναι:
a. ομόρροπα. b. αντίρροπα. c. κάθετα. d. σταθερά.

13. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων που ασκείται σε ένα στερεό:
a. έχει μέγιστη τιμή ως προς το κέντρο μάζας. b. έχει ελάχιστη τιμή ως προς το κέντρο μάζας.
c. είναι πάντοτε μηδέν. d. είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο.

14. Η μονάδα μέτρησης του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής στο σύστημα S.I. είναι:
a. $1Kgm^2/s$. b. $1Kgm^2/s^2$. c. $1Kgm/s^2$. d. 1Kgm/s .

15. Να επιλέξετε ποιά/ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή/ές.
a. Στη στροφική κίνηση ενός σώματος κάθε χρονική στιγμή όλα τα σημεία του έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα.
b. Το κέντρο μάζας ενός σώματος μπορεί να βρίσκεται και έξω από το σώμα.
d. Αν σε ένα ελεύθερο στερεό ασκηθεί ζεύγος δυνάμεων, το στερεό θα εκτελέσει σύνθετη κίνηση.
e. Για να ισορροπεί ένα στερεό που έχει σταθερό άξονα περιστροφής, αρκεί η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα να είναι μηδέν.

16.Να επιλέξετε ποιά/ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή/ές.
b. Όταν ο φορέας της δύναμης που ασκείται σε ελεύθερο στερεό δε διέρχεται από το κέντρο μάζας, το στερεό εκτελεί σύνθετη κίνηση.
e. Για να στρίψουμε το τιμόνι ενός αυτοκινήτου πρέπει να ασκήσουμε δύναμη μηδενικής ροπής ως προς τον άξονα του τιμονιού.

17. Σε ένα ομογενή τροχό που κυλίεται σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα κέντρου μάζας μέτρου , ο λόγος του μέτρου της ταχύτητας του κατώτερου σημείου του (σημείο επαφής με το επίπεδο) προς το μέτρο της ταχύτητας του ανώτερου σημείου του (αντιδιαμετρικό σημείο) είναι:
a. 1. b.2 . c.1/2 . d. μηδέν.

18. Ένα ελεύθερο στερεό στο οποίο ασκείται ζεύγος δυνάμεων μπορεί να:
a. κάνει μόνο μεταφορική κίνηση. b. κάνει μόνο στροφική κίνηση.
c. κάνει σύνθετη κίνηση. d. παραμένει ακίνητο.

19. Δύο σύγχρονες κυματικές πηγές Π1, Π2 ταλαντώνονται κάθετα στην ελαστική επιφάνεια ενός υγρού με το ίδιο πλάτος Α, παράγοντας κύματα με μήκος κύματος λ. Τα κύματα συμβάλλουν στη επιφάνεια του υγρού.Να επιλέξετε **ποιες** από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή.
a. Αν r1, r2 οι αποστάσεις ενός σημείου της επιφάνειας από τις κυματικές πηγές, τότε το πλάτος ταλάντωσής του σημείου μετά τη συμβολή των κυμάτων εξαρτάται από το άθροισμα r1+ r2.
b. Τα υλικά σημεία που ταλαντώνονται έχουν την ίδια συχνότητα.
c. Δύο οποιαδήποτε σημεία της επιφάνειας, αν κινούνται μετά τη συμβολή των κυμάτων σε αυτά, τότε ταλαντώνονται είτε σε αντίθεση είτε σε συμφωνία φάσης.
d. Τα υλικά σημεία όπου τα κύματα συμβάλλουν ενισχυτικά ταλαντώνονται με ενέργεια ταλάντωσης διπλάσια από την ενέργεια ταλάντωσης των πηγών.

20. Να επιλέξετε ποιά/ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή/ές.
a. Αν σε ένα ελεύθερο στερεό η συνισταμένη δύναμη είναι μηδέν, τότε η συνολική ροπή ως προς το κέντρο μάζας είναι πάντοτε μηδέν.
b. Η ροπή δύναμης είναι μονόμετρο μέγεθος.
d. Η μονάδα της ροπής δύναμης στο S.I. είναι το 1N/m.
e. Ένα υλικό σημείο έχει τη δυνατότητα να εκτελεί μόνο μεταφορικές κινήσεις.

21. Σύνθετη κίνηση εκτελεί:
a. ένας θαλαμίσκος του τροχού του λούνα παρκ.
b. ένα κιβώτιο που ολισθαίνει σε οριζόντιο δάπεδο.
c. μια ρακέτα, αν κρατώντας την οριζόντια, από τη λαβή, την πετάξουμε ψηλά.
d. ένας ανεμιστήρας οροφής.

22. Η μονάδα μέτρησης της γωνιακής ταχύτητας στο σύστημα S.I. είναι:
a. 1m/s. b. 1rad/s . c. $1m/s^2$. d. $1rad/s^2$.

24. Στην περιστροφή ενός στερεού γύρω από σταθερό άξονα, αν F είναι το μέτρο της δύναμης και ℓ η κάθετη απόσταση του φορέα της δύναμης από τον άξονα περιστροφής, τότε η ροπή της δύναμης ως προς τον άξονα περιστροφής έχει μέτρο:
a. $F^2\ell$. b. $F\ell^2$. c. $2F\ell$. d. $F\ell$.

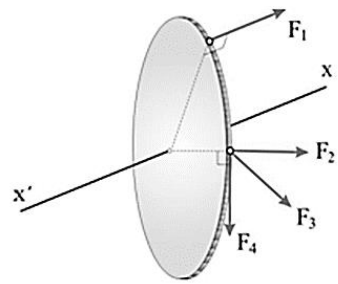
25. Η σχέση που συνδέει τα μέτρα της ορμής p και της στροφορμής L ενός υλικού σημείου που κινείται
a. $p = L\cdot r$. b. $p = L/r$. c. $p = L^2/r$. d. $p = L\cdot r$.

26. Να επιλέξετε ποια/ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή/ές.
a. Κατά την κύλιση ενός τροχού, κάθε σημείο του που έρχεται σε επαφή με το δάπεδο έχει ταχύτητα ίση με μηδέν.
b. Η ροπή δύναμης είναι διανυσματικό μέγεθος.
c. Η στροφορμή έχει μονάδα μέτρησης στο S.I. το 1Kgm/s.
d. Η ροπή δύναμης εκφράζει την αδράνεια του σώματος στη στροφική κίνηση.
e. Σε ένα αυτοκίνητο που κινείται προς το Βορρά, η κατεύθυνση της γωνιακής ταχύτητας των τροχών του είναι προς τη Δύση.

27. Να επιλέξετε ποια/ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή/ές.
b. Η δύναμη του βάρους δημιουργεί πάντα ροπή.
d. Η ροπή που προκαλεί μια δύναμη εξαρτάται από το σημείο εφαρμογής της.
e. Για να προσδιορίσουμε τη φορά της ροπής μιας δύναμης χρησιμοποιούμε τον κανόνα του δεξιού χεριού.

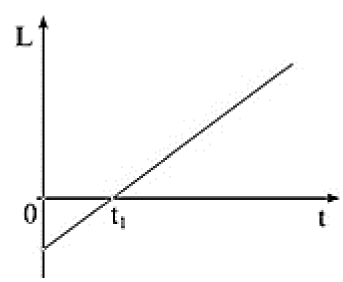
28. Ένα ποδήλατο κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο με σταθερή ταχύτητα μέτρου $υ_π$. Το σημείο της περιφέρειας του τροχού που
a. έρχεται σε επαφή με τον οριζόντιο δρόμο, έχει ταχύτητα μέτρου ίσου με την ταχύτητα του ποδηλάτου $υ_π$.
b. έρχεται σε επαφή με τον οριζόντιο δρόμο, έχει ταχύτητα διπλάσιου μέτρου από αυτήν του ποδηλάτου $υ_π$.
c. βρίσκεται στο ανώτερο σημείο, έχει ταχύτητα μέτρου ίσου με την ταχύτητα του ποδηλάτου $υ_π$.
d. βρίσκεται στο ανώτερο σημείο, έχει ταχύτητα διπλάσιου μέτρου από αυτήν του ποδηλάτου.

29. Ο δίσκος του σχήματος μπορεί να στρέφεται γύρω από τον σταθερό οριζόντιο άξονα x΄x που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο του. Οι δυνάμεις του σχήματος έχουν όλες το ίδιο μέτρο. Μεγαλύτερη ροπή ως προς τον άξονα x΄x δημιουργεί η δύναμη
a. F_1 b. F_2 c. F_3 d. F_4



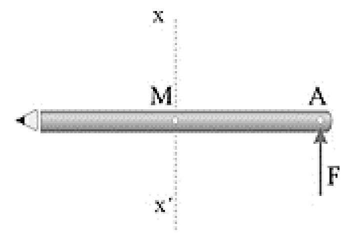
30. Μηχανικά στερεά θεωρούνται
a. όλα τα στερεά σώματα.
b. μόνο εκείνα τα στερεά σώματα που έχουν κυλινδρικό σχήμα.
c. τα στερεά σώματα που δεν παραμορφώνονται όταν τους ασκούνται δυνάμεις.
d. εκείνα τα σώματα που στρέφονται όταν τους ασκείται ροπή.

31. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η μεταβολή της στροφορμής ενός στερεού σώματος σε σχέση με το χρόνο. Για την κίνηση του σώματος ισχύει ότι
a. ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής είναι μηδέν.
b. η συνισταμένη ροπή είναι κατά μέτρο μεγαλύτερη στο χρονικό διάστημα 0 έως t1 από ότι στο t1 έως άπειρο.
c. η γωνιακή επιτάχυνση είναι ίση με μηδέν.
d. ο ρυθμός μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας είναι σταθερός.



32. Ένας κύλινδρος ρίχνεται από τη βάση πλάγιου επιπέδου προς τα πάνω και ανέρχεται κυλιόμενος (χωρίς να ολισθαίνει). Κατά τη διάρκεια της ανόδου το διάνυσμα της συνολικής ροπής που ασκείται στον κύλινδρο και
a. της γωνιακής του ταχύτητας έχουν την ίδια κατεύθυνση.
b. της στροφορμής του έχουν την ίδια κατεύθυνση.
c. της γωνιακής επιτάχυνσης έχουν αντίθετη κατεύθυνση.
d. της γωνιακής επιτάχυνσης έχουν την ίδια κατεύθυνση.

33. Το μολύβι του σχήματος μπορεί να κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Αν ασκήσουμε στιγμιαία οριζόντια δύναμη στο άκρο Α του μολυβιού αυτό θα κινηθεί με τέτοιο τρόπο ώστε το κέντρο μάζας του Μ να βρίσκεται



a. πάνω στο άξονα x΄x.
b. δεξιά από τον άξονα x΄x.
c. αριστερά από τον άξονα x΄x.
d. άλλοτε αριστερά και άλλοτε δεξιά του άξονα x΄x.

34. Η ροπή μιας δύναμης
a. είναι μονόμετρο μέγεθος.
b. είναι ίδια για οποιοδήποτε άξονα περιστροφής του σώματος.
c. έχει μονάδα μέτρησης το 1Nm.
d. είναι ένα διανυσματικό μέγεθος που το διάνυσμά του είναι κάθετο στον άξονα περιστροφής.

35. Ένα ποδήλατο κινείται σε κατηφορικό ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή ταχύτητα χωρίς οι τροχοί του να ολισθαίνουν.Να επιλέξετε τις σωστές από τις παρακάτω προτάσεις.
a. Η ταχύτητα του άξονα του κάθε τροχού είναι κατά μέτρο ίση κάθε χρονική στιγμή με τη γραμμική των σημείων της περιφέρειάς του.
b. Στην κίνηση του ποδηλάτου εμφανίζεται δύναμη τριβής μεταξύ του κάθε τροχού και του οδοστρώματος.
c. Κάθε χρονική στιγμή η ταχύτητα του σημείου επαφής του κάθε τροχού με τον δρόμο είναι ίση με μηδέν.

d. Σε κάθε τροχό τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης βρίσκονται στον ίδιο φορέα και έχουν αντίθετες κατευθύνσεις.
e. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του κάθε τροχού ως προς τον άξονά του είναι διάφορος του μηδενός.

36. Ένας ομογενής δίσκος, ακτίνας R, εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο δίσκο. Ένα σημείο του δίσκου, που απέχει r από τον άξονα περιστροφής ($r<R$), έχει γωνιακή ταχύτητα
a. ίση με αυτήν που έχει ένα σημείο της περιφέρειας.
b. αντιστρόφως ανάλογη της απόστασης r από το κέντρο.
c. ανάλογη της απόστασης r από το κέντρο.
d. με διεύθυνση παράλληλη στην επιφάνεια του δίσκου.

37. Ένα στερεό σώμα εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα. Για ένα σημείο του σώματος παραμένει σταθερό το διάνυσμα
a. της γραμμικής ταχύτητας.   b. της γωνιακής ταχύτητας.
c. της κεντρομόλου επιτάχυνσης.   d. της επιτρόχιου επιτάχυνσης.

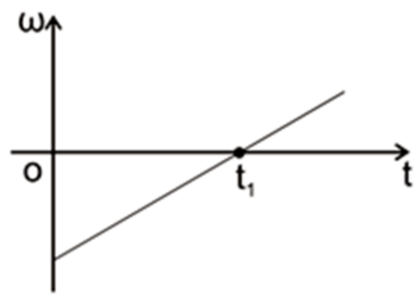
38. Πετάμε μια μπάλα, ακτίνας R, κατακόρυφα προς τα πάνω. Στη διάρκεια της ανόδου, η μπάλα μεταφορικά εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση και στροφικά ομαλή κίνηση. Στη διάρκεια της ανόδου
a. η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται η μπάλα είναι μηδέν.
b. η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που δέχεται η μπάλα είναι διάφορη του μηδενός.

d. για τα σημεία της περιφέρειας της μπάλας, δεν ισχύει η σχέση $υ_{cm}=ωR$.

39. Ένας δίσκος κυλάει σε οριζόντιο επίπεδο (χωρίς να ολισθαίνει). Ένα σημείο του δίσκου Α έχει ταχύτητα $u_A=1{,}5u_{cm}$, ομόρροπη με τη $υ_{cm}$. Η γραμμική ταχύτητα του σημείου είναι
a. $u_{γρ} = u_{cm}$ b. $u_{γρ} = 2{,}5u_{cm}$ c. $u_{γρ}= -0{,}5u_{cm}$ d. $u_{γρ}= 0{,}5u_{cm}$

40. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού εξαρτάται από
a. το σχήμα του. b. τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του.
c. τις ροπές που δέχεται. d. τη στροφορμή του.

41. Ένας ομογενής δίσκος στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Η γωνιακή ταχύτητα ω μεταβάλλεται με το χρόνο t, όπως στο παρακάτω διάγραμμα. Τη χρονική στιγμή t_1 μηδενίζεται



a. η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου.
b. η συνισταμένη των ροπών που ασκούνται στο δίσκο.
c. ο ρυθμός μεταβολής της διαγραφόμενης επίκεντρης γωνίας του δίσκου.
d. ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του δίσκου.

42. Να επιλέξετε τις σωστές από τις παρακάτω προτάσεις.
a. Όλα τα σημεία ενός σώματος που εκτελεί μεταφορική κίνηση έχουν την ίδια επιτάχυνση.
b. Η γωνιακή επιτάχυνση ενός στερεού σώματος, που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, είναι αντιστρόφως ανάλογη προς τη συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται στο σώμα.
e. Ένας τροχός κινείται με κατεύθυνση ανατολική και επιβραδύνεται. Η γωνιακή επιτάχυνση του τροχού είναι ένα διάνυσμα με κατεύθυνση νότια.

43. Να επιλέξετε τις σωστές από τις παρακάτω προτάσεις.
α. Αν σε ένα ελεύθερο στερεό σώμα είναι $Στ=0$, τότε είναι βέβαιο ότι το σώμα δεν περιστρέφεται.
b. Η ροπή ενός ζεύγους δυνάμεων ισούται με τη διαφορά της ροπής των δύο δυνάμεων.
d. Η ροπή του βάρους ενός ομογενούς σώματος είναι πάντα μηδέν.
e. Στη μεταφορική κίνηση ενός σώματος κάθε χρονική στιγμή όλα τα σημεία του έχουν την ίδια ταχύτητα.

44. Να επιλέξετε τις σωστές από τις παρακάτω προτάσεις.
b. Η ροπή μιας δύναμης ως προς κάποιον άξονα περιστροφής έχει διεύθυνση κάθετη σ' αυτόν.
c. Αν διπλασιάσουμε το μέτρο των δύο δυνάμεων ενός ζεύγους δυνάμεων, χωρίς να αλλάξουμε την απόστασή τους, τότε το μέτρο της ροπής του ζεύγους δυνάμεων θα διπλασιαστεί.

45. Να επιλέξετε τις σωστές από τις παρακάτω προτάσεις.
a. Ο λεπτοδείκτης ενός ρολογιού έχει περίοδο εξήντα φορές μεγαλύτερη από αυτήν του δευτερολεπτοδείκτη.
b. Η γωνιακή επιτάχυνση ενός σώματος ισούται με τον ρυθμό μεταβολής της γωνιακής του ταχύτητας.

c. Όταν έχουμε ένα ζεύγος δυνάμεων οι δύο δυνάμεις έχουν ίδια διεύθυνση και ίδια φορά.

46. Να επιλέξετε τις σωστές από τις παρακάτω προτάσεις.
a. Όταν ένα σώμα εκτελεί σύνθετη κίνηση, η ταχύτητα κάθε σημείου του σώματος ισούται με το διανυσματικό άθροισμα της ταχύτητας του κέντρου μάζας του σώματος και της γωνιακής ταχύτητας του σημείου.
b. Η ροπή του βάρους ενός σώματος ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος είναι ίση με μηδέν.
c. Η ροπή μιας δύναμης που είναι παράλληλη στον άξονα περιστροφής είναι ανάλογη με την απόσταση του φορέα της δύναμης από τον άξονα περιστροφής.
d. Αν ένα σώμα εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση, τότε το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα είναι μηδέν.

47. Αν στερεό σώμα εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση τότε:

a. Η κίνηση του είναι οπωσδήποτε ευθύγραμμη.

b. Όλα τα σημεία του στερεού έχουν ίδια ταχύτητα.

c. Το σώμα αλλάζει προσανατολισμό.

d. Το τμήμα που ενώνει 2 τυχαία σημεία του στερεού περιστρέφεται συνεχώς.

48. Σώμα εκτελεί στροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σώμα. Η γωνιακή του ταχύτητα:

a. Είναι διανυσματικό μέγεθος που σχηματίζει τυχαία γωνία φ με τον άξονα περιστροφής.

b. Έχει μέτρο που ισούται με τον ρυθμό μεταβολής της γωνίας που διαγράφει μια τυχαία ακτίνα του στερεού.

c. Αν η κίνηση είναι ομαλή στροφική τότε έχει μέτρο που συνεχώς αυξάνεται.

d. Έχει μονάδα μέτρησης το 1rad/sec^2.

49. Ένας δίσκος ακτίνας R εκτελεί σύνθετη κίνηση χωρίς ολίσθηση, σε οριζόντιο δρόμο. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του είναι κάποια στιγμή u_{cm} και η γωνιακή του ταχύτητα την ίδια στιγμή είναι ω.

a. Δεν μπορούμε να εφαρμόσουμε την αρχή της επαλληλίας για να υπολογίσουμε την ταχύτητα ενός μορίου του στερεού.

b. Ο δίσκος δεν αλλάζει προσανατολισμό.

c. Ισχύει η σχέση .

d. Το σώμα εκτελεί και μεταφορική και στροφική κίνηση.

50.Ένας τροχός ακτίνας R, κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο δρόμο. Ο τροχός κάποια στιγμή περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω και το κέντρο μάζας του κινείται με ταχύτητα υcm.

a. Το ανώτερο σημείο του τροχού έχει ταχύτητα μέτρου .

b. Η κεντρομόλος επιτάχυνση των διαφόρων σημείων του τροχού είναι για όλα τα σημεία η ίδια.

c. Υπάρχουν δύο σημεία του τροχού που έχουν μέτρο ταχύτητας .

d. Η γραμμική ταχύτητα(περιστροφική) των σημείων της περιφέρειας συνδέεται με την γωνιακή ταχύτητα του τροχού με την σχέση .

e. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του τροχού συνδέεται με την γωνιακή του ταχύτητα με την σχέση .

f. Το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης των σημείων του τροχού είναι κάθετα μεταξύ τους.

51. Ένα στερεό εκτελεί μόνο στροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σώμα:

a. Όλα τα σημεία του στερεού εκτελούν κυκλική κίνηση.

b. Όσο απομακρυνόμαστε από τον άξονα περιστροφής το μέτρο της ταχύτητας των διαφόρων σημείων μειώνεται.

c. Υπάρχουν σημεία του στερεού που είναι διαρκώς ακίνητα.

d. Όλα τα σημεία του στερεού έχουν την ίδια ταχύτητα.

52. Ένας τροχός εκτελεί στροφική κίνηση γύρω από άξονα που διέρχεται από το Κ , ξεκινώντας από την ηρεμία και επιταχύνεται με γωνιακή επιτάχυνση που συνεχώς αυξάνεται: Troxos

a. η γραμμική ταχύτητα ω του στερεού αυξάνεται γραμμικά με τον χρόνο.

b. Η γωνιακή ταχύτητα ω του τροχού δίνεται από την σχέση .

c. Η στιγμιαία γραμμική ταχύτητα ενός μορίου της περιφέρειας του τροχού συνδέεται με την στιγμιαία γωνιακή του ταχύτητα ω με την σχέση .

d. η γωνία που διαγράφει ο τροχός υπολογίζεται από την σχέση .

53. Η ροπή μιας δύναμης:

a. εκφράζει την ικανότητα μιας δύναμης να στρέφει ένα σώμα.
b. είναι μηδέν αν ο φορέας της δύναμης περνά από τον άξονα περιστροφής.
c. είναι μηδέν αν η δύναμη είναι παράλληλη με τον άξονα περιστροφής.

d. είναι διάφορη από το μηδέν αν ο φορέας της δύναμης ταυτίζεται με τον άξονα περιστροφής.

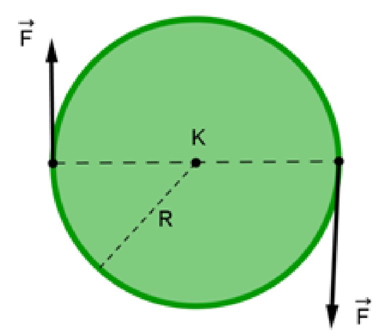
54. Η ροπή μιας δύναμης:

a. εξαρτάται από το μέτρο της δύναμης.
b. εξαρτάται από την κίνηση που εκτελεί το σώμα.
c. έχει μονάδα μέτρησης το $1\ N \cdot m$.
d. είναι μονόμετρο μέγεθος.
e. έχει σημείο εφαρμογής πάνω στον άξονα περιστροφής.

55. Σε ένα στερεό ασκούνται 3 μη παράλληλες και ομοεπίπεδες δυνάμεις και το στερεό ισορροπεί. Τότε:

a. το στερεό μπορεί να έχει σταθερή γωνιακή ταχύτητα.
b. το στερεό μπορεί να έχει σταθερή γωνιακή επιτάχυνση.
c. ισχύει $\Sigma F = 0$ και $\Sigma\tau \neq 0$.
d. ισχύει $\Sigma\tau = 0$ και $\Sigma F \neq 0$.

56. Ο κατακόρυφος τροχός του σχήματος μπορεί να περιστρέφεται ως προς σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το σημείο Κ και είναι κάθετος στο επίπεδό του.



Ο τροχός δέχεται το ζεύγος δυνάμεων του σχήματος.

Η συνολική ροπή του ζεύγους είναι:

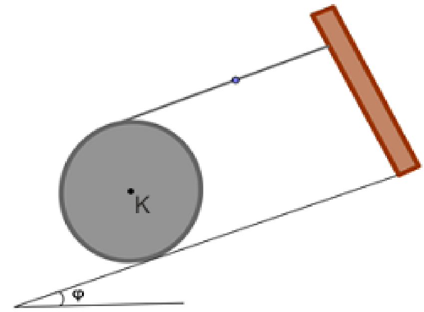
a. $\tau_{o\lambda} = F \cdot R$

b. $\tau_{o\lambda} = F \cdot 2R$

c. $\tau_{o\lambda} = 4F \cdot R$

d. $\tau_{o\lambda} = F \cdot \dfrac{R}{2}$

57. Ο κατακόρυφος τροχός του σχήματος μπορεί να περιστρέφεται ως προς σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το σημείο Κ και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Ο τροχός βρίσκεται σε ισορροπία.



Αν το βάρος του κυλίνδρου είναι w και η γωνία του κεκλιμένου επιπέδου είναι φ τότε **ποιες** από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

a. Η συνισταμένη ροπή των δυνάμεων που δέχεται ο δίσκος ως προς το κέντρο του είναι μηδέν.
b. Η δύναμη που δέχεται ο τροχός από το νήμα έχει την διεύθυνση του νήματος
c. Η στατική τριβή στον δίσκο είναι παράλληλη στο κεκλιμένο και έχει φορά προς τα πάνω.
d. Η συνισταμένη των δυνάμεων στο δίσκο είναι μηδέν.
e. Ο δίσκος δέχεται 3 δυνάμεις που οι φορείς τους περνούν από το ίδιο σημείο.

58. Η στροφορμή ενός υλικού σημείου

a. είναι ένα μονόμετρο μέγεθος που έχει μέτρο mυr.

b. είναι ένα διανυσματικό μέγεθος που έχει κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση της ορμής του σώματος.

c. έχει μονάδα μέτρησης το 1kgm/s.

d. είναι ένα διανυσματικό μέγεθος που είναι κάθετο στο επίπεδο που ορίζουν η ορμή του σώματος και η ακτίνα περιστροφής.

59. Η μονάδα μέτρησης της στροφορμής είναι

a. 1 kgm^2/s.   b. 1 kgm/s^2.   c. 1 kgm^2.   d. 1 kgm/s.

60. Εάν η στροφορμή ενός υλικού σημείου που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα παραμένει σταθερή, τότε η συνολική ροπή που δέχεται το σώμα

a. είναι ίση με το μηδέν.   b. είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.

c. αυξάνεται με το χρόνο.

d. μειώνεται με το χρόνο.

61. Η περίοδος περιστροφής της Γης γύρω από τον Ήλιο είναι σταθερή. Αυτό οφείλεται στο ότι η ελκτική δύναμη που δέχεται η Γη από τον Ήλιο

a. δημιουργεί σταθερή ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής.

b. δημιουργεί μηδενική ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής.

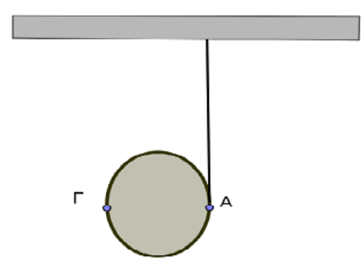
c. έχει τη διεύθυνση της εφαπτομένης σε ένα σημείο του Ισημερινού της Γης.

d. έχει τέτοιο μέτρο που δεν επηρεάζει την περιστροφή της Γης.

ΘΕΜΑ Β

ΕΡΩΤΗΣΗ 1

Το γιο-γιο του σχήματος έχει ακτίνα R και αρχικά είναι ακίνητο. Την t=0 αφήνουμε ελεύθερο το δίσκο ο οποίος αρχίζει να κατεβαίνει και ταυτόχρονα περιστρέφεται.



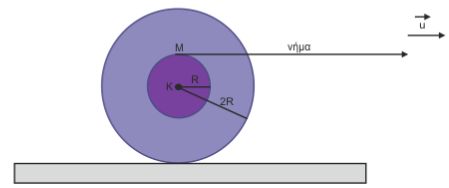
α) Να δειχτεί ότι κατά την κάθοδο του δίσκου ισχύουν οι σχέσεις $u_{cm}=\omega R$ και $\alpha_{cm}=\alpha_{\gamma\omega\nu}R$.

β) αν κάποια στιγμή το κέντρο μάζας του δίσκου έχει ταχύτητα u_{cm} το σημείο Γ έχει ταχύτητα

1) $u_Γ = u_{cm}$. 2) $u_Γ = 2u_{cm}$. 3) $u_Γ = 0$.

ΕΡΩΤΗΣΗ 2

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ένα στερεό που αποτελείται από δυο ομοαξονικούς δίσκους με ακτίνες R και 2R . Τραβάμε με το χέρι μας το νήμα ώστε το στερεό να κυλίεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα χωρίς να ολισθαίνει, ενώ το νήμα δε γλιστράει στο αυλάκι του δίσκου ακτίνας R.

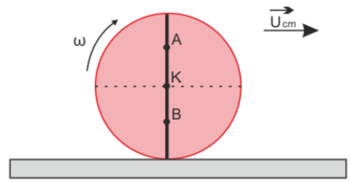


Η απόσταση x που έχει διανύσει το κέντρο μάζας του στερεού όταν έχει ξετυλιχθεί σχοινί μήκους ℓ είναι:

α) x=ℓ. β) x=2ℓ. γ) $x = \frac{2\ell}{3}$. δ) $x = \frac{3\ell}{2}$.

ΕΡΩΤΗΣΗ 3

Ο δίσκος του σχήματος εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση σε οριζόντιο δρόμο. Τα σημεία Α και Β ανήκουν στην κατακόρυφη διάμετρο και απέχουν από το κέντρο του δίσκου αποστάσεις ΑΚ=ΚΒ= R/2.

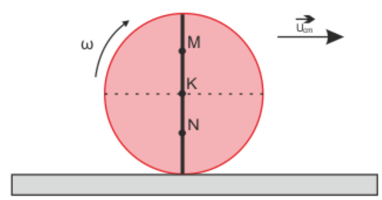


Ο λόγος των ταχυτήτων $\frac{U_A}{U_B}$ είναι:

α) $\frac{U_A}{U_B} = 1$. β) $\frac{U_A}{U_B} = 2$. γ) $\frac{U_A}{U_B} = 3$.

ΕΡΩΤΗΣΗ 4

Ο δίσκος του σχήματος εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση με σταθερή ταχύτητα u_{cm} . Δύο σημεία, Μ και Ν, απέχουν ίδια απόσταση από το κέντρο Κ και έχουν ταχύτητες που ικανοποιούν τη σχέση $u_M = 5u_N$.



Η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι:

α) $u_{cm} = \frac{u_M}{2}$ β) $u_{cm} = 3u_N$ γ) $u_{cm} = \frac{u_M+u_N}{5}$

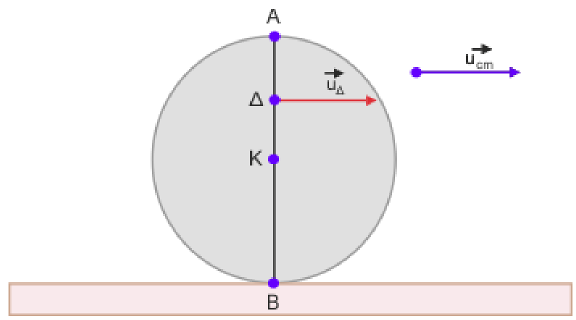
ΕΡΩΤΗΣΗ 5

Μία οριζόντια ράβδος ΑΒ μήκους ℓ εκτελεί στροφική κίνηση με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ίση με ω γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα περιστροφής που διέρχεται από το άκρο της Α. Το μέσο Μ της ράβδου έχει κεντρομόλο επιτάχυνση ίση με:

α) $\alpha_\kappa = \omega^2\ell$. β) $\alpha_\kappa = \omega^2\frac{\ell}{2}$. γ) $\alpha_\kappa = \omega^2\frac{\ell}{4}$.

ΕΡΩΤΗΣΗ 6

Τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Κάποια χρονική στιγμή το σημείο Δ βρίσκεται στην κατακόρυφη διάμετρο και απέχει από το κέντρο Κ απόσταση x=R/2 (βρίσκεται πάνω από το Κ).

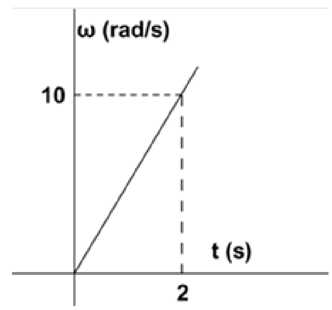


Εάν η ταχύτητα του Δ είναι $u_Δ$, η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι:

α) $u_{cm} = \frac{3u_Δ}{2}$ β) $u_{cm} = \frac{2u_Δ}{3}$ γ) $u_{cm} = \frac{u_Δ}{2}$

ΕΡΩΤΗΣΗ 7

Δίσκος ακτίνας R=0.2m κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και η γωνιακή του ταχύτητα μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα.



Α) η ταχύτητα του κέντρου μάζας την χρονική στιγμή t=2s είναι:

α) $u_{cm} = 50m/s$. β) $u_{cm} = 2m/s$. γ) $u_{cm} = 5m/s$.

Β) Η γωνιακή επιτάχυνση του σώματος είναι:

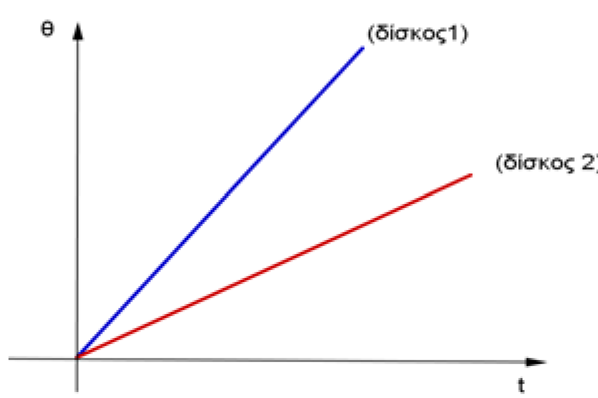
α) $a_γ = 1r/s^2$ β) $a_γ = 5r/s^2$ γ) $a_γ = 2r/s^2$

Γ) Το διάστημα που έχει διανύσει ο δίσκος μέχρι την χρονική στιγμή t=2s είναι:

α) $S = 2m$. β) $S = 4m$. γ) $S = 50m$.

ΕΡΩΤΗΣΗ 8

Δυο ομογενείς δίσκοι στρέφονται γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής που περνά από το κέντρο τους. Στο διάγραμμα φαίνεται πώς μεταβάλλεται η γωνία που διαγράφει κάθε δίσκος σε συνάρτηση με τον χρόνο.



α) οι δυο δίσκοι έχουν την ίδια γωνιακή επιτάχυνση (μη μηδενική).

β) οι δίσκοι εκτελούν επιταχυνόμενη κίνηση με διαφορετικές γωνιακές επιταχύνσεις.

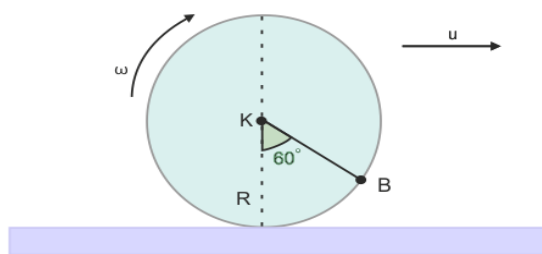
γ) οι δυο δίσκοι εκτελούν ομαλή στροφική κίνηση και η γωνιακή ταχύτητα του πρώτου κάθε χρονική στιγμή είναι μεγαλύτερη από την γωνιακή ταχύτητα του δευτέρου την ίδια χρονική στιγμή.

δ) σε ίσους χρόνους ο δίσκος 2 θα εκτελέσει περισσότερες περιστροφές από τον δίσκο 1.

Να χαρακτηριστεί κάθε πρόταση σαν σωστή η λανθασμένη και να δικαιολογηθεί ο χαρακτηρισμός της κάθε πρότασης.

ΕΡΩΤΗΣΗ 9

Τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα u_{cm}. Το Β βρίσκεται στην περιφέρεια του τροχού και η επιβατική του ακτίνα σχηματίζει με την κατακόρυφη διάμετρο γωνία 60° (όπως στο σχήμα).

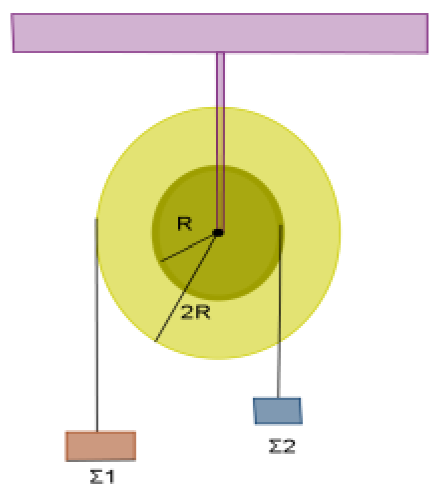


Το μέτρο της ταχύτητας του Β είναι:

α) $u_B = u_{cm}$. β) $u_B = u_{cm}\sqrt{2}$. γ) $u_B = u_{cm}/2$. δ) $u_B = 3u_{cm}/2$.

ΕΡΩΤΗΣΗ 10

Για να ισορροπεί η διπλή τροχαλία του σχήματος θα πρέπει ο λόγος m_1/m_2 να είναι ίσος με:

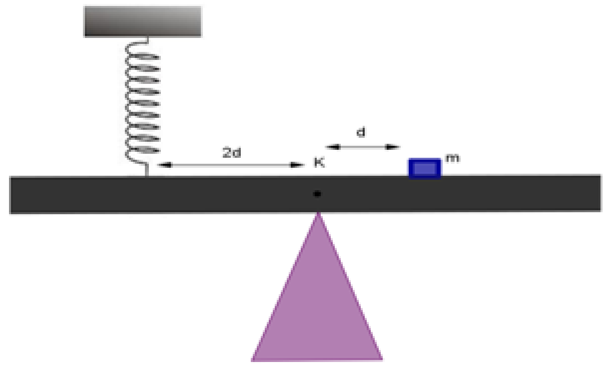


α) $\frac{m_1}{m_2} = 2$

β) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$

γ) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$

ΕΡΩΤΗΣΗ 11



Η ράβδος ΑΒ ισορροπεί στηριζόμενη στο υποστήριγμα που διέρχεται από το μέσο της Κ. Σε απόσταση d από το Κ προς τα δεξιά υπάρχει σώμα μάζας m που είναι τοποθετημένο πάνω στη ράβδο. Σε απόσταση 2d προς τα αριστερά από το Κ υπάρχει ελατήριο το οποίο συγκρατεί την ράβδο σε οριζόντια θέση.

1)Το ελατήριο είναι:

α)σε επιμήκυνση.

β) στο φυσικό του μήκος.

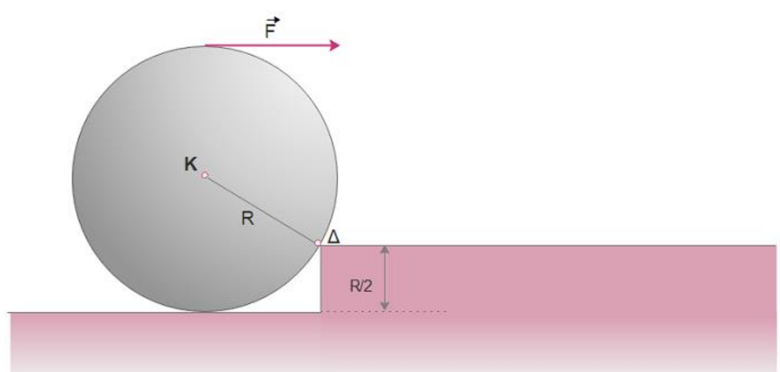
γ)σε συσπείρωση.

2) Αν K=100N/m , M=10Kg και $g=10m/s^2$, η παραμόρφωση του ελατηρίου είναι:

α) $\Delta\ell = 0,5m$. β) $\Delta\ell = 0$. γ) $\Delta\ell = 1m$.

ΕΡΩΤΗΣΗ 12

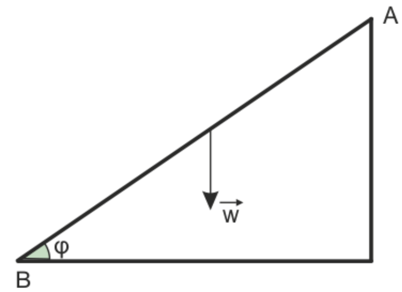
Η ελάχιστη τιμή της οριζόντιας δύναμης F που πρέπει να ασκήσουμε στο υψηλότερο σημείο του τροχού (όπως φαίνεται στο σχήμα) ώστε να καταφέρει να υπερπηδήσει το εμπόδιο που έχει ύψος h=R/2είναι:



α) $F = w\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. β) $F = \dfrac{w}{2}$. γ) $F = w\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

ΕΡΩΤΗΣΗ 13

Η ράβδος ΑΒ είναι ομογενής, έχει βάρος w και ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα.

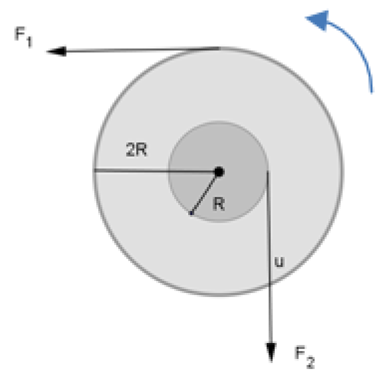


α) Για να ισορροπεί η ράβδος θα πρέπει ο τοίχος και το δάπεδο να είναι λεία.

β) Για να ισορροπεί η ράβδος θα πρέπει να είναι λείος ο τοίχος και το δάπεδο να έχει τριβή.

γ) Για να ισορροπεί η ράβδος θα πρέπει να είναι λείο το δάπεδο και ο τοίχος να έχει τριβή.

ΕΡΩΤΗΣΗ 14



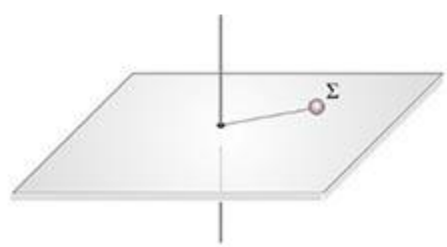
Οι δύο ομόκεντροι δίσκοι του διπλανού σχήματος μπορούν να περιστρέφονται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο τους. Οι δίσκοι είναι κολλημένοι και μπορούν να περιστρέφονται σαν ένα σώμα. Ασκούμε στους δίσκους τις δυνάμεις F_1 και F_2 που φαίνονται στο σχήμα και τελικά παρατηρούμε ότι το σύστημα περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα.

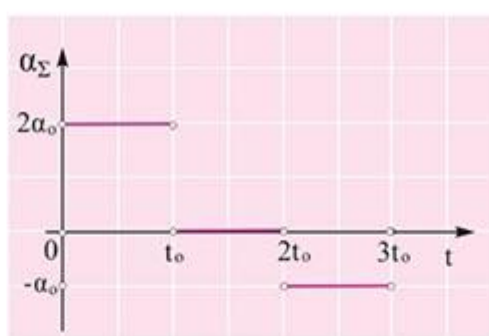
Για τις δυνάμεις F_1 και F_2 ισχύει:

α) $F_1 = 2F_2$.   β) $F_2 = 2F_1$.   γ) $F_1 = F_2$.

ΕΡΩΤΗΣΗ 15

Το σφαιρίδιο Σ του σχήματος είναι αρχικά ακίνητο στο οριζόντιο λείο επίπεδο και δεμένο μέσω μη ελαστικού νήματος στον σταθερό κατακόρυφο άξονα. Τη χρονική στιγμή t=0 ασκείται σε αυτό κατάλληλη οριζόντια δύναμη και αυτό περιφερόμενο κυκλικά γύρω από τον άξονα σε σταθερή ακτίνα επιταχύνεται. Η αλγεβρική τιμή της γραμμικής επιτάχυνσης του σφαιριδίου σε σχέση με το χρόνο δίνεται στο διπλανό διάγραμμα.





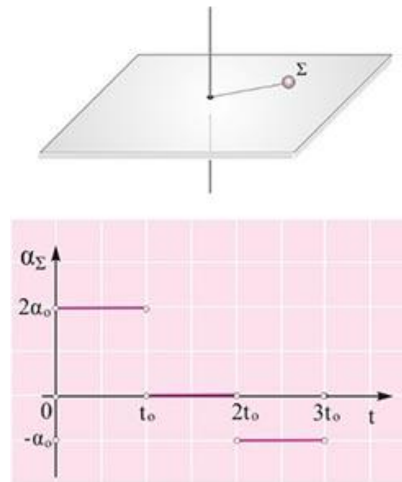
α) Για το χρονικό διάστημα $0s \le t \le t_o$ το σφαιρίδιο περιστρέφεται με σταθερή στροφορμή.

β) Για το χρονικό διάστημα $t_o < t \le 2t_o$ το σφαιρίδιο έχει μηδενική στροφορμή.

γ) Για το χρονικό διάστημα $2t_o < t \leq 3t_o$ το σφαιρίδιο περιστρέφεται με στροφορμή της οποίας το μέτρο μειώνεται συνεχώς.

ΕΡΩΤΗΣΗ 16

Το σφαιρίδιο Σ του σχήματος είναι αρχικά ακίνητο στο οριζόντιο λείο επίπεδο και δεμένο μέσω μη ελαστικού νήματος στον σταθερό κατακόρυφο άξονα. Τη χρονική στιγμή t=0 ασκείται σε αυτό κατάλληλη οριζόντια δύναμη και αυτό περιφερόμενο κυκλικά γύρω από τον άξονα σε σταθερή ακτίνα επιταχύνεται. Η αλγεβρική τιμή της γραμμικής επιτάχυνσης του σφαιριδίου σε σχέση με το χρόνο δίνεται στο διπλανό διάγραμμα.

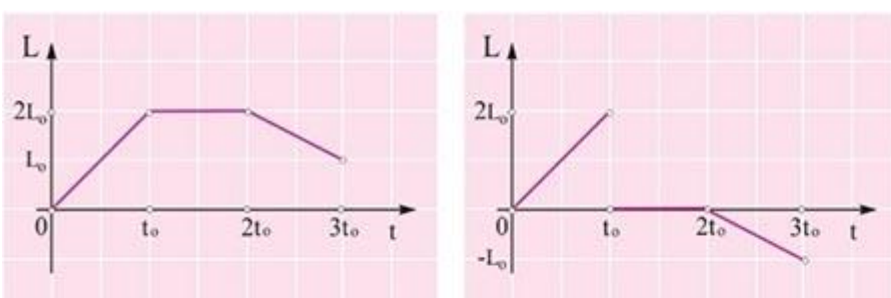


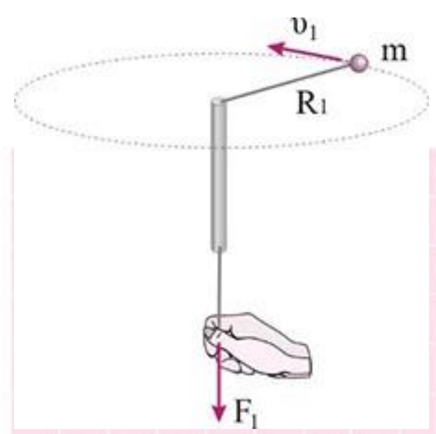
Η στροφορμή του σφαιριδίου σε συνάρτηση με το χρόνο είναι σωστά σχεδιασμένη στο διάγραμμα

α. (α). β. (β).
γ. (γ).

ΕΡΩΤΗΣΗ 17

Το σφαιρίδιο του σχήματος διαγράφει κυκλική τροχιά ακτίνας R_1 με γραμμική ταχύτητα μέτρου υ_1 πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι. Τραβάμε το αβαρές σχοινί το οποίο περνά από το σωλήνα μέχρι η





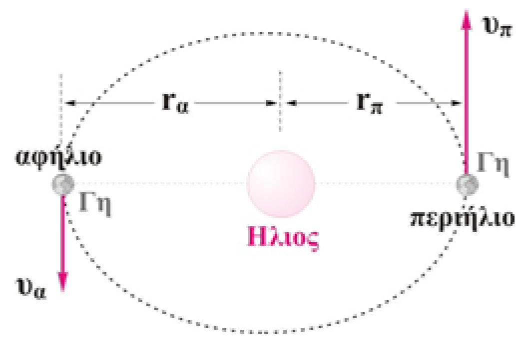
(α) (β) (γ)

ακτίνα περιστροφής του σώματος να μειωθεί στο μισό. Θεωρούμε ότι σ' όλη τη διάρκεια του φαινομένου δεν υπάρχουν τριβές μεταξύ του σχοι-νιού και του σωλήνα. Αν το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο χέρι μας όταν το σφαιρίδιο κινείται κυκλικά σε τροχιά ακτίνας R_1 είναι F_1, το μέτρο της δύναμης F_2 που ασκείται στο χέρι μας όταν η ακτίνα περιστροφής R_2 μειωθεί στο μισό είναι

α. $2F_1$.
β. $4F_1$.
γ. $8F_1$.

ΕΡΩΤΗΣΗ 18

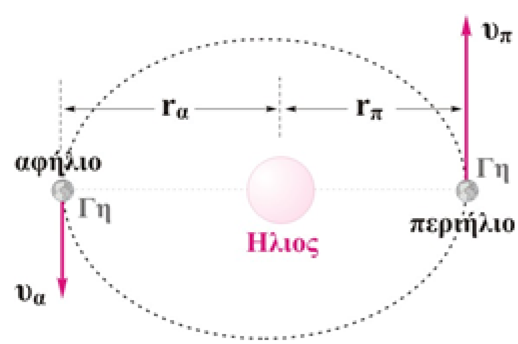
Η Γη στρέφεται σε ελλειπτική τροχιά γύρω από τον Ήλιο. Το κοντινότερο σημείο της τροχιάς στον Ήλιο ονομάζεται περιήλιο (π) και το πιο απομακρυσμένο αφήλιο (α). Αν θεωρήσουμε τη Γη υλικό σημείο, τότε για τις αντίστοιχες αποστάσεις ισχύει $r_A = \frac{21}{20} r_\pi$. Για τις ταχύτητες διέλευσης της Γης από το αφήλιο και το περιήλιο ισχύει



α. $\upsilon_A = \frac{21}{20}\upsilon_\pi$. β. $\upsilon_A = \frac{20}{21}\upsilon_\pi$. γ. $\upsilon_A = \left(\frac{21}{20}\right)^2 \upsilon_\pi$.

ΕΡΩΤΗΣΗ 19

Η Γη στρέφεται σε ελλειπτική τροχιά γύρω από τον Ήλιο. Το κοντινότερο σημείο της τροχιάς στον Ήλιο ονομάζεται περιήλιο (π) και το πιο απομακρυσμένο αφήλιο (α). Αν θεωρήσουμε τη Γη υλικό σημείο τότε για τις αντίστοιχες αποστάσεις ισχύει $r_A = \frac{21}{20} r_\pi$. Για τις κινητικές ενέργειες της Γης στη διέλευσή της από το αφήλιο και το περιήλιο ισχύει



α. $K_A = \frac{21}{20} K_\pi$. β. $K_A = \left(\frac{20}{21}\right)^2 K_\pi$. γ. $K_A = \left(\frac{21}{20}\right)^2 K_\pi$.

ΕΡΩΤΗΣΗ 20

Ένα σωμάτιο μάζας m περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα. Αν η απόσταση του σωματίου από τον άξονα διπλασιαστεί, χωρίς να μεταβληθεί η γωνιακή του ταχύτητα, η στροφορμή του ως προς τον άξονα περιστροφής:

α) διπλασιάζεται. β) τετραπλασιάζεται. γ) παραμένει σταθερή. δ) υποδιπλασιάζεται.

ΕΡΩΤΗΣΗ 21

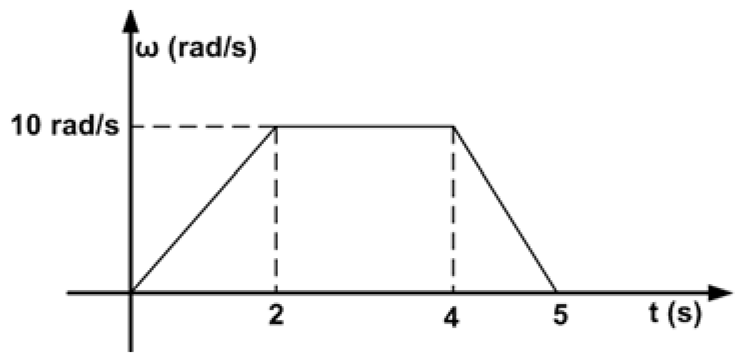
Στα άκρα μιας οριζόντιας αβαρούς ράβδου μήκους ℓ βρίσκονται προσαρμοσμένοι δύο όμοιοι δακτύλιοι με ίσες μάζες $m_1 = m_2 = m$ οι οποίοι μπορούν να ολισθαίνουν πάνω στη ράβδο χωρίς τριβές. Οι δακτύλιοι αρχικά συγκρατούνται μέσω νήματος σε θέσεις που απέχουν μεταξύ τους d. Το σύστημα περιστρέφεται γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της ράβδου που απέχει d/2 από κάθε δακτύλιο. Αν λόγω εσωτερικών δυνάμεων υποδιπλασιαστεί η απόσταση κάθε μάζας από τον άξονα περιστροφής, τότε η τάση του νήματος που συγκρατεί τους δακτυλίους

α) υποδιπλασιάζεται. β) διπλασιάζεται. γ) οκταπλασιάζεται.

ΘΕΜΑ Γ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Στο σχήμα φαίνεται πώς μεταβάλλεται η γωνιακή ταχύτητα ενός δίσκου που εκτελεί μόνο στροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής. Δίνεται ακτίνα δίσκου r=0.5m .



α) Να βρεθούν οι γωνιακές επιταχύνσεις που έχει το κινητό σε κάθε κίνηση.

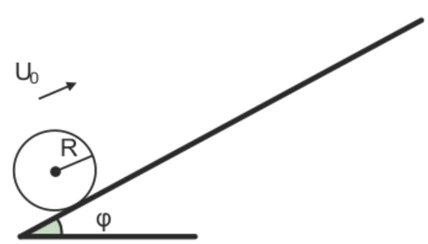
β) Να γίνει το διάγραμμα επιτάχυνσης-χρόνου για όλη την κίνηση.

γ) Να βρεθεί η συνολική γωνία που έχει διαγράψει ο δίσκος.

δ) Ένα σημείο Α απέχει από τον άξονα περιστροφής απόσταση r=0.2m . Να βρεθεί η γραμμική ταχύτητα του Α την t=1s καθώς και την t=4.5s.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Από τη βάση ενός κεκλιμένου επιπέδου κλίσης φ=π/6rad εκτοξεύεται προς τα πάνω τροχός ακτίνας R=0,2m με αρχική ταχύτητα u_0=10m/s . Ο τροχός φτάνει στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου που βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος, σταματά στιγμιαία και μετά αρχίζει να κατεβαίνει το κεκλιμένο επίπεδο. Θεωρούμε ότι η επιβράδυνση του τροχού κατά την άνοδο είναι ίση κατά μέτρο με την επιτάχυνση που απέκτησε ο τροχός κατά την κάθοδό του και ισχύει



$$\left|\alpha_{cm}(\alpha\nu\acute{o}\delta o\upsilon)\right| = \alpha_{cm}(\kappa\alpha\theta\acute{o}\delta o\upsilon) = 2\ m/s^2$$

Να βρεθούν:

α) Ο χρόνος ανόδου.

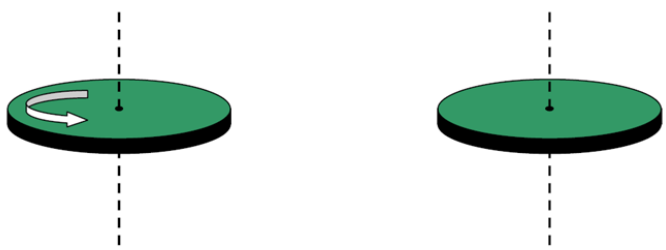
β) Το μέγιστο ύψος h από το έδαφος που φτάνει ο τροχός.

γ) Τη γωνία που θα διαγράψει μια ακτίνα R του τροχού κατά την κάθοδό του.

δ) Το διάγραμμα του μέτρου της γωνιακής ταχύτητας σε συνάρτηση με τον χρόνο (ω-t) ,για όλη την κίνηση.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Ο ομογενής και ισοπαχής δίσκος του σχήματος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, που περνά από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Ο δίσκος είναι αρχικά ακίνητος. Τη στιγμή $t_0=0$ ξεκινά να περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $2rad/s^2$. Τη στιγμή $t_A=4s$, ο δίσκος αρχίζει να επιβραδύνεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $4rad/s^2$, μέχρι να σταματήσει.



1. Στο πρώτο σχήμα να σχεδιαστεί το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας $\overrightarrow{\omega_1}$ και το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης $\overrightarrow{\alpha_{\gamma\omega\nu1}}$ του δίσκου κάποια στιγμή κατά τη διάρκεια της επιταχυνόμενης κίνησής του.

2. Στο δεύτερο σχήμα να σχεδιαστούν τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας $\overrightarrow{\omega_2}$ και της γωνιακής επιτάχυνσης $\overrightarrow{\alpha_{\gamma\omega\nu2}}$ του δίσκου κάποια στιγμή κατά τη διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησής του.

Θεωρώντας θετική τη φορά περιστροφής:

3. Να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις ω=f(t) της γωνιακής ταχύτητας για όλη τη διάρκεια της κίνησης.

4. Να γίνει η γραφική παράσταση ω-t για τη συνολική κίνηση.

5. Να γραφεί η χρονική εξίσωση θ=f(t) της γωνίας στροφής στην επιταχυνόμενη κίνηση.

6. Να υπολογιστεί η γωνία στροφής Δθ, κατά τη διάρκεια του 2[ου] δευτερολέπτου της επιβραδυνόμενης κίνησης.

7. Να βρεθεί ο συνολικός αριθμός των περιστροφών N, που εκτέλεσε ο τροχός από $t_0=0$ μέχρι να σταματήσει.

ΑΣΚΗΣΗ 4

Οι τροχοί ενός ποδηλάτου έχουν ακτίνα R=40 cm.

Α. Το ποδήλατο ανηφορίζει με σταθερή ταχύτητα μέτρου $u_{cm} = 0{,}4 m/s$ σε πλαγιά και οι τροχοί του κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν.

1. Να βρεθεί το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής κάθε τροχού.

2. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του ανώτερου σημείου από το έδαφος κάθε τροχού.

Β. Το ποδήλατο φτάνει σε κατηφόρα και αρχίζει να επιταχύνεται. Η γωνιακή επιτάχυνση κάθε τροχού έχει μέτρο $\alpha_\gamma = 2 rad/s^2$.

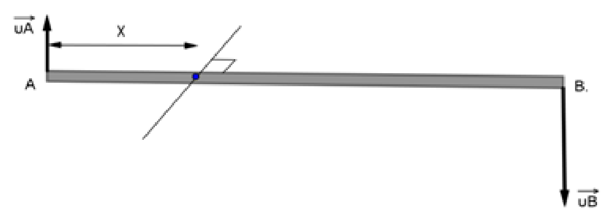
3. Να βρεθεί το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας α_{cm} του ποδηλάτου.

Γ. Κατά τη διάρκεια όλης της πορείας του ποδηλάτου (ανηφόρα + κατηφόρα) κάθε τροχός έχει διαγράψει N=2000/π περιστροφές.

4. Να βρεθεί το μήκος της τροχιάς που κάλυψε το ποδήλατο.

ΑΣΚΗΣΗ 5

Μια ράβδος AB περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα γύρω από έναν σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από ένα σημείο πάνω στη ράβδο.



Το άκρο Α έχει γραμμική ταχύτητα που έχει μέτρο $u_A = 10 m/s$ ενώ το άκρο Β έχει γραμμική ταχύτητα μέτρου $u_B = 30 m/s$.

Αν το μήκος της ράβδου είναι ℓ=40cm να βρεθούν:

α) Η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου.

β) Η απόσταση που απέχει το άκρο Α της ράβδου από τον άξονα περιστροφής.

γ) Η γωνία στροφής της ράβδου σε χρόνο $\Delta t = 2s$.

δ) Ο αριθμός των περιστροφών της ράβδου στον παραπάνω χρόνο.

ΑΣΚΗΣΗ 6

Ένας τροχός που αρχικά ηρεμεί αρχίζει να περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση γύρω από σταθερό άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο του. Μετά από t=10s ο τροχός έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα ω=40rad/s .

α) Να βρεθεί η γωνιακή του επιτάχυνση.

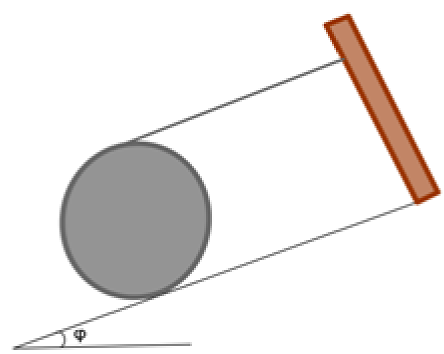
β) Να γίνει το διάγραμμα ω-t για τον τροχό έως την t=10s .

γ) Να βρεθεί η γωνία που διαγράφει ο τροχός από το 3^o έως το 7^o s της κίνησης του.

δ) Να βρεθεί ο αριθμός των περιστροφών του τροχού από την t=0 έως την t=10s .

ΑΣΚΗΣΗ 7

Ο δίσκος ισορροπεί με τη βοήθεια ενός νήματος παράλληλου στο κεκλιμένο επίπεδο. Αν το βάρος του δίσκου είναι w=10N και η γωνία του κεκλιμένου επιπέδου είναι $φ=30^o$, να βρεθούν:



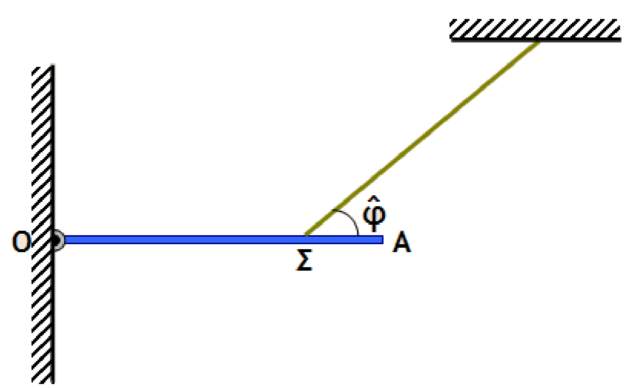
α) η συνισταμένη ροπή των δυνάμεων που δέχεται ο δίσκος ως προς το κέντρο του Κ.

β) η δύναμη που δέχεται ο τροχός από το νήμα.

γ) η στατική τριβή στον δίσκο καθώς και το μέτρο της δύναμης που ασκεί το κεκλιμένο επίπεδο στο δίσκο.

ΑΣΚΗΣΗ 8

Η ομογενής ράβδος του σχήματος έχει μήκος L=4m, μάζα M=30Kg και είναι αρθρωμένη στο άκρο της Ο. Η ράβδος ισορροπεί με τη βοήθεια νήματος, το οποίο είναι δεμένο σε σημείο Σ της ράβδου και σχηματίζει με τη ράβδο γωνία $φ=30^0$. Η απόσταση (ΟΣ) είναι ίση με 3m. Να βρεθούν:



α) Το μέτρο της τάσης Ν του νήματος.

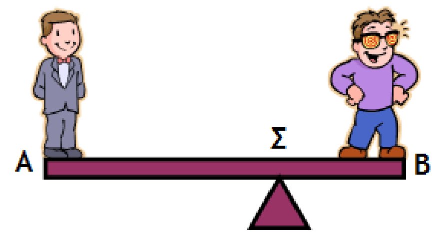
β) Το μέτρο και η κατεύθυνση της δύναμης F που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο.

γ) Το μέτρο και η κατεύθυνση της δύναμης F’ που θα ασκήσει η άρθρωση στη ράβδο, αν το νήμα δεθεί σε σημείο Κ της ράβδου, τέτοιο, ώστε η απόσταση (ΟΚ) να είναι ίση με 4/3 m και το νήμα να σχηματίζει την ίδια γωνία φ με τη ράβδο.

Δίνεται: $g=10m/s^2$.

ΑΣΚΗΣΗ 9

Στα άκρα Α και Β της αβαρούς τραμπάλας του σχήματος βρίσκονται δύο παιδιά. Το παιδί που βρίσκεται στο άκρο Α έχει βάρος μέτρου W_A=200N , ενώ το άλλο παιδί έχει βάρος μέτρου W_B=800N .



Το μήκος της τραμπάλας είναι L=2m.

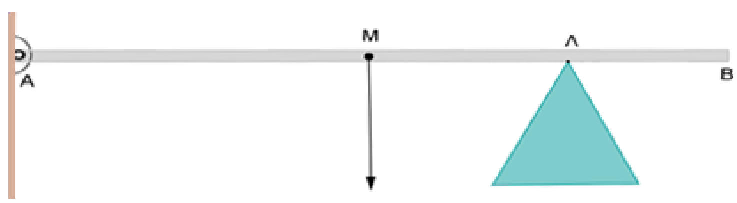
α) Να βρεθεί σε πόση απόσταση από το άκρο Α πρέπει να τοποθετηθεί στήριγμα (Σ), ώστε η τραμπάλα να ισορροπεί.

β) Να βρεθεί η δύναμη στήριξης F που ασκεί το στήριγμα (Σ) στην τραμπάλα.

γ) Αν το παιδί που βρίσκεται στο άκρο Α σταθεί πιο κοντά στο στήριγμα (Σ), προς ποια μεριά θα ανατραπεί η τραμπάλα;

ΑΣΚΗΣΗ 10

Ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους L=4m και βάρους w=100N ισορροπεί οριζόντια στηριζόμενη σε κατακόρυφο τοίχο με άρθρωση και στο σημείο της Λ σε υποστήριγμα (ΜΛ=L/4) Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια.



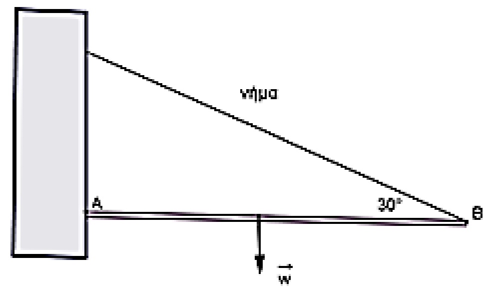
α) Να βρεθεί η δύναμη Ν που δέχεται η ράβδος από το υποστήριγμα.

β) Πόσο είναι το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.

γ) Μετακινούμε το υποστήριγμα και το τοποθετούμε στο Ζ, το οποίο είναι το μέσο του ΑΜ. Να βρεθούν τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούν πλέον το υποστήριγμα και η άρθρωση στη ράβδο.

ΑΣΚΗΣΗ 11

Η ράβδος ΑΒ του παρακάτω σχήματος είναι ομογενής, έχει μήκος ℓ και βάρος w=100N και ισορροπεί οριζόντια.

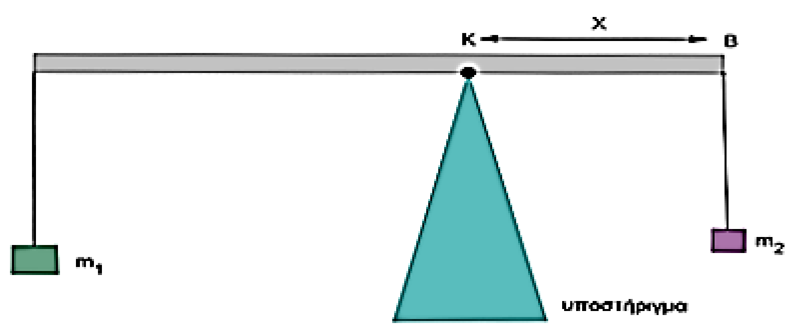


α) Να υπολογισθεί η τάση του νήματος.

β) Στο σημείο Α η ράβδος εφάπτεται στον τοίχο. Αν η τριβή που δέχεται η ράβδος είναι η μέγιστη δυνατή ώστε να ισορροπεί, να βρεθεί ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ ράβδου και τοίχου.

ΑΣΚΗΣΗ 12

Στα άκρα Α και Β της ομογενούς ράβδου μήκους L=1m έχουμε κρεμάσει 2 σώματα με μάζες m_1=3Kg και m_2=1Kg . Δίνεται g=10m/s^2.



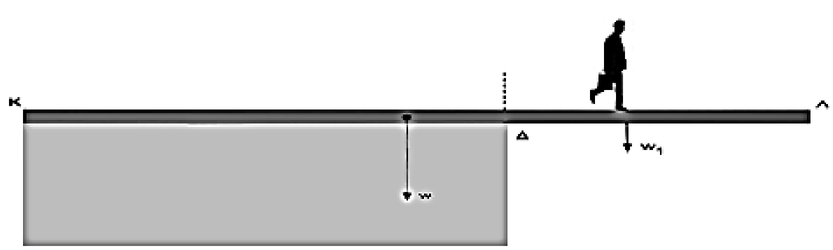
α) Αν η ράβδος είναι αβαρής, πού πρέπει να τοποθετήσουμε το υποστήριγμα έτσι ώστε το σύστημα των τριών σωμάτων να ισορροπεί;

β) Αν η ράβδος έχει βάρος w = 60N , πού πρέπει να τοποθετήσουμε το υποστήριγμα ώστε το σύστημα να ισορροπεί;

γ) Αφαιρούμε το m_1 και από τη ράβδο κρέμεται μόνο το m_2 . Η ράβδος έχει βάρος w = 60N. Πού πρέπει να τοποθετήσουμε το υποστήριγμα για να ισορροπεί η ράβδος; Πόση είναι η δύναμη που ασκεί το υποστήριγμα στην ράβδο;

ΑΣΚΗΣΗ 13

Μια ομογενής σανίδα ΚΛ μήκους L=10m και βάρους w = 1200N τοποθετείται πάνω σε μια επιφάνεια ώστε το τμήμα ΔΛ μήκους L=4m να προεξέχει της επιφάνειας. Ένας άνθρωπος βάρους w_1 = 800N ξεκινάει από το άκρο Κ και κινείται πάνω στη σανίδα με κατεύθυνση προς το Λ.

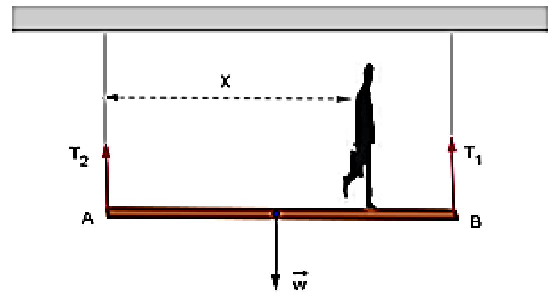


α) Μέχρι ποια απόσταση x από το σημείο Δ μπορεί να περπατήσει ώστε να μην ανατραπεί η σανίδα;

β) Πόσο είναι η μέτρο της αντίδρασης Ν εκείνη την στιγμή;

ΑΣΚΗΣΗ 14

Ένας μηχανικός βάρους w_1 = 800N βρίσκεται πάνω σε μια οριζόντια ομογενή σανίδα ΑΒ, μήκους L=10m και βάρους w = 500N. Η σανίδα κρέμεται από δύο κατακόρυφα σχοινιά που είναι δεμένα στα άκρα Α και Β. Όλο το σύστημα ισορροπεί οριζόντιο όπως φαίνεται στο σχήμα.

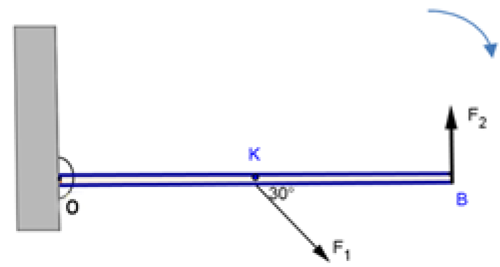


α) Να βρεθούν τα μέτρα των τάσεων T_1 και T_2 των δύο σχοινιών αν x=8m.
β) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή του μέτρου της τάση T_1;

γ) Για ποια τιμή της απόστασης x , το μέτρο της τάσης T_1 είναι ίσο με το μέτρο της τάσης T_2;

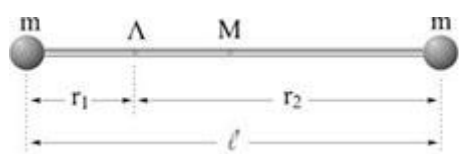
ΑΣΚΗΣΗ 15

Στο μέσο Κ της αβαρούς ράβδου ΟΒ μήκους ℓ ασκούμε δύναμη F_1=50N η οποία έχει την κατεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα. Στο σημείο Ο υπάρχει άρθρωση. Να βρεθεί η δύναμη F_2 που πρέπει να ασκείται στο άκρο Β της ράβδου έτσι ώστε η ράβδος να ισορροπεί οριζόντια.



ΑΣΚΗΣΗ 16

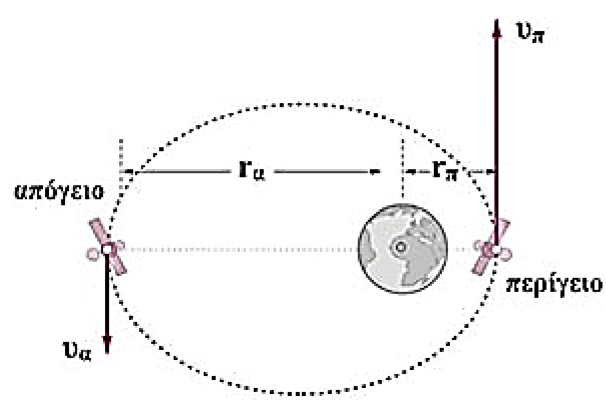
Ένας αλτήρας αποτελείται από δύο σημειακά σώματα με μάζες m=1kg το καθένα, συνδεδεμένα με αβαρή ράβδο μήκους l=0,3m. Ο αλτήρας μπορεί να στρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται είτε από το μέσο Μ της ράβδου, είτε από το σημείο Λ που απέχει r_1=0,1m από τη μια σφαίρα. Το σύστημα τίθεται σε περιστροφή με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω=10rad/s, αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού. Να υπολογιστεί η στροφορμή του συστήματος, όταν η περιστροφή γίνεται γύρω από τον άξονα που διέρχεται από



α. το σημείο Λ.
β. το μέσο Μ της ράβδου.

ΑΣΚΗΣΗ 17

Ένας τεχνητός δορυφόρος περιστρέφεται γύρω από τη Γη όπως δείχνεται στην εικόνα. Το πλησιέστερο σημείο της τροχιάς του δορυφόρου (περίγειο) απέχει από το κέντρο της Γης $r_\pi=8{,}42\cdot10^6$m και το απώτερο σημείο (απόγειο) $r_\alpha=25{,}26\cdot10^6$m. Ο δορυφόρος διέρχεται από το περίγειο με ταχύτητα υ_π=6.900m/s.

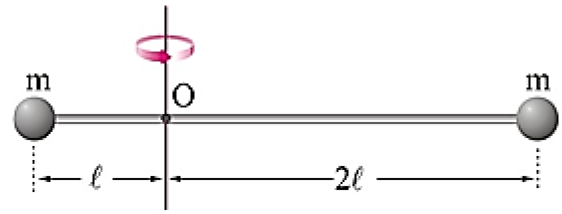


α. Να εξηγηθεί γιατί η στροφορμή του δορυφόρου ως προς το κέντρο της Γης παραμένει χρονικά σταθερή.

β. Να βρεθεί η ταχύτητα διέλευσης του δορυφόρου από το απόγειο.

ΑΣΚΗΣΗ 18

Δύο σημειακές σφαίρες που η καθεμιά έχει μάζα m=0,1Kg συνδέονται μεταξύ τους με οριζόντια αβαρή ράβδο. Το σύστημα περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα, ο οποίος τέμνει τη ράβδο σε σημείο Ο που απέχει από τη μία μάζα ℓ = 1m και από την άλλη ℓ' =2 ℓ =2m . Το σύστημα στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω=10rad/sαντίθετα από τη φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού.



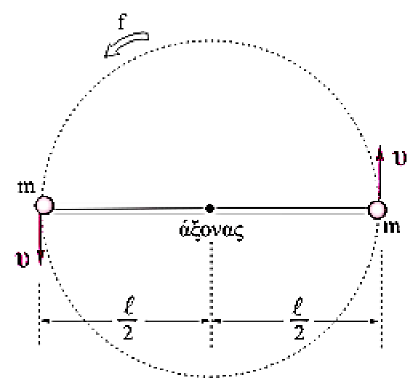
α) Να υπολογιστεί η στροφορμή του συστήματος ως προς τον άξονα περιφοράς.

β) Να σχεδιαστεί το διάνυσμα της στροφορμής του συστήματος.

γ) Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του συστήματος.

ΑΣΚΗΣΗ 19

Δύο σημειακές μεταλλικές σφαίρες από σιδηρομαγνητικό υλικό, που η καθεμιά έχει μάζα m=0,05Kgείναι τοποθετημένες σε μια πλαστική κούφια αβαρή ράβδο, μήκους ℓ =1m με τέτοιο τρόπο ώστε να μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές πάνω σε αυτή. Στο μέσον της ράβδου και εσωτερικά είναι τοποθετημένος ένας αβαρής ηλεκτρομαγνήτης τον οποίο μπορούμε να ενεργοποιούμε από απόσταση. Το σύστημα μπορεί να στρέφεται στο οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της ράβδου όπως δείχνεται στο σχήμα (κάτοψη). Αρχικά ο ηλεκτρομαγνήτης είναι απενεργοποιημένος, το σύστημα στρέφεται με συχνότητα f=10/π Hz και οι σφαίρες βρίσκονται στα άκρα της ράβδου συγκρατούμενες με λεπτό αβαρές νήμα που διατρέχει την κούφια ράβδο. Ενεργοποιούμε τον ηλεκτρομαγνήτη οπότε οι σφαίρες μετακινούνται ταυτόχρονα και πλησιάζουν σε απόσταση ℓ/4 καθεμιά από το μέσον της ράβδου Ο, όπου και σταματούν με τη βοήθεια κατάλληλου εσωτερικού μηχανισμού.



α) Να υπολογιστεί η αρχική στροφορμή του συστήματος.

β) Να υπολογιστεί η νέα συχνότητα περιστροφής του συστήματος.

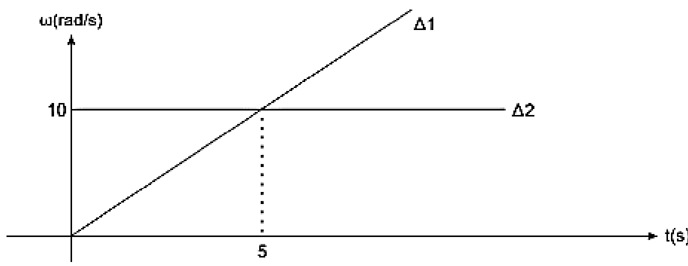
γ) Πόσο τοις εκατό θα μεταβληθεί η συχνότητα περιστροφής του συστήματος μετά τη μετακίνηση των σφαιρών;

δ) Πόσο τοις εκατό θα μεταβληθεί η κινητική ενέργεια του συστήματος μετά τη μετακίνηση των σφαιρών;

ΘΕΜΑ Δ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1

Δύο δίσκοι οριζόντιοι $Δ_1$ και $Δ_2$ εκτελούν περιστροφική κίνηση γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας τους. Οι δίσκοι περιστρέφονται με γωνιακή ταχύτητα που μεταβάλλεται με τον χρόνο όπως φαίνεται στο σχήμα.

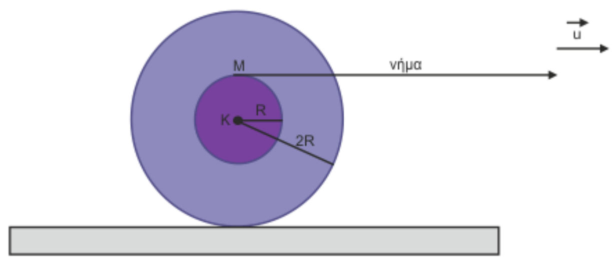


Ζητείται:

α) Η γωνιακή επιτάχυνση που αποκτά κάθε δίσκος.
β) Την t=5s πόσες περιστροφές έχει κάνει ο δίσκος $Δ_2$ περισσότερες από τον δίσκο $Δ_1$;
γ) Ποια χρονική στιγμή οι 2 δίσκοι έχουν κάνει τον ίδιο αριθμό περιστροφών;
δ) Αν οι 2 τροχοί έχουν ακτίνες $R_2=R$, $R_1=2R$ να βρεθεί ποια στιγμή τα σημεία της περιφέρειάς τους θα έχουν ίσες κατά μέτρο ταχύτητες.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2

Ένα στερεό αποτελείται από 2 κατακόρυφους ομοαξονικούς κυλίνδρους κολλημένους μεταξύ τους που έχουν ακτίνες R και 2 R. Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται γύρω από τον κοινό οριζόντιο άξονα των 2 κυλίνδρων σαν ένα σώμα. Στην περιφέρεια του κυλίνδρου ακτίνας R έχουμε τυλίξει αβαρές μη εκτατό νήμα. Τραβάμε το νήμα οριζόντια με επιτάχυνση $a=3m/s^2$ ώστε το νήμα να ξετυλίγεται και το στερεό να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.



Ζητείται:

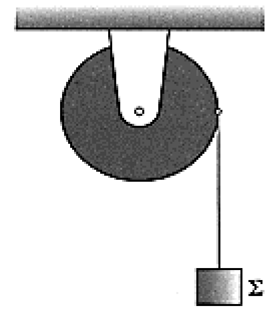
α) Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του στερεού.

β) Όταν έχει ξετυλιχθεί μήκος νήματος ℓ=5m, πόσο έχει μετακινηθεί το κέντρο μάζας του στερεού.

γ) Πόση είναι η γωνιακή ταχύτητα του στερεού εκείνη τη στιγμή (αν δίνεται ότι η ακτίνα του μικρού κυλίνδρου είναι R=0,1m).

δ) Να βρεθεί η ταχύτητα του υψηλότερου σημείου του στερεού εκείνη τη στιγμή.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3



Η τροχαλία του σχήματος έχει ακτίνα R=20cm και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα χωρίς τριβές. Από το αυλάκι της τροχαλίας είναι δεμένο με αβαρές μη εκτατό νήμα ένα σώμα Σ. Αφήνουμε ελεύθερο το σώμα και αυτό κατεβαίνοντας αποκτά επιτάχυνση $a=1m/s^2$ ενώ η τροχαλία εκτελεί στροφική κίνηση.

Θεωρούμε ότι το νήμα δε γλιστράει στο αυλάκι της τροχαλίας.

Ζητείται:

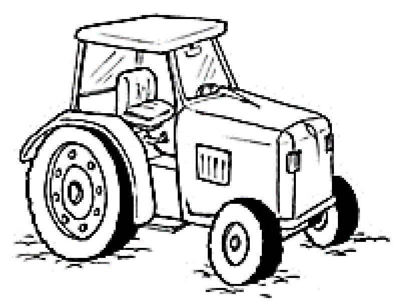
α) Να συγκριθούν η ταχύτητα πτώσης του Σ και η ταχύτητα λόγω στροφικής κίνησης των σημείων της περιφέρειας της τροχαλίας.

β) Η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας 2s αφού αφήσουμε το σώμα ελεύθερο.

γ) Όταν το σώμα έχει κατέβει κατά h=8m , πόσες στροφές θα έχει εκτελέσει η τροχαλία.

δ) Τη χρονική στιγμή t=4s κόβουμε το νήμα και το σώμα πλέον πέφτει με επιτάχυνση $g=10m/s^2$. Να βρεθεί η γωνία που διέγραψε η τροχαλία από τη στιγμή που κόψαμε το νήμα έως τη στιγμή που το σώμα απέχει το σημείο ελευθέρωσης Δx=36m.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4



Ένα τρακτέρ έχει τροχούς με διαμέτρους $\delta_1=1m$ και $\delta_2=0{,}5m$ και αρχικά κινείται με ταχύτητα $u_o=10m/s$. Ο οδηγός πατάει φρένο για κάποιο λόγο και οι τροχοί αρχίζουν να επιβραδύνονται. Αν γνωρίζουμε ότι η επιτάχυνση του τρακτέρ είναι σταθερή και ίση με $\alpha_{cm}=-2m/s^2$, να βρεθούν:

α) Η αρχική γωνιακή ταχύτητα του κάθε τροχού καθώς και η γωνιακή επιτάχυνση που θα αποκτήσει κάθε τροχός.

β) Το συνολικό διάστημα μέχρι το τρακτέρ να σταματήσει.

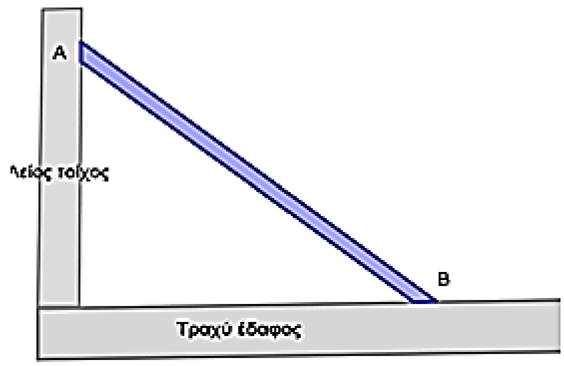
γ) Μετά από μετατόπιση S=16m από τη στιγμή που άρχισε να επιβραδύνεται το τρακτέρ, από το ψηλότερο σημείο του μεγαλύτερου τροχού ξεκολλάει ένα κομμάτι λάσπης μάζας m.

i) Με τι ταχύτητα ξεκολλάει αυτό το κομμάτι μάζας m;

ii) Η συνολική εφαπτομενική επιτάχυνση που έχει το κομμάτι λάσπης ελάχιστα πριν ξεκολλήσει.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 5

Μια ράβδος ομογενής ΑΒ μήκους L και βάρους w = 100N ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα στηριζόμενη στο άκρο της Α σε λείο τοίχο και στο άκρο της Β σε τραχύ έδαφος. Δίνεται ότι η ελάχιστη γωνία για την οποία η ράβδος δεν ολισθαίνει είναι $\varphi=45^o$ και ότι $g=10m/s^2$.



Ζητείται:

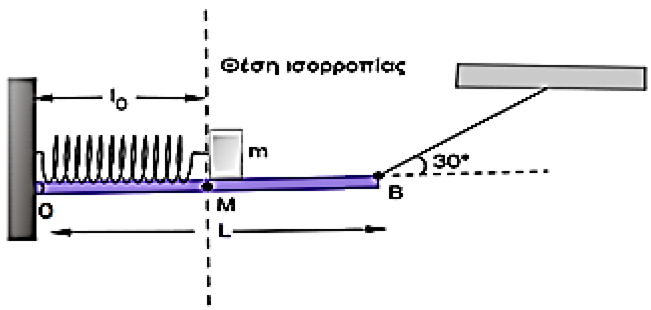
α)Η κάθετη δύναμη που ασκεί το έδαφος στη ράβδο.

β) Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ ράβδου-εδάφους καθώς και τη δύναμη που ασκεί ο λείος τοίχος στη ράβδο.

γ)Το μέτρο της δύναμης (αντίδρασης) του εδάφους στη ράβδο.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 6

Η ράβδος ΟΒ είναι ομογενής έχει βάρος w=10N και έχει μήκος L=2m. Το ένα άκρο της Ο στηρίζεται σε τοίχο με άρθρωση, ενώ στο άλλο έχουμε δέσει νήμα το οποίο σχηματίζει γωνία $\varphi=30^o$ με το οριζόντιο επίπεδο. Πάνω στη ράβδο βρίσκεται οριζόντιο ελατήριο σταθεράς K=100N/m που στο ένα άκρο του έχουμε δέσει σώμα μάζας m=1Kg που ισορροπεί ακίνητο. Το φυσικό μήκος του ελατηρίου είναι $\ell_0=L/2=1m$. Τη χρονική στιγμή t=0 εκτοξεύεται το σώμα με ταχύτητα u=5m/s προς τα δεξιά ,οπότε το σώμα ξεκινάει να εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. (Υπόδειξη: Ως θετική φορά θεωρείστε την κατεύθυνση προς τα δεξιά.)



Να βρεθεί:

α) Η τάση του νήματος πριν την εκτόξευση του σώματος.

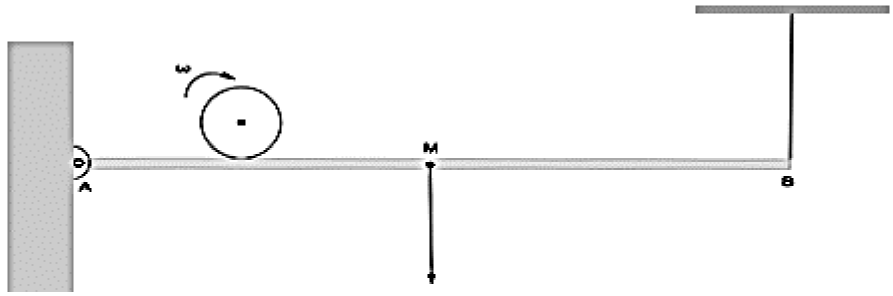
β) Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος.

γ) Η τάση του νήματος τη χρονική στιγμή t=0,15πs.

δ) Το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση τη χρονική στιγμή t=0,15πs.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 7

Η ομογενής ράβδος του σχήματος έχει βάρος w_1 = 10N και μήκος ℓ=4m. Το ένα της άκρο αρθρώνεται σε κατακόρυφο τοίχο και το άλλο της άκρο κρέμεται από κατακόρυφο σχοινί με αποτέλεσμα να ισορροπεί οριζόντια.



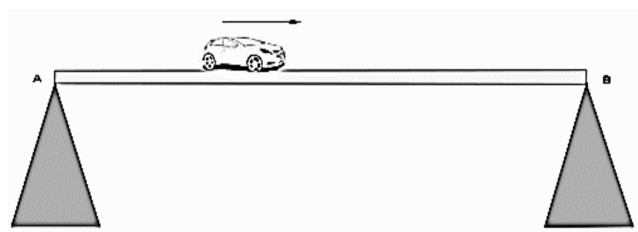
α) Να βρεθεί η τάση του νήματος.
β) Να βρεθεί η δύναμη που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.

Τη χρονική στιγμή t=0 , από το άκρο Α ξεκινάει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στη ράβδο ένας κύλινδρος βάρους w_2 = 10N με επιτάχυνση $a=1m/s^2$.

Ζητείται:
γ) Η τάση του νήματος τη χρονική στιγμή t=√3s.
δ) Η γωνιακή ταχύτητα και η θέση του κυλίνδρου, όταν η τάση του νήματος γίνει T=10N. (Δίνεται η ακτίνα του κυλίνδρου R=0,1m).

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 8

Μια οριζόντια γέφυρα έχει μήκος L=8m και βάρος w=40000N. Η γέφυρα στηρίζεται σε δυο υποστηρίγματα στα άκρα της Α και Β. Ένα όχημα βάρους w_1 = 10000N κινείται στη γέφυρα με u=1m/s. Θεωρούμε ως αρχική χρονική στιγμή t=0 τη στιγμή που το όχημα φθάνει στο άκρο Α της γέφυρας.



α) Να βρεθεί η δύναμη που δέχεται η γέφυρα από το υποστήριγμα Α τη χρονική στιγμή t=0.

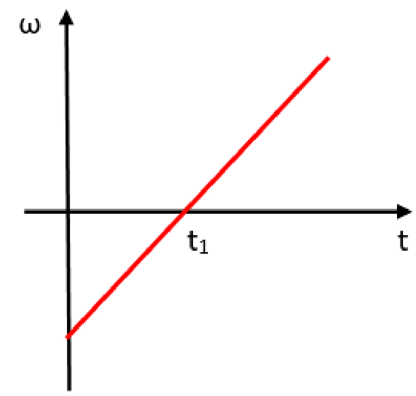
β) Ποια η θέση του αυτοκινήτου ώστε η ράβδος να δέχεται ίσες δυνάμεις από τα υποστηρίγματα;

γ) Να γίνει το διάγραμμα της δύναμης που δέχεται η ράβδος από το υποστήριγμα Α σε συνάρτηση με τον χρόνο.

ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

Στα παρακάτω θέματα να επιλέξετε την ορθή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

S1. Ένας οριζόντιος ομογενής δίσκος περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο κατακόρυφο άξονα ο οποίος διέρχεται από το κέντρο του. Η αλγεβρική τιμή της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα:

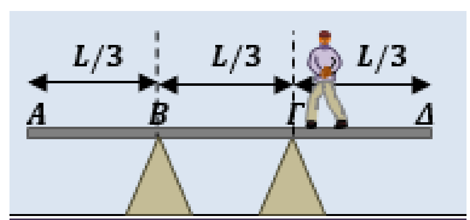


(α) Ο δίσκος στρέφεται συνεχώς προς την ίδια κατεύθυνση.

(β) Τη χρονική στιγμή t_1 το διάνυσμα της στροφορμής του δίσκου αλλάζει φορά.

(γ) Ο ρυθμός μεταβολής της επίκεντρης γωνίας που στρέφεται ο δίσκος παραμένει σταθερός.

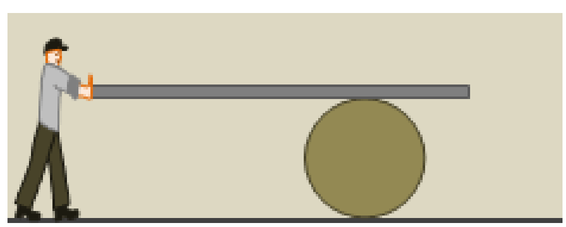
S2. Μια ομογενής και ισοπαχής σανίδα $(ΑΔ)$ μάζας M και μήκους L, στηρίζεται στα σημεία B και $Γ$, πάνω σε κατάλληλα στηρίγματα, ώστε να παραμένει οριζόντια και να ισχύει $(AB) = (BΓ) = (ΓΔ) = \frac{L}{3}$, όπως στο σχήμα.



Ένας άνθρωπος μάζας m χρησιμοποιεί αυτή την σανίδα πατώντας πάνω της για μια εργασία. Η προϋπόθεση για να μπορεί ο άνθρωπος να πατήσει σε οποιοδήποτε σημείο της σανίδας, από το ένα άκρο της μέχρι το άλλο είναι:

(α) $M \geq m$, **(β)** $M \geq 2m$, **(γ)** $M \geq \frac{m}{2}$

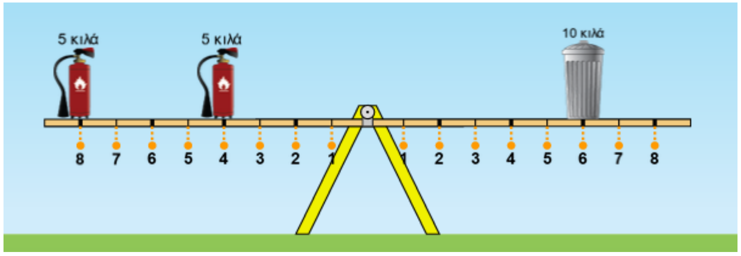
S3. Ένας εργάτης χρησιμοποιεί ένα βαρέλι στην προσπάθειά του να μετακινήσει μια μακριά και βαριά σανίδα. Ο εργάτης κρατάει τη σανίδα από το ένα της άκρο, ενώ αυτή ακουμπάει στο βαρέλι, όπως στο σχήμα. Στη διάρκεια αυτής της προσπάθειας, η σανίδα είναι συνεχώς οριζόντια, είναι συνεχώς σε επαφή με το βαρέλι χωρίς ποτέ να ολισθήσει πάνω σε αυτό και το βαρέλι κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει



πάνω στο τραχύ οριζόντιο δάπεδο. Όταν το άκρο της σανίδας έχει μετατοπιστεί κατά 120 cm, το κέντρο του βαρελιού έχει μετατοπιστεί κατά:

(α) 120 cm **(β)** 60 cm **(γ)** 240 cm

S4. Μία ομογενής ράβδος μήκους L και αμελητέας μάζας στηρίζεται στο κέντρο της από μία βάση, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η ράβδος είναι χωρισμένη σε ίσα αριθμημένα τμήματα και έχει τη δυνατότητα να περιστρέφεται γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο της. Πάνω της έχουν τοποθετηθεί δύο πυροσβεστήρες που ο καθένας έχει μάζα $m = 5\mathrm{kg}$ και ένας κάδος με μάζα $M = 10\mathrm{Kg}$. Αρχικά η ράβδος διατηρείται οριζόντια. Όταν αφεθεί ελεύθερη, τότε



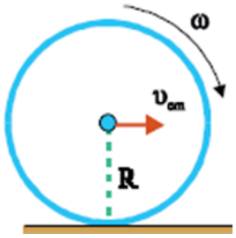
(α) θα περιστραφεί δεξιόστροφα.

(β) θα περιστραφεί αριστερόστροφα.

(γ) θα παραμείνει οριζόντια.

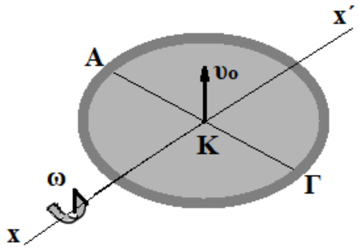
S5. Ένα στεφάνι ακτίνας R κυλίεται σε οριζόντιο επίπεδο και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του είναι υ_{cm}.

Τα σημεία του στεφανιού που απέχουν από το έδαφος απόσταση R έχουν ταχύτητα μέτρου



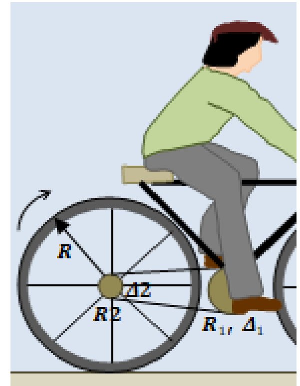
(α) $\upsilon = 2\upsilon_{cm}$, **(β)** $\upsilon = \upsilon_{cm}$, **(γ)** $\upsilon = \upsilon_{cm}\sqrt{2}$

S6. Στρίβουμε ένα νόμισμα στον αέρα. Το νόμισμα έχει διάμετρο L. Τη στιγμή που το νόμισμα εγκαταλείπει το χέρι μας κινούμενο κατακόρυφα προς τα πάνω είναι οριζόντιο, το κέντρο μάζας του Κ έχει αρχική ταχύτητα υ_o και το ένα άκρο Α μιας διαμέτρου του ΑΓ έχει μηδενική ταχύτητα και περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα xx΄ κάθετο στην ΑΓ που διέρχεται από το κέντρο μάζας του Κ. Το κέντρο μάζας Κ κινείται κατακόρυφα και φθάνει σταματώντας στιγμιαία σε ύψος h. Ο αριθμός N, των περιστροφών που θα εκτελέσει το νόμισμα μέχρι τη στιγμή που το κέντρο μάζας Κ φτάσει στο ύψος h είναι:



(α) $N = \frac{2h}{\pi L}$ **(β)** $N = \frac{h}{\pi L}$ **(γ)** $N = \frac{h}{2\pi L}$

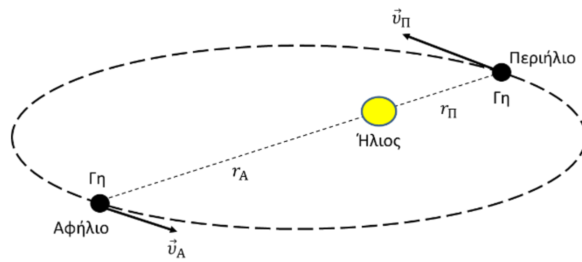
S7. Σε ένα ποδήλατο ο δίσκος των πεντάλ (Δ_1), τον οποίο περιστρέφουμε με τα πόδια μας, έχει ακτίνα R_1 και συνδέεται, με τεντωμένη αλυσίδα στην περιφέρειά του, με ένα μικρότερο δίσκο (Δ_2) ακτίνας R_2, ο οποίος περιστρέφει τον πίσω τροχό και περιστρέφεται μαζί του, γύρω από τον ίδιο άξονα στο κέντρο τους. Οι τροχοί του ποδηλάτου έχουν ίσες ακτίνες R και ισχύει η σχέση $R = 10 \cdot R_2$.



Αν κάνουμε ποδήλατο και κινούμαστε σε μια ευθεία ενός ποδηλατόδρομου, με τους τροχούς να κυλούν χωρίς να ολισθαίνουν, τότε όταν έχουμε περιστρέψει κατά N πλήρεις περιστροφές το δίσκο των πεντάλ, θα έχουμε διανύσει με το ποδήλατό μας, διάστημα S, για το οποίο ισχύει:

(α) $S = 2 \cdot N \cdot \pi \cdot R_1$, **(β)** $S = 20 \cdot N \cdot \pi \cdot R_1$, **(γ)** $S = 10 \cdot N \cdot \pi \cdot R_1$

S8. Η Γη περιστρέφεται γύρω από τον Ήλιο σε ελλειπτική τροχιά. Θεωρούμε ότι η μόνη δύναμη που δέχεται είναι η βαρυτική έλξη $\vec{F}_g$ από τον Ήλιο. Το σημείο της ελλειπτικής τροχιάς της Γης που βρίσκεται στη μικρότερη απόσταση, r_Π, από τον Ήλιο ονομάζεται περιήλιο, ενώ το σημείο που βρίσκεται στη μεγαλύτερη απόσταση, r_A, ονομάζεται αφήλιο.

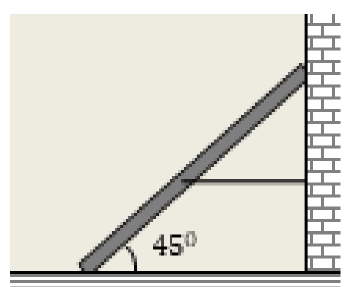


Η σχέση που συνδέει τις δύο αποστάσεις είναι: $r_\Pi = \frac{9}{10} r_A$.

Η σχέση που συνδέει το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της Γης στο περιήλιο, ω_Π, με το μέτρο της στο αφήλιο, ω_A, είναι:

(α) $\omega_\Pi = \omega_A$ **(β)** $\omega_\Pi = \frac{100}{81}\omega_A$ **(γ)** $\omega_\Pi = \frac{81}{100}\omega_A$

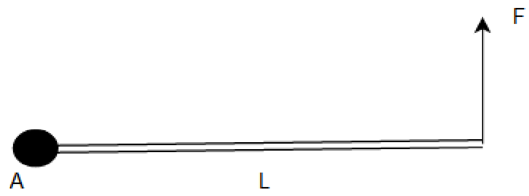
S9. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος έχει μήκος l και βάρος W. Η ράβδος ισορροπεί ακίνητη, καθώς στηρίζεται στο πάνω άκρο της σε λείο κατακόρυφο τοίχο, στο κάτω άκρο της σε λείο οριζόντιο δάπεδο και στο μέσον της έχει δεθεί το ένα άκρο αβαρούς και μη ελαστικού νήματος, το άλλο άκρο του οποίου δένεται στον κατακόρυφο τοίχο, έτσι ώστε το νήμα να είναι τεντωμένο και οριζόντιο, όπως στο σχήμα. Στη θέση αυτή, η ράβδος σχηματίζει γωνία 45^o με το οριζόντιο δάπεδο. (Δίνεται $\eta\mu 45^o = \sigma\upsilon\nu 45^o$).



Για το μέτρο T της τάσης του νήματος που δέχεται η ράβδος από το νήμα ισχύει η σχέση:

(α) $T = \frac{W}{2}$, **(β)** $T = w$, **(γ)** $T = \frac{W}{4}$

S10. Η οριζόντια ομογενής ράβδος μάζας m και μήκους L του σχήματος μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σταθερό σημείο Α. Αν η ράβδος ισορροπεί οριζόντια όπως φαίνεται στο σχήμα με τη βοήθεια της δύναμης $\vec{F}$ τότε:



(α) $F = 2mg$, **(β)** $F = mg$, **(γ)** $F = \frac{mg}{2}$

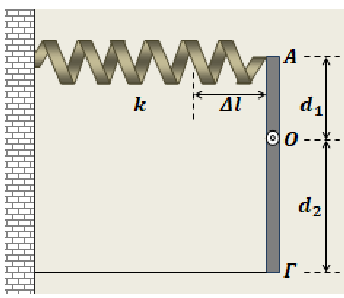
S11. Σε στερεό ασκούνται αντίρροπες δυνάμεις F_1 και F_2 οι οποίες έχουν ίσα μέτρα και παράλληλους φορείς. Η συνολική ροπή αυτών των δυνάμεων που ασκούνται στο στερεό είναι:

(α) μεγαλύτερη ως προς σημείο Κ που βρίσκεται μεταξύ των φορέων τους.

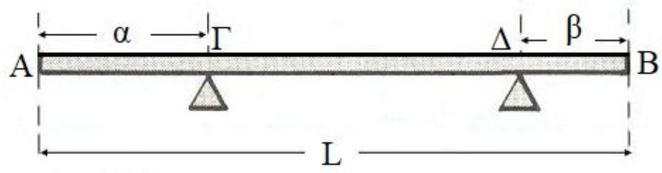
(β) μεγαλύτερη ως προς σημείο Λ που βρίσκεται έξω από τους φορείς τους.

(γ) ανεξάρτητη από το σημείο υπολογισμού της.

S12. Μια ομογενής και ισοπαχής ράβδος $ΑΓ$ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο ακλόνητο δάπεδο και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από σημείο $Ο$ της ράβδου, το οποίο απέχει από τα άκρα της αποστάσεις $(ΑΟ) = d_1$ και $(ΓΟ) = d_2$, για τις οποίες ισχύει η σχέση $d_2 = 2 \cdot d_1$.. Η ράβδος είναι αρχικά ακίνητη και παράλληλη προς ένα κατακόρυφο τοίχο.



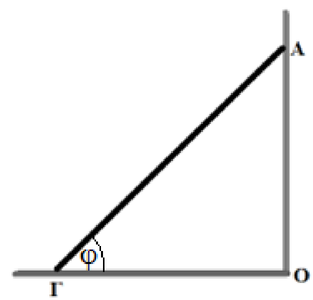
Δένουμε το άκρο $Γ$ της ράβδου από τον τοίχο με ιδανικό νήμα έτσι ώστε το νήμα να είναι τεντωμένο και κάθετο τόσο στον τοίχο, όσο και στην αρχική διεύθυνση της ράβδου. Στη συνέχεια στερεώνουμε ένα ιδανικό ελατήριο, σταθεράς k, με το ένα άκρο του στον τοίχο, με τον άξονά του κάθετο τόσο στον τοίχο, όσο και στην αρχική διεύθυνση της ράβδου. Για να στερεώσουμε το άλλο άκρο του ελατηρίου στο άκρο $Α$ της ράβδου, ώστε αυτό να παραμένει κάθετο στον τοίχο αλλά και στη ράβδο, πρέπει να το επιμηκύνουμε κατά $Δl$, σε σχέση με το φυσικό του μήκος. Έτσι η ράβδος διατηρείται ακίνητη και παράλληλη με τον τοίχο όπως φαίνεται στην κάτοψη του σχήματος. Σε αυτή την κατάσταση ισορροπίας, η ράβδος δέχεται από τον άξονά της στο O, δύναμη $\vec{F}$, μέτρου:



(α) $F = k \cdot \Delta l$, **(β)** $F = 2 \cdot k \cdot \Delta l$, **(γ)** $F = \frac{3}{2} \cdot k \cdot \Delta l$

S13. Μία ομογενής σανίδα ΑΒ μήκους λ ισορροπεί στηριζόμενη στα σημεία Γ και Δ που απέχουν απόσταση α από το Α και β από το Β αντίστοιχα (όπως φαίνεται στο σχήμα). Οι δυνάμεις που δέχεται η σανίδα στα στηρίγματα Γ και Δ είναι T_1 και T_2 αντίστοιχα. Ο λόγος των δυνάμεων $\frac{T_1}{T_2}$ είναι:

(α) $\frac{T_1}{T_2} = \frac{L - 2\alpha}{L - 2\beta}$, **(β)** $\frac{T_1}{T_2} = \frac{L - 2\beta}{L - 2\alpha}$, **(γ)** $\frac{T_1}{T_2} = \frac{L - \beta}{L - \alpha}$



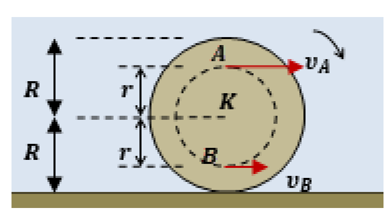
S14. Η ράβδος ΑΓ είναι ομογενής και ισορροπεί όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα, ακουμπώντας σε κατακόρυφο τοίχο και σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο σχηματίζει γωνία φ. Για να ισορροπεί η ράβδος θα πρέπει

(α) ο τοίχος και το δάπεδο να είναι λείες επιφάνειες.

(β) ο τοίχος να είναι λεία επιφάνεια και το δάπεδο τραχύ με συντελεστή οριακής τριβής $\mu = \frac{1}{2\varepsilon\varphi\varphi}$.

(γ) το δάπεδο να είναι λεία επιφάνεια και ο τοίχος τραχύς με συντελεστή οριακής τριβής $\mu = \frac{1}{2\varepsilon\varphi\varphi}$.

S15. Ένας δίσκος ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, πάνω σε οριζόντιο ακλόνητο δάπεδο, όπως στην εικόνα. Δύο σημεία A και B του δίσκου, ανήκουν στην ίδια διάμετρό του και απέχουν ίσες αποστάσεις r από το κέντρο του. Κάποια χρονική στιγμή, κατά την οποία η διάμετρος

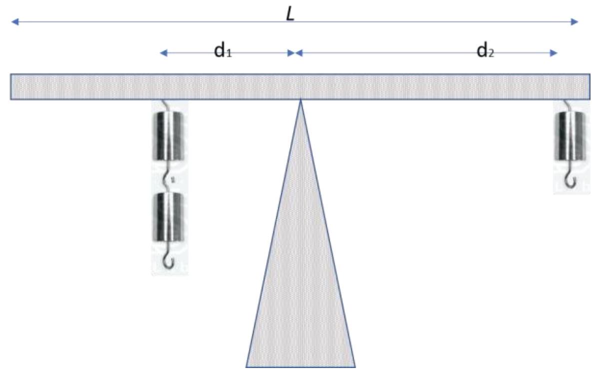


αυτή είναι κατακόρυφη, τα σημεία A και B έχουν ταχύτητες $\vec{\upsilon}_A$ και $\vec{\upsilon}_B$, για τα μέτρα των οποίων ισχύει η σχέση $\upsilon_A = 2 \cdot \upsilon_B$.

Για τις ακτίνες R και r, ισχύει η σχέση:

(α) $r = \frac{R}{2}$, **(β)** $r = \frac{R}{4}$, **(γ)** $r = \frac{R}{3}$

S16. Η Άννα και ο Κωνσταντίνος, μελετούν την ισορροπία μίας ράβδου. Η ράβδος αρχικά ισορροπεί καθώς ένα στήριγμα τοποθετείται κάτω από το κέντρο μάζας της. Οι μαθητές κρεμούν σε διαφορετικά σημεία της ράβδου διαφορετικό αριθμό βαριδίων (σταθμών) και μετρούν τις αποστάσεις d_1 και d_2, όπου d_1 είναι η απόσταση των βαριδίων που τοποθετούνται αριστερά σε σχέση με το σημείο στήριξης της ράβδου και d_2 η απόσταση των βαριδίων που τοποθετούνται προς τα δεξιά. Το κάθε βαρίδιο έχει μάζα $m = 10g$.



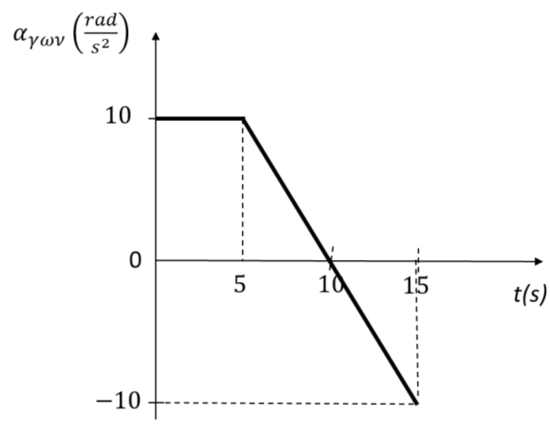
Οι μαθητές, πραγματοποιούν 4 μετρήσεις και συμπληρώνουν τον πίνακα:

	N_1: Αριθμός βαριδίων σε απόσταση d_1	Απόσταση d_1 (cm)	N_2: Αριθμός βαριδίων σε απόσταση d_2	Απόσταση d_2 (cm)
1η μέτρηση	2	10	1	20
2η μέτρηση	2	20	2	10
3η μέτρηση	3	10	1	20
4η μέτρηση	2	20	4	10

Η ράβδος ισορροπεί

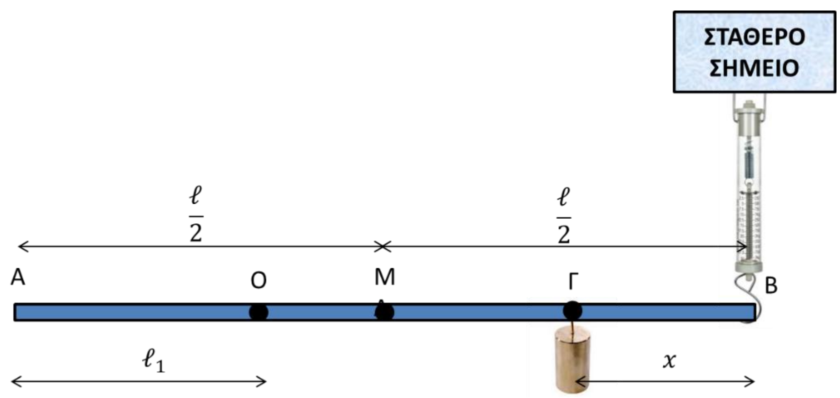
(α) στην 1η και 4η μέτρηση, **(β)** στην 1η και 3η μέτρηση, **(γ)** στην 2η και 4η μέτρηση.

S17. Ένας ομογενής και ισοπαχής δίσκος είναι αρχικά ακίνητος και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής $Z'Z$ που είναι κάθετος στο δίσκο και περνά από το κέντρο του Ο. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του δίσκου από $t_0 = 0$ έως $t_1 = 15s$ φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα. Το μέτρο ω_1 της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου τη χρονική στιγμή t_1 είναι ίσο με:



(α) $-10\frac{rad}{s}$ **(β)** $50\frac{rad}{s}$ **(γ)** $150\frac{rad}{s}$

S18. Η λεπτή ομογενής ράβδος ΑΒ του σχήματος έχει βάρος $w = 10N$ και μήκος $\ell = 1m$. Η ράβδος ΑΒ έχει τη δυνατότητα να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα $z'z$ που περνά από το σημείο Ο και είναι κάθετος στη ράβδο. Το σημείο Ο απέχει από το άκρο Α απόσταση $\ell_1 = 40\ cm$. Στο σημείο Γ της ράβδου που απέχει απόσταση x από το άκρο Β είναι κρεμασμένο βαρίδιο με βάρος $w_1 = 10N$. Ένα δυναμόμετρο είναι δεμένο με το ένα άκρο του στο άκρο Β της ράβδου και με το άλλο είναι δεμένο σε σταθερό σημείο. Όταν η ράβδος ισορροπεί οριζόντια η ένδειξη του δυναμόμετρου είναι $10N$. Η απόσταση x είναι ίση με:

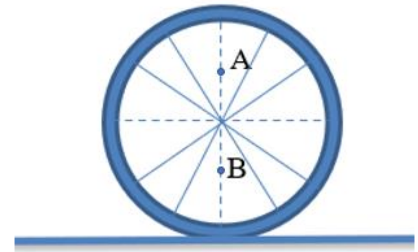


(α) $x = 0,3\ m$ **(β)** $x = 0,2\ m$ **(γ)** $x = 0,1\ m$

S19. Οριζόντιος κύλινδρος κυλίεται και έχει αρχικά γωνιακή ταχύτητα ω. Επιβραδύνεται με σταθερή γωνιακή επιβράδυνση μέτρου α_1. Μέχρι να σταματήσει, θα έχει εκτελέσει πλήθος περιστροφών ίσο με

(α) $\frac{\omega^2}{4\alpha_1}$ **(β)** $\frac{\omega^2}{2\pi\alpha_1}$ **(γ)** $\frac{\omega^2}{4\pi\alpha_1}$

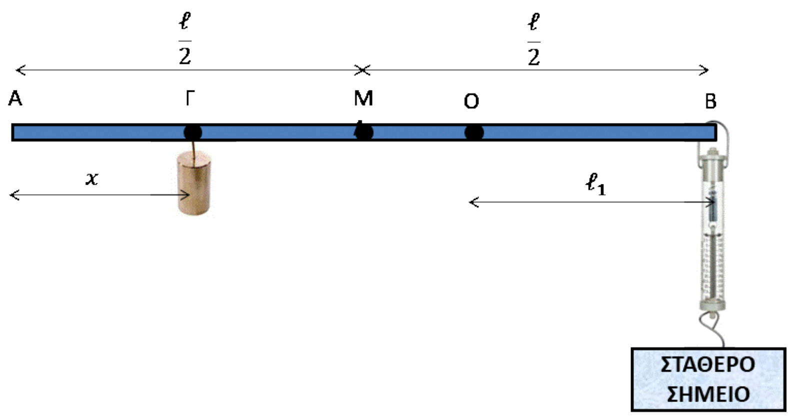
S20. Ένας τροχός, ακτίνας R, κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε ακλόνητο οριζόντιο δάπεδο και κάποια στιγμή t το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας είναι ίσο με υ_{CM}. Έστω O το κέντρο του τροχού και A, B σημεία της διαμέτρου που εκείνη τη στιγμή είναι κατακόρυφη, με



αποστάσεις από το κέντρο $(OA) = (OB) = \frac{R}{2}$. Αν υ_A και υ_B, τα μέτρα των ταχυτήτων των σημείων A και B, τη χρονική στιγμή t, τότε το πηλίκο $\frac{\upsilon_A}{\upsilon_B}$ είναι ίσο με:

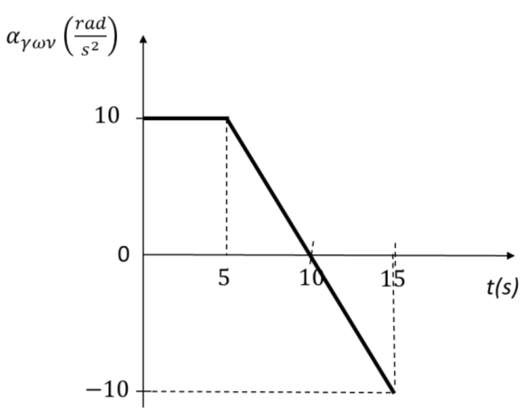
(α) 1, **(β)** $\frac{1}{3}$, **(γ)** 3.

S21. Η λεπτή ομογενής ράβδος ΑΒ του σχήματος έχει βάρος $w = 10N$ και μήκος $\ell = 1m$. Η ράβδος ΑΒ έχει τη δυνατότητα να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα $z'z$ που περνά από το σημείο Ο και είναι κάθετος στη ράβδο. Το σημείο Ο απέχει από το άκρο Β απόσταση $\ell_1 = 40\ cm$. Στο σημείο Γ της ράβδου που απέχει απόσταση x από το άκρο Α είναι κρεμασμένο βαρίδιο με βάρος $w_1 = 10N$. Ένα δυναμόμετρο είναι δεμένο με το ένα άκρο του στο άκρο Β της ράβδου και με το άλλο είναι δεμένο σε σταθερό σημείο. Όταν η ράβδος ισορροπεί οριζόντια η ένδειξη του δυναμόμετρου είναι $10N$. Η απόσταση x είναι ίση με:



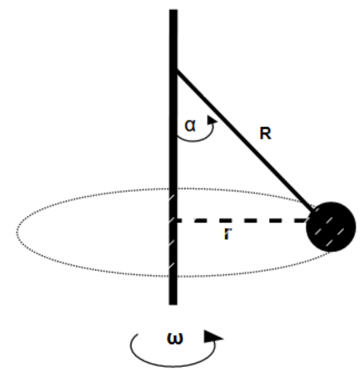
(α) $x = 0{,}3\ m$ **(β)** $x = 0{,}2\ m$ **(γ)** $x = 0{,}1\ m$

S22. Ένας ομογενής και ισοπαχής δίσκος είναι αρχικά ακίνητος και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής $Z'Z$ που είναι κάθετος στο δίσκο και περνά από το κέντρο του Ο. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του δίσκου από $t_0 = 0$ έως $t_1 = 15s$ φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα. Το μέτρο ω_1 της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου τη χρονική στιγμή t_1 είναι ίσο με:



(α) $-10\frac{rad}{s}$ **(β)** $50\frac{rad}{s}$ **(γ)** $150\frac{rad}{s}$

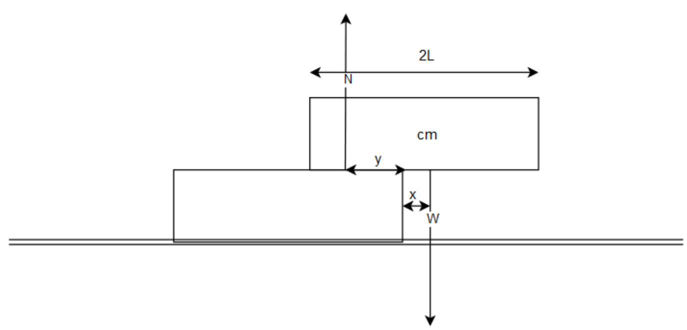
S23. Το παιχνίδι “Tetherball” παίζεται δένοντας μια σφαίρα σε έναν ιστό με τη βοήθεια ενός νήματος. Η σφαίρα περιστρέφεται σε οριζόντιο κύκλο εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας r και το νήμα σχηματίζει γωνία α με τον κατακόρυφο άξονα. Η σφαίρα είναι ομογενής και το νήμα είναι αβαρές και μη εκτατό. Είναι γνωστά το μήκος του νήματος R και η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής ω της σφαίρας.



Αν g είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας, η σχέση που συνδέει τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής ω και τη γωνιακή απομάκρυνση α είναι:

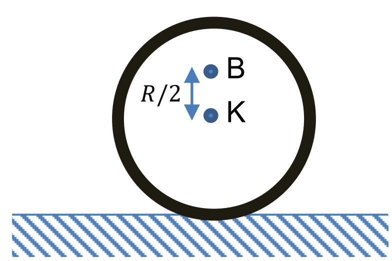
(α) $\sigma\upsilon\nu\,\alpha = \frac{g}{\omega^2 R}$, **(β)** $\sigma\upsilon\nu\,\alpha = \frac{\omega^2 \cdot R}{g}$, **(γ)** $\sigma\upsilon\nu\,\alpha = \frac{g}{2\cdot\omega^2 R}$

S24. Δύο όμοιες ράβδοι από το ίδιο υλικό μήκους $2L$ η κάθε μία τοποθετούνται η μια πάνω στην άλλη όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Δίνεται ότι το βάρος της κάθε μίας είναι $W = 20\,N$ και το μήκος $2L = 0{,}8\,m$. Η θέση που πρέπει να τοποθετηθούν η μία πάνω στην άλλη για να ισορροπούν είναι:



(α) $x = 0$, **(β)** $x = \frac{L}{4}$, **(γ)** $x = \frac{L}{2}$

S25. Ο τροχός του σχήματος έχει ακτίνα R, κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του Κ είναι υ_{cm}. Το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Β που βρίσκεται στην κατακόρυφη διάμετρο και απέχει απόσταση $R/2$ από το Κ είναι



(α) $\frac{3}{2}\upsilon_{cm}$ **(β)** $\frac{2}{3}\upsilon_{cm}$ **(γ)** $\frac{5}{2}\upsilon_{cm}$

ΘΕΜΑ Δ

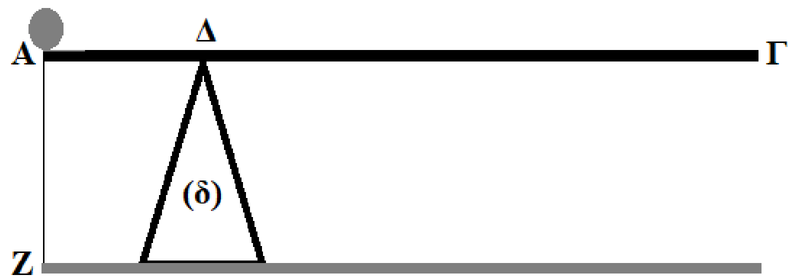
SD1. Ένας τροχός στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο του. Ο τροχός έχει ακτίνα $R = 0{,}6\ \mathrm{m}$ και αρχικά κινείται με γωνιακή ταχύτητα $\omega_o = 4\frac{rad}{s}$. Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ ο τροχός αρχίζει να επιταχύνεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu,1} = 2\frac{rad}{s^2}$. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 3s$ σταματά να επιταχύνεται και μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 5s$ στρέφεται ομαλά. Να προσδιορίσετε:

4.1. το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας ενός σημείου Λ του τροχού που απέχει από το κέντρο του απόσταση $\frac{R}{2}$, τη χρονική στιγμή t= $1s$,

4.2. τις εξισώσεις της γωνιακής ταχύτητας συναρτήσει του χρόνου για τα επιμέρους χρονικά διαστήματα, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή $t = 5$ s,

4.3. τη γωνιακή μετατόπιση από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0s$ έως $t = 5s$,

4.4. τον αριθμό των περιστροφών του τροχού, για το χρονικό διάστημα από τη στιγμή $3s$ μέχρι τη στιγμή $5s$.



SD2. Άκαμπτη ομογενής σανίδα ΑΓ, μήκους $L = 3m$ και βάρους $W = 200N$ στηρίζεται στο σημείο Δ σε ένα υποστήριγμα (δ) και ισορροπεί οριζόντια με τη βοήθεια κατακόρυφου, αβαρούς και μη εκτατού νήματος, ΑΖ, όπως στο σχήμα. Στο άκρο Α της σανίδας έχει στερεωθεί ακλόνητα σφαίρα, βάρους $W_1 = 100N$, οπότε η τάση του νήματος ΑΖ ισούται με μηδέν.

4.1. Να υπολογίσετε την απόσταση $(A\Delta) = d$.

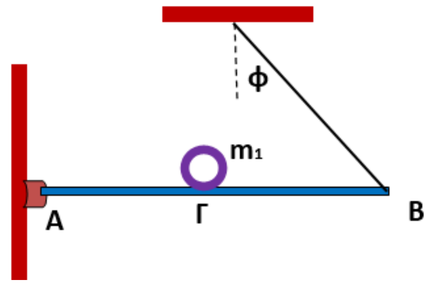
4.2. Στη σανίδα και στο άλλο άκρο της Γ τοποθετούμε σώμα (σ), βάρους $W_\sigma = 200N$. Αν θεωρήσουμε ότι η σανίδα συνεχίζει να ισορροπεί, να υπολογίσετε το μέτρο της αντίδρασης που δέχεται η σανίδα από το υποστήριγμα (δ). Το νήμα θα κοπεί ή όχι; Δικαιολογείστε την απάντησή σας.

Δίνεται το όριο θραύσης του νήματος $T_{\theta\rho} = 500N$.

4.3. Μεταφέρουμε το σώμα (σ) από τη θέση Γ στο μέσο της σανίδας. Να υπολογίσετε την τάση του νήματος, λαμβάνοντας υπόψη ότι η σανίδα ισορροπεί.

4.4. Επαναφέρουμε το σώμα (σ) στο άκρο Γ της σανίδας και τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκούμε σ' αυτό μία κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ με φορά προς τα κάτω. Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση: $F = 20 + 5t \quad (S.I.)$. Αν θεωρήσουμε ότι η σανίδα ισορροπεί, να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή όπου το νήμα θα κοπεί.

SD3. Ομογενής ράβδος ΑΒ έχει μήκος $\mathrm{L = 1\,m}$, μάζα $\mathrm{m = 900\,g}$ και ισορροπεί σε οριζόντια θέση με την βοήθεια αβαρούς μη εκτατού νήματος που δένεται σε οροφή και σχηματίζει με τη κατακόρυφο γωνία φ τέτοια ώστε ημφ $= 0{,}87$ και συνφ $= 0{,}5$, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται κατακόρυφα, με τη βοήθεια άρθρωσης, γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α και είναι κάθετος σ' αυτή. Στη ράβδο τοποθετούμε στο μέσο της, στο σημείο Γ, κυκλική στεφάνη μάζας $\mathrm{m_1 = 100\,g}$ και ακτίνας $\mathrm{R = 10\,cm}$, η οποία απέχει από το σημείο Α, απόσταση $(\mathrm{A\Gamma}) = \frac{\mathrm{L}}{2} = 0{,}5\,\mathrm{m}$. Το όριο θραύσης του νήματος δίνεται $\mathrm{T_{\theta\rho} = 10{,}5\,N}$.

4.1. Να υπολογίσετε την τάση του νήματος, όταν τοποθετήσαμε την στεφάνη στην θέση Γ.

4.2. Να βρείτε πόσο κοντά στο Β μπορούμε να τοποθετήσουμε την στεφάνη χωρίς να σπάσει το νήμα.

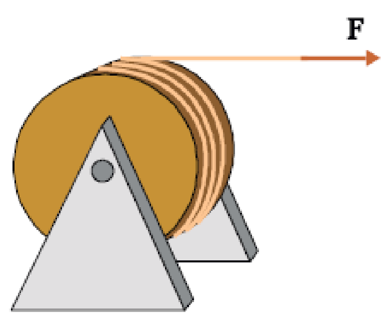
Εκτοξεύουμε την στεφάνη από το σημείο Γ προς το άκρο Β, με αρχική ταχύτητα υ_0. Συγχρόνως στην στεφάνη ασκούνται κατάλληλες δυνάμεις ώστε η στεφάνη να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, εκτελώντας ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση $\alpha_{\mathrm{cm}} = 1\,\mathrm{m/s^2}$. Σταματά μετά από χρόνο $\mathrm{t_1 = 1s}$, ακριβώς στο σημείο μετά το οποίο έχουμε την θραύση του νήματος.

4.3. Να υπολογίσετε τον αριθμό των περιστροφών που εκτέλεσε έως τότε.

4.4. Να κάνετε την γραφική παράσταση της τάσης του νήματος σε συνάρτηση με την απόσταση x της στεφάνης από το σημείο Γ καθώς μετακινείται προς το σημείο όπου σπάει το νήμα.

Δίνεται: $\mathrm{g = 10\,\frac{m}{s^2}}$.

SD4. Στην περιφέρεια μιας ακίνητης τροχαλίας, ακτίνας $\mathrm{R = 30\,cm}$ και μάζας $\mathrm{m = 2kg}$ είναι τυλιγμένο σκοινί μεγάλου μήκους. Ασκώντας στο σκοινί την χρονική στιγμή $\mathrm{t = 0}$ οριζόντια δύναμη $\mathrm{F = 20\,N}$ περιστρέφουμε την τροχαλία. Βρέθηκε ότι όταν η τροχαλία έχει κάνει $\frac{4}{\pi}$ περιστροφές, έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα $\omega = 8\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$. Με βάση αυτά τα δεδομένα, να βρείτε:



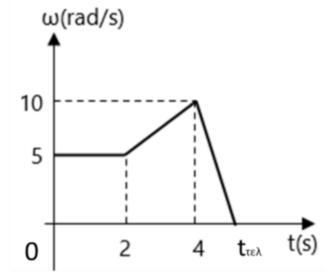
4.1. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας.

4.2.Τη γραμμική ταχύτητα του ανώτερου σημείου της τροχαλίας την χρονική στιγμή $t_1 = 3s$.

4.3. Την δύναμη που δέχεται η τροχαλία από τον άξονα περιστροφής αν η είναι γνωστό ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g = 10\frac{m}{s^2}$.

4.4. Το μήκος του νήματος που ξετυλίγεται από την τροχαλία στην διάρκεια του τέταρτου δευτερολέπτου της κίνησής της.

SD5. Ένας τροχός στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο του. Για τον τροχό αυτό η γωνιακή του ταχύτητα μεταβάλλεται με τον χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα.



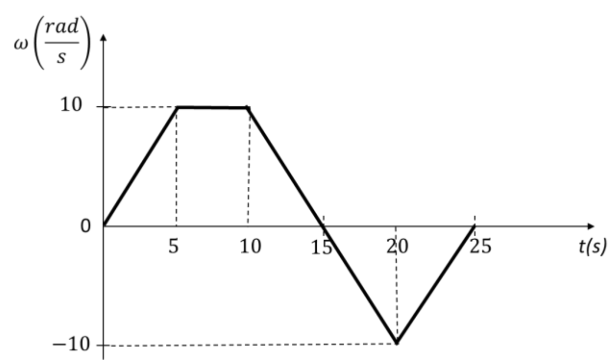
4.1. Αν η γωνιακή μετατόπιση του τροχού από τη χρονική στιγμή $t_2 = 4s$ έως τη χρονική στιγμή $t_{τελ}$, που ο τροχός ακινητοποιείται, είναι ίση με $Δθ_3 = 5rad$, να προσδιορίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση του τροχού, για το χρονικό διάστημα αυτό, καθώς και τη χρονική στιγμή $t_{τελ}$.

Για τις επιμέρους κινήσεις που εκτελεί ο τροχός από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή $t_{τελ}$, να δώσετε τις τιμές της γωνιακής του επιτάχυνσης και στη συνέχεια να αποδώσετε σε διάγραμμα βαθμολογημένων αξόνων τη γωνιακή επιτάχυνση του τροχού σε συνάρτηση με τον χρόνο, για το παραπάνω χρονικό διάστημα της κίνησης

4.3. Να προσδιορίσετε τη γωνιακή μετατόπιση του τροχού, κατά τη διάρκεια του 3^{ου} δευτερολέπτου.

4.4. Να προσδιορίσετε τον αριθμό των περιστροφών του τροχού από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0s$ έως τη στιγμή $t_{τελ}$.

SD7.Λεπτός ισοπαχής δακτύλιος κέντρου Ο και ακτίνας $R = 1m$ περιστρέφεται γύρω από άξονα $Z'Z$ που περνά από το Ο και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δακτυλίου συναρτήσει του χρόνου παριστάνεται γραφικά στο παρακάτω διάγραμμα. Θετική είναι η φορά περιστροφής αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού (αριστερόστροφη).

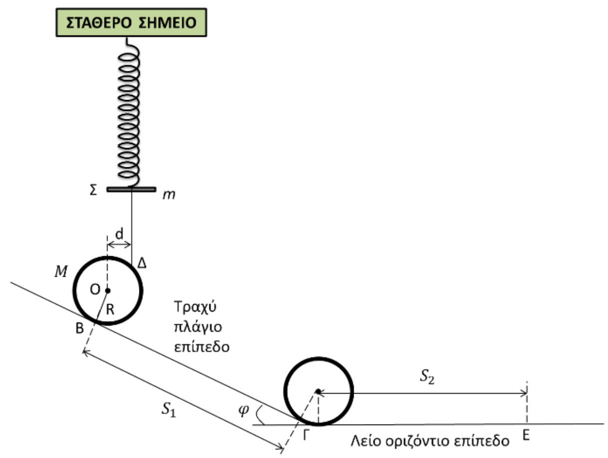


4.1. Να υπολογίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση σε κάθε μια από τις πέντε επιμέρους κινήσεις του δακτυλίου και να εξηγήσετε το είδος κάθε επιμέρους κίνησης.

4.2. Να υπολογίσετε τη συνολική γωνία στροφής του δακτυλίου από $t = 0$ έως $t = 25s$.

4.3. Να παραστήσετε γραφικά, σε σύστημα ορθογώνιων βαθμολογημένων αξόνων, την αλγεβρική τιμή της ροπής που δέχεται στοιχειώδης μάζα $m = 0,1Kg$ του δακτυλίου από $t = 0$ έως $t = 25s$.

SD8. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα Σ έχει μάζα $m = 1Kg$ και είναι στερεωμένο στο κάτω άκρο του ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 400\frac{N}{m}$. Αβαρές και μη εκτατό νήμα είναι δεμένο με το ένα άκρο του στο σώμα Σ και με το άλλο στο σημείο Δ λεπτού και ομογενούς δακτυλίου ακτίνας $R = 0,2\,m$ και μάζας $M = 4Kg$ έτσι ώστε η απόσταση d να είναι ίση με $0,1\,m$. Ο δακτύλιος ακουμπά σε τραχύ κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ με $\eta\mu\varphi = 0,8$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,6$.



Το σώμα Σ και ο δακτύλιος ισορροπούν. Στη θέση ισορροπίας του συστήματος το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell = 0,1\,m$. Δίνεται η επιτάχυνση τη βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος στη θέση ισορροπίας του συστήματος και τη στατική τριβή που ασκείται στο δακτύλιο από το τραχύ κεκλιμένο επίπεδο.

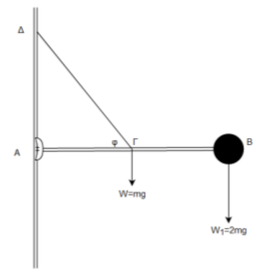
Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ κόβουμε το νήμα οπότε το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και ο δακτύλιος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει αρχικά στο τραχύ κεκλιμένο επίπεδο και στη συνέχεια στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Η μετάβαση του δακτυλίου από το κεκλιμένο επίπεδο στο οριζόντιο επίπεδο γίνεται χωρίς ενεργειακές απώλειες με αποτέλεσμα να μην αλλάξει το μέτρο της μεταφορικής και το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας κατά τη μετάβαση.

4.2. Να γράψετε την εξίσωση της επιτάχυνσης συναρτήσει του χρόνου, για την απλή αρμονική ταλάντωση που εκτελεί το σώμα Σ μετά την κοπή του νήματος, θεωρώντας θετική τη φορά προς τα κάτω.

4.3. Η γωνιακή επιτάχυνση του δακτυλίου κατά την κύλιση του στο κεκλιμένο επίπεδο έχει μέτρο $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 20\frac{rad}{s^2}$. Να υπολογίσετε το μέτρο α_{cm} της μεταφορικής επιτάχυνσης του δακτυλίου κατά την κύλισή του στο κεκλιμένο επίπεδο και το μέτρο υ_1 της μεταφορικής και το μέτρο ω_1 της γωνιακής ταχύτητας του δακτυλίου τη στιγμή που περνά από το σημείο Γ. Να θεωρήσετε ότι η μετατόπιση του κέντρου μάζας του δακτυλίου κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου είναι ίση με $S_1 = 8m$

4.4. Να υπολογίσετε τον αριθμό των περιστροφών του δακτυλίου από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα μέχρι τη στιγμή που περνά από το σημείο Ε. Να θεωρήσετε ότι η μετατόπιση του κέντρου μάζας του δακτυλίου κατά μήκος του οριζόντιου επιπέδου είναι ίση με $S_2 = 8m$.

SD9. Το άκρο Β ομογενούς ράβδου ΑΒ μήκους $L = 4\ m$ και μάζας $m = 1{,}5\ kg$ φέρει σώμα αμελητέων διαστάσεων και μάζας $2m = 3\ kg$, ενώ το άκρο Α αρθρώνεται σε κατακόρυφο τοίχο. Η ράβδος κρατείται οριζόντια με τη βοήθεια αβαρούς νήματος μήκους $L = 4\ m$. Το ένα άκρο του νήματος δένεται στο μέσο Γ της ράβδου και το άλλο σε ένα σημείο Δ του τοίχου, ψηλότερα από το Α. Να υπολογίσετε:



4.1. τη γωνία φ που περιέχεται μεταξύ των τμημάτων ΓΔ και ΓΑ.

4.2. το μέτρο της τάσης T του νήματος.

4.3. τα μέτρα των συνιστωσών δυνάμεων F_x, F_ψ που δέχεται η ράβδος από τον τοίχο,

4.4. το μέτρο και τη διεύθυνση της συνολικής δύναμης F που δέχεται από τον τοίχο η ράβδος.

Δίνονται: $\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$, $\eta\mu\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ και $g = 10\frac{m}{s^2}$